科学図書館叢書

石原純

# 相対性原理

科学図書館

# 序

私が相対性原理に関するかような書を著わそうと思ったのはもうずっと以前からでありました。丁度 4 年ばかり前に岩波書店主人からの切なる勧めもあったので，すぐそれに取りかかりたいと思っていました。けれども私が之に費し得る時間の余りに少なかったためにその儘(まま)思わない歳月を経過してしまい，岩波氏に対する約束を果し得ないでいることを，自分でも心ぐるしく思うばかりでありました。私の思い立った当時は，まだアインシュタイン氏の一般相対性原理に関する論文が出てから間もなくであり，また戦争中でもあったのでそれは殆(ほとん)ど一般に知れ亘(わた)っていませんでした。そのうちに一昨年の暮になって英国で日蝕観測の結果による光線屈曲の事実が発表せられ，アインシュタインの理論的予言が的中したということが明らかになったので，俄(にわ)かに欧米の新聞や通俗雑誌のうえに喧伝せられるようになり，それが我邦にも及んで，彼の名を知らないものはないくらいになりました。ドイツを始め欧米に於て之に関する著書は続々として刊行せられ，今すでに五六十種にも達しているでありましょう。我邦にも，もはや数種の著書や訳書を見るに到りました。私は自分の仕事がひとり遅れてゆくのを，かなしい焦だたしい心でながめていました。今年になって私は病後の数ヶ月に多少の閑を得て過ごしましたので，その間に漸(ようや)く此の稿の大部分を書き終えることが出来たのをよろこんでいます。私はいまそれによりて或る負債を果したような心安さを感じます。

相対性原理は物理学を専攻(せんこう)する人々にとってさえ，かなりに難解なものであります。ましてその外の一般の人たちにはなかなか之(これ)を完全に諒解することは出来ますまい。けれどそうだからと云って，此の偉大な，現代の驚異に値する原理を知ろうとする欲求を充し得ないということは悲しいものにちがいありません。私は之等(これら)の人たちをどうかして，此の原

理に親しませ，その有する重大な意味を悟らせたいと思って之を書きました。私は之がために成るべく言葉を多く費して説明しようとしました。或る人たちにはそれは余りにくど過ぎると云う感じを与えるであろうと思います。実際この原理の内容はその本質的な関係から，若し数学的の表示がゆるされるならば，それが最も完全に且つ最も簡明にあらわされる筈なのです。併し多くの人たちは数学に慣れないために，それが最も解りにくいもののように感じ，少しの数式に出遇ってさえ，障礙にぶつかって眼がくらまされるように思うことも事実であります。私はそういう人たちのために慮りて，この書のなかから一切の数式を省くことに努めました。従って或る数量的な結果を叙べる場合に之に導く証明をしるすことが出来ませんでしたけれども，それは此の書の役目として期待せずに於てもらえばいいと思っています。私は寧ろこの書に於て相対性原理そのもののほんとうの意味を究めることを目的にしたからです。この原理の最も適切な表示は数学的形式のなかになし得られると云いましても，よほど達見な識者でないと，それだけからいろいろそこに蔵されている意味を汲み出すことは出来ません。私はそういうものを出来るだけ多くの言葉で解り易く説明したつもりです。若し外の解釈書について或る疑点を懐いてその徹底的な説明を希望する人たちがありましたなら，もう一度この書に於てそれを丁寧に読みかえしてみることをお勧めいたします。そこに何らかの参考になるべきことをきっと見出すであろうと私は信ずるからです。

　それでも一方に私はこの書で云い足りない処をまだたくさんに有っている気もしますし，またこの書に特に省いた数学的の内容もどこかで補いたいと思うので，之等を別に纏めて公にする機会も得たいと思っています。この書を読まれる人たちに尚お原理に関する疑問が残されているならば，その幾分の解決を之に期していただいてもいいと私は心に決めています。

　この書を完成するに際して特に岩波氏の私に向けられた好意をここに

謝しておきます。

大正 10 年 9 月 22 日信濃富士見にて

著 者

# 目　次

# 序　編

## 1.　相対性原理と哲学上の問題

人間の文化はいま著しい発展を此の地上にあらわしています。私たちの科学は日毎に驚異すべきたくさんの事実を私たちに啓示しているではありませんか。私は其の例証をここに挙げるには及ばないと思います。しかしそれらのなかで私たちに対し純粋思索のうえに最も奇異な感を抱かしめ，これを反省熟考することに依りて最も深く自然科学的認識の根本の意義を教えることの出来たものは，恐らく最近にドイツのアインシュタインによりて大成された相対性原理であろうと思います。私は今此の書で其の原理のどんなものであるかを成るべく解り易く説明してみたいと思うのでありますが，一体この原理が何故そんなに大切な意味をもっているかということに就て一言概括的にここに述べておきましょう。

私たちが自然の現象を観察するには，それが何時何処で如何に起ったかということが究められなければなりません。其の上で此の現象に関する自然の法則が見いだされるのです。如何に起ったかが現象の内容を充すものであるならば，何時何処というような時間及び空間の判断は，少くとも此の現象の起る前から私たちに一義的に定まって知られていなければならないのです。もしそうならばすべての現象から離れて時間及び空間というものは私たちの頭に思惟せられ得るものでありましょうか。此の問題は昔からたびたび哲学的の思索のなかに取り容れられたのでした。素朴的な実在論から云えば，物質的世界及びこれに起る種々な現象は単に外界に存在しているものであり，従って之等を容れる空間も時間も最初からそこに与えられているものなのでした。此の場合には空間や時間は其の中に起る現象に関係しているということなどは勿論考えられていません。近代になりてカント (Immanuel

Kant, 1724–1804) の批判哲学があらわれるに及び此の素朴実在論は棄てられてしまいました。自然のあらゆる現象はそれがたとえ外界に行われているものであるにしても，皆私達の認識を通じて始めて私たちの思惟のなかに持来されるものであります。もし私たちの認識がなかったとしましたならば，自然現象の存否は私たちの問題にはならなかった筈(はず)でありましょう。こう云う立場からすれば，空間や時間はそれらの自然現象を認識する際に私たちの主観のなかに存する直観形式であると看做(みな)されるようになります。カントはそういう言で空間及び時間をあらわし，従(したが)ってそれ自から先験的に私たちの主観に附与せられているもので，経験的に得たものではないといたしました。それですから先験的な空間や時間の観念は，経験的に得られた自然現象の法則に依存するようなことは決してない筈(はず)でありました。此のような考え方はカント以後一般に承認せられて来たのでありますが，この時代には未だ空間及び時間に対する私たちの知識が乏しかったからであることが今になって判って来ました。即ち空間及び時間の観念内容が只(ただ)一と通りしかあり得ないと思われていましたから，これを先験的であるとするにも，相当な自然的な理由を私たちが見出したのです。ところがこれに対する懐疑がまず幾何学の発達に伴って空間に関してあらわれました。今まで空間は唯一の形式のものであると思われていたのに，そこにはいろいろな空間が思惟せられることが明らかになりました。昔から私たちの知っていた空間——それをユークリッド (Eυκλειδης, Euclid, 紀元前 3 世紀?) 空間[1] と名づけます——の外にこれとは異った無数の非ユークリッド空間が想像されるのです。

しかしこれは幾何学の論理から演繹(えんえき)されたものに過ぎなかったので

1) 通常の幾何学は紀元前 300 年頃ギリシアのユークリッドによりて創められたもので，それ故この幾何学で論ずる空間をユークリッド空間と名づけます。非ユークリッド空間の存在し得ることは 19 世紀の始ロシアのロバチェフスキー，及びハンガリーのボーヤイ等の研究によりて明らかになりました。第 1 編第 3 節に其の由来が簡単に述べてあります。

す。それ故私たちは実在の空間即ち自然現象の行われる空間はユークリッド空間であるべきことを仮想し，其の他の空間は非実在的であると論断しようと努めたのです。そうしてたくさんの近代哲学者たちはユークリッド空間が何故(なにゆえ)に実在的であり，そうしてまたこれが何故(なにゆえ)に先験的にそうでなければならぬかの理由をいろいろな苦心のもとに見出そうと焦ったのです。自然現象の空間が経験的にユークリッド幾何学のみをゆるすということは，もはやカントの謂(い)わゆる先験的直観形式としてこれを理解する路を塞いでしまうものだからであります。しかし此の問題の解決はそう容易ではありませんでした。そうして彼等の解答が充分に其の予想した効果をあらわさないうちに，相対性原理があらわれてこれを異った路へ導いて行ったのです。相対性原理は自然現象の法則其のものの変革ばかりではなく，更に根本的に哲学上特に認識論上の問題に触れねばならなかったのは実に此の為めなのであります。

相対性原理は運動の相対性を主張するに始まりて，これをすべての自然現象の場合に徹せしめるがために，遂(つい)に空間及び時間の判断が自然現象の法則に依存することを私たちに示したのです。もし自然法則が経験的なものであると云うならば，これと同じ意味に於て時間及び空間は——少くとも其の数量的内容は——経験的なものであると謂(い)わなければなりません。これに対し旧時代の哲学者たちは次の如(ごと)く抗言するかも知れません。空間及び時間の数量的内容，云い換えれば其(そ)の拡がり及び長さの測定はもとから物質や現象を仮りて始めて成されるものであって，相対性原理を待ってそれが闡明(せんめい)せられたとするには及ばないではないか。もしそうならば此の測定を目的としない空間及び時間の観念其のものはやはり先験的であるとして差支(さしつかえ)ない。相対性原理はそれ以上に変革を持ち来すものではないと。これだけの言はそれが冷静に云い出されたとするならば正しいに相違ありますまいが，同時

にそれは抗言ではなくなります。空間及び時間の観念のなかにはどこまでも超経験的な先験的な要素のあることを説明しているのであります。しかしそれと共にこの要素は相対性原理によりて其の範囲が嘗て私たちの頭に想描されていたよりも遥かに狭められたことを認めなければならないのです。そうして相対性原理の認識論的意義をそこに肯定しなければならないのです。実際に空間及び時間の観念の直観形式は現在では昔の儘ではないのであります。相対性原理は其のどれだけの部分を経験的な知識によりて変革し得べきものであるかをはっきり知らせてくれました。概言すれば数量的内容と云うべきでありましょうが，そこには単に空間の拡がり及び時間の長さの測定ということばかりではなく，空間の性質其のもの並びにこれと時間との相互関係などが，必ずしも先験的なものではないことを教えたのです。之等の事実は空間及び時間の観念に関する大いなる変革であることを私たちは認めないわけにはゆきますまい。之等の意味をほんとうに理解し，これを深く味ったならば誰しも相対性原理の発見に対して偉いなる讃美をささげずにはいられないことと思います。相対性原理は哲学が嘗て先験的として棚に上げておいた知識を取り下ろしてこれを或る程度まで変革することによりて自然法則の体系を完美せしめ得られることを示したのです。新時代の哲学は常に自然科学と相接触して，先験的知識の限界を正しく反省することに注意しなければならないのです。そうしてこれが先験的及び経験的知識の哲学的意義を新たに考索するに資するでありましょう。

　相対性原理は空間及び時間の観念を変革してこれに新らしい相対性を与えることによりて，自然現象の法則の絶対唯一性を保証するものであると見ることが出来ます。この事に関しては後の説明に譲りますけれども，自然法則の絶対唯一性は自然の実在の意義と相待って哲学上に重大な問題であることをここに附言しておきたいと思います。相

対性原理はかような哲学的問題と直接に関連して現時の私たちの思索のなかに棲息すべきものであります。私たちは此の原理を知ることに於て大いなる悦びを感じ，新たなる思索の発程に向っての激しい刺戟をうけずにはいられないでありましょう。

## 2.　自然科学的認識

相対性原理が哲学上の問題に深く関与すべきことを私はすでに簡単に述べました。それで此の原理を説明する前に少しく準備的に自然科学其のものの哲学的の意味を解釈しておいた方がいいと思います。

自然科学は一体何を目的として成立するものでしょうか。ひと口に言えばそれは私たちの観察する自然現象のなかに普遍的な概念を求め見出して，之等の概念の間に存在する関係を探そうとするものであります。此の関係が自然法則として確立せられたときに，私たちは自然法則の体系を整備することによりて自然に対する認識を完成し其の意味を正しく理解することが出来るようになるのであります。かような自然科学が成立すべきものかどうかは最初から知られているのでは決してありません。自然を単に与えられた外界と見做しそこに自然法則が厳確に独自的に存立するものであると仮定してしまえば，それきりで問題はかたづけられてしまうのでありますが，それでは私たち人間の認識と自然との関係に対する考慮はまだちっとも深められていないのです。カントの哲学は一切の自然が私たちの認識のなかに依存することを啓示したのです。其の意味はもし私たちの認識作用が無かったとしたならば自然の現象の存否を判ずることも不可能になり，はたして自然が外界に在るものかどうかを知ることが出来ないというのであります。認識のなかに入り来って始めて自然は私たちのまえに現われるのだからです。斯ように考えれば認識を通して存在する自然の姿は私たちの認識作用其のものに依属することも当然ではありますまいか。

もし私たちの認識作用が現にあるよりは異ったものであるとしたなら，自然の姿其のものも亦それに応じて異って現われるかも知れません。自然現象の法則内容はそれゆえに認識作用の如何に密接に関連し，逆にまた私たちの認識作用の性質は経験的に見出された自然法則から多く闡明（せんめい）せられる処があるのであります。即ち自然科学が成立する為めには私たちの認識が次のようなものであることをゆるさなければなりません。

私達は自然科学，従（したが）って其の求むる法則が普遍的であることを予定しています。此の普遍性に於てそれの根本的の意義がありまた効果もあるのです。其の普遍は絶対的であるか又は或る程度までに限られたものであるかは別問題としましても，ともかく其の範囲内では何時（いつ）何処（どこ）で誰人が経験してもおなじものでなければなりません。そうして私たちの従来の経験から云ってこれだけの事実は可能であるように見えます。このことから考えますと，私たちは平常自然を観察する場合に皆各自が個性的に異った感覚をもって接触しているにも拘（かかわ）らず，幾分の補正をほどこせば，すべての人の観察の極致として一定の普遍的認識が得られることを肯定されます。つまり私たちの認識作用のなかにそう云う普遍的な要素が存在しているのに違いないのです。この認識の普遍性は自然科学の成立の第一の條件であります。自然の普遍性や従（したが）ってまた其の必然性や永久性や実在性は皆これに基づくものであると私は思います。

私たちはこの普遍的認識からして自然科学的概念を作ります。この概念は自然現象を感覚を経ずして私たちの頭のなかに再現せしめる要素となるものであります。自然科学の成立の第二の條件は斯（か）ように作られた概念の間に普遍的の関係の存在すべきことであります。此の関係が即ち自然法則となるのでありまして，それは最早（もはや）個々の感覚の如何に依らないものであり，従（したが）って感覚を離れて実在すべきものと謂う

ことが出来るのです。自然法則は必ずしも時間的関係を含んで云いあらわされては居りません。単に種々の概念の間の必然的な結合関係を表現したものであります。之等(これら)の概念のうちで私たちが其の性質によりて概念構成に一定の順序をつけて考える方が都合がいいので，其の順序に応じてこれを原因と結果[1] とに区別して観察することが出来ます。そうすれば自然法則の必然普遍は同時に原因と結果との結合の必然普遍を意味することになりましょう。通常これを因果律と称えて居りますがそれは自然科学的概念間の必然関係ということと同等のものであると思います。只(ただ)これの方が因果律というよりも確実な一般的な云いあらわし方であり且(か)つ現在の自然科学に直接な云い方であると謂えるでしょう。

　自然科学は斯様(かよう)にして成立するものでありますが，其の内容たる自然法則はどんなものであるかは最初から私たちに知られているのではありません。それは精緻な験索の後に始めて明らかになるのであります。しかし実際に自然法則を求める場合に，私たちの頭のなかに直観的に或る内容関係が存在すべきものとして予想されることも多いのです。例えばエネルギー保存の法則というような場合に，エネルギーが種々に変化しても其の量が不変に保存せられるということは，そうでないということよりも何となく自然らしく予期せられるのです。自然らしくと感ずる心理のなかには，自然法則は存外に簡単な数量関係を満足するものであり，其の簡単な性質は丁度(ちょうど)じくざくした線よりも直線の方をより整美であると感ずると同様な意味で整美な関係をそこに

1) 原因と結果という言語は，かなり曖昧に用いならされているようです。原因ありてしかる後に結果が起るという意味から之等を時間的に前と後とに継起する二つの現象に名づけることもあります。しかしもっと一般に云えば此の「しかる後に」は概念構成の順序を示すと見なければなりますまい。力が原因として働いて加速度が起ると云っても，力の作用と加速度の生起とは現象的に「常に同時に」存在するのです．ただ私たちは力という概念を加速度よりも先にそこに考える方が説明に都合がいいのです。何故なら力の作用する「可能性」は加速度の生起よりも以前に存在すると考えたいからです．これに関する詳細は別に論じたいと思います。

認めさせるという事実が含まれていると思われます。自然法則の整美単一[1]ということがこれを求める場合の指導原理として私たちの心理にはたらいていることをゆるさなければなりません。これが自然を理解して理性的にこれを讃美しようとする所以(ゆえん)にかなっているものに違いないからです。そうしてまたこれが自然科学に対して私たちが限りない興味と喜悦とを感じ，これを完成するために不断の努力と苦心とを惜(おし)まないように至る因由であると思われるのです。

けれども私たちは自然科学の探究に際して常に最も謙虚な，しかし最も周到な理性的の批判を必要とするのであります。私は自然科学の偉大な進歩が此の点に関することの至大なのを感ずるために特にこれを注意したいと思います。最も謙虚なという意味は個々の感情に支配されてはならないということです。それは自然科学的認識が普遍でなければならないからです。実験的に観察した現象関係其のままは，私たちの感覚に種々な限界の存するために常に近似的なものに過ぎないのです。これを普遍的な，従(したが)って理想的なものにするには，理性的な批判を加えて一義的な法則に整える必要があるのです。私たちは其の法則の正否を判断するときに，また現象関係中に云いあらわされた概念が此の一義的な法則を与えるために正しく選ばれているかどうかをも考慮しなければなりません。斯(か)ような事がらは特更に断るまでもないことのように見えますけれども，実際にはなかなか難かしいことなのです。相対性原理は前節にちょっと述べたように先験的観念を含んでいる時間及び空間の物理学的概念をも，斯様な批判のなかに取りいれることによりて，驚くべき変革を従来の自然科学のうえに持ち来したものなのであります。

すべての自然科学的認識はそれが正当な一義的な自然法則を由来す

1) 整美単一と判断すべき内容は必ずしも確定的でなく私たちの思惟の発達変化に応じて変るものであることは諒解しなければなりません。しかしこれは数学的形象と密接に関係はしています。なお次節並に第 7 編の最後に到りて其の意味が明らかにされるでしょう。

ることが出来るときにのみ，完全に普遍的な意味を有し得るのであります。此の場合になお正当な一義的なということに対して，並びにそういう自然法則の可能性に対して註釈が要るのでありますが，それは次に述べることにいたします[1)]。

## 3.　自然法則の絶対普遍性

私は自然科学の成立のために自然科学的認識が，そうしてそれから作らるべき自然法則が少くとも或る程度の普遍性をもっていなければならないことを叙べました。此の普遍性が何故（なにゆえ）に可能であるか，またどの程度まで要求せらるべきかは，自然科学の哲学的の意味を考究する上に大切なことであると思います。これに関してここに数言を費して見ましょう。

私は此の問題を解決するに当りて，まず自然法則はこれに含まるる自然科学的概念の数量的関係として常に云いあらわされ得べきことに留意したいと思います。勿論（もちろん）自然法則と云っても今日では理論物理学で取りあつかうものを除いては厳確な意味で数学的に叙述せられていないものが多いのでありましょうけれども，それは現象其のものが複雑であり，これが全体に関与する変数（量）が余りに多いために，其の間の関係が明確に知られていないからであって，其の数量的でないことが窮極の性質ではないのであります。将来だんだんに闡明（せんめい）せられてゆきさえすれば，皆現時の物理学に於けると等しく，法則それ自らは諸変数の間の函数的関係として云いあらわされ，これに含まれる自然科学的概念はこれによりて始めて完全に数量的に定義されるようになる筈（はず）なのであります。自然法則は数学的に精確な論理関係を待って始めて完成されるのであります。自然科学と数学とはここに最も密接な関係をもっているのです。

1) この節以下に述べる自然科学の哲学的意義に関しては文学博士田邊元著『科学概論』を参考せられんことを希望します。

もと自然科学は経験的なものであるに反して，数学は超経験的な形式科学なのであります。此の意味に於て自然科学と数学とは全く其の傾向を異にしていると謂わなければなりません。数学は一つの論理形式です。その先端におかれる公理の或る群から出発してそれから演繹せらるべきあらゆる帰結を求める論理系統なのであります。公理というのは昔は証明を要しない程に自明な公然な命題であると思われていたのですが，今日の純粋な抽象的な数学の立場から云えばそれは同一系統内に於てはお互に矛盾しない独立の命題でありさえすれば何でもよいとせられています。現に非ユークリッド幾何学の公理の一つとせられた平行線の性質のようなものは，私たちに取ってどうしても自明なものとは思うわけにゆきません。けれどもそれから出発した論理は立派に一種の幾何学をつくってゆくことが出来たのであって，その当時これは全然私たちの経験を超越したものでありました。それ故に数学研究の興味はこれらの論理の展開そのものにあるのであって，自然科学とは余程異なっているのです。私はここで考慮して見たいと思います。すべての科学のなかで数学が最も正確であると思われているのは果たして何故でありましょうか。私は数学の論理が私たちに取って普遍であることに之を帰せねばならぬと思います。そこには誰が考えても異った論理の存在がゆるされないからです。最も普遍なるものこそ最も正確なのであります。正確ということの判断はこれを措いてはありません。そこで私は更に一歩を進めて問おうと思います。一定の公理から出発した数学の論理は全く一義的に展開されることは承認されますが，それならば数学の公理はどこまでも任意的なものでありましょうか。もしそうならばその公理の異なるに従い異なった系統の数学がいくつもあり得るわけでありましょう。此の問題に関しては現に私たちのもっている数学の公理がいかにして選ばれたかに就て考究する必要があると思います．純粋な抽象理論から云えば之等の公理は単

に論理の先端におかれる規約的の意味しか有しないものでありましょうけれども，しかし私たちは代数学及び数論の公理として認められる数の性質，及び幾何学の公理として認められる空間形体の性質のなかには或る程度まで経験的な要素を含んでいることを否むわけにはゆきません。代数における虚数や幾何学における非ユークリッド空間の如きは超経験的なものには違いないのですが，それらは今日から見れば同じ論理系統の範囲に取り入れられるように経験的な数や空間の性質を一般的に押し広げたものと見なすことが出来ます。非ユークリッド幾何学の公理はユークリッド幾何学のそれと矛盾するものではありません。後者は前者の一つの特別な場合と見ることが出来るのです。斯ように見れば現に存在せる数学の公理系統は数及び空間に関し，やはり一種しかないのであります。これと全く趣を異にした公理から出た未知の数学が私たちの頭のなかに現在の数学と同時に棲息し得るかどうかは頗る疑わしい次第なのです。勿論これが解答は誰人にも確定的になされるわけにはゆきますまいが，私は寧ろ数学の唯一性を仮定することによりてその普遍と正確さとを最高の程度に進めたいと思うのです。そうしてこの事実はやがてすべての科学の絶対普遍性をゆるし得る基礎となるものであると信じます。

一方に自然科学は経験的なものと云いましたけれども，自然法則の内容はやはり数学的関係に終始しているのです。それは私たちの思惟作用から必然に導き得る抽象的論理関係に外ならないのです。只自然現象のなかにこれに対立する自然科学的概念と其の関係とを経験的に見出すことによりて自然を理解しようとするのが自然科学の役目なのです。それ故に自然科学の普遍性は，数学それ自らの普遍性と，そうしてこれに対立する自然法則を探求する手続の普遍性とに帰せられるのであると思います。斯ようにして自然科学の普遍性が絶対であるためにはまず数学の普遍性も同様であることが要求されます。私が前に

数学にそう云う絶対性を仮定しようとしたことの意味が此の場合に能(よ)く諒解されるであろうと思います。

次に自然法則を探し求めることは経験によるのではありますけれども，直接に自然現象を観察した素材から自然法則の体系をつくるに当りては，前節に述べました如(ごと)く私たちの心理にはたらく或る指導原理の援けを借りる必要があるのです。特に私たちは実際には現象の一部づつを見て，之だけを支配する法則をもとめ，だんだんと全体系をつくり上げてゆくより外はないのですから，その一部分だけに関しては種々の解釈が可能になるのです。その中の孰(いずれ)が選ばれねばならぬかと云う場合に，私たちは屡々(しばしば)法則の簡単さを目あてにする指導原理を役立たせました。マッハ (Ernst Waldfried Josef Wenzel Mach，1838–1916) はこれを思惟経済の原理として云いあらわしています。そうしてこの思惟経済にかなう法則を最も実用的なものとして見なすと同時に，他のこれと異なった法則の可能を信じようとしました。この考え方では自然法則の体系は必ずしも唯一ではなくて却(かえ)ってたくさんに作られるのであります。しかしながらすべての自然現象が考慮せられたうえでなお法則の多数の体系を私たちの思惟のなかに共存させることが出来るかどうかは，前述の数学の体系に関する同様の問題と共に疑わずにはいられないのです。少くとも法則の多数の体系を想像することは自然の実在性に対して確実な解決を与えるものではありません。実用論者にとりては，自然の実在ということは絶対論の意味に於て必要なことではないかも知れませんけれど，しかしそれは何等かの意味に於て私たちの肯定を待っていることも事実であります。また思惟経済を指導原理として採用しながら，法則の体系の多数をゆるすと云うことは，その唯一性を仮定するよりは思惟の上に遥(はる)かに複雑であることを承認しなければならないと思います。私は自然法則の唯一性を想像することが寧(むし)ろ思惟経済に徹底する所以(ゆえん)であると信ずるものです。私たちの思

惟に於て可能なるあらゆる関係のうちでその最も経済的なるものが自然に現われるのです。思惟経済の原理を斯(か)ように解釈すれば，自然法則を探求する場合の指導原理としてこれが有意義であることが能(よ)く理解されるでありましょう。自然の単一性それ自らはやはり此の原理の結果と見なされます。単一なるが故に普遍であり絶対であり整美であります。そうしてこれを措(お)いて他に実在はないのであります。私は此の思惟経済の原理が，現に自然法則の最も基礎的なものと予想せられる最小作用の原理と，その形式を等しうすることに多大の興味を感ぜずにはいられません。

$n$ 次元の幾何学は $n$ 個の独立変数を有する数学に外ならないのです。自然現象が時間及び空間に関する 4 個の独立変数をもって行われるとき，それが四次元の幾何学とどんなに密接な対立関係を示すかということを相対性原理が明らかにしました．数学の絶対な普遍性がこれによりて自然法則の絶対普遍性を確実にしていることが肯(うな)ずかれるであろうと思います。そうしてかようなものが同時に私たちに単一整美の感を与えるものとなるのでありましょう。

# 第１編

## 1.　時間

時間及び空間の観念はその本質に於(おい)て先験的な要素を含んではいますが，それが自然科学的概念として自然法則のなかに入るためには経験的な知識を必要とすることは序編に叙べた通りであります。先験的観念としての時間は只(ただ)或る経過を標徴するのみであります。そうしてその経過は自然現象の生起をその内容としているのですけれど，まだそのままでは之(これ)が遅速の差別を数量的にあらわすことは出来ません。時間は一様に流れるものであるという様なことが云われても，それだけでは一様にということの意味は成立しないのです。自然現象がその内容とならなければ時間そのものを具体的に思惟することは出来ないからです。時間の経過を測るためには何等かの自然現象によりて其の標準尺度即ち時計をつくらなければなりません。正しい時計が出来て後に始めて時間が完全に私たちの観察の対象となることが出来ます。時計は一定時間の経過毎に私たちに何かの合図を与えることによりてその役目を果すものです。それ故に私たちは　もし正確な週期的現象を自然のなかに見出すことが出来るならば，之(これ)を時計として役立たせることが出来るのです。けれどもそれは，只(ただ)週期的に繰返されるだけでは不充分であって，その週期が一定不変であるかどうかが知られていなければなりません。ところが之(これ)を知るためには其の現象を支配する法則が明らかにされなければならず，この法則を立てるためには時間的観察が必要であることを思慮すれば，時計の制定と法則の発見とは常に互に循環的な経路をとるものであって，決して一方が他に先んじて完了せられるものでないことが悟られるでありましょう。例えば現に私たちは地球の平均太陽に対する自転及び公転現象をもって時間を測る基準としています。この場合に地球の自転を一日と決めましても，

この現象がもし完全に等週期的でないならば，それは正しい時計として役立たせることが出来ない筈（はず）です。けれど地球の自転の週期が不変であるかどうかを判断するためには，他に標準的な時計が必要なわけです。これは地球の自転によりて始めて時計を制定しようということと相容れないのではありませんか。以上の考察のなかには確かに或る不合理があるように見えます。それは例えば地球の自転でもって時計を制定しようとしておきながら，これの自転の遅速を判断する準拠をこの時計以外の他のものに求めているという事実にあります。

もし地球の自転を一日とすることが時間の絶対な標準になり得るならば，如何（いか）なる場合にも地球の一自転は一日であります。之（これ）が速くなるとか遅くなるとかいうことは全く無意味なのです。時間の数量的内容を斯（か）ように規定することが出来るならば，上述の不合理は直（ただち）になくなってしまって甚（はなは）だ簡単になるでありましょう。併（しか）しながらこの場合に簡単になったのは地球の自転現象だけであって，他のたくさんの自然現象，従って之（これ）を云いあらわす凡（すべ）ての自然法則は必ずしも簡単になったとは云われないことを私たちは顧みなければなりません。之（これ）に類似した例は個性的感覚の場合にもあります。私たちは自分の直観的判断で，謂（い）わゆる目分量で長さや大さや重さやそれからまた寒暖や時間的経過やいろいろな量を測ります。俗な云い方ですが腹時計ということもそう云う一種の時間的判断です。空腹になる感覚によりて一定時間の経過を知ることが出来るからです。もし之（これ）を時計にするならばそれと腹心地との関係は極簡単に云いあらわすことが出来ましょうが，他の現象はそう簡単にはなりません。それは普遍的な法則が得られないからであります。之（これ）に比べて，前述の地球自転の週期は個々の感覚には依らないだけ普遍的ではありますが，すべての年代を通じてそうであるかどうかは必ずしも予測されないのです。私たちが地球の自転週期を時間の絶対的標準にとることが出来ない理由はここにあるので

す。私たちは自然法則が常に普遍的に簡単になるということを指導原理としなければなりません。そうして之によりて始めて法則の発見と之に含まるる概念的量の基準の制定との間を聯ねる循環的経路から免れることが出来るのです。地球の自転週期を基準とした時計で先ずいろいろな現象を観測して，それらの法則をつくってゆきます。法則が簡単にならなければいけません。例えば一定の物体を地面上の定まった場処で落して見ます。一定の距離を落下する時間は他の事情が変らない限り何時でも同じに測られなければなりません。何故なら之が変化する理由を他に見出し得ないからです。もし其の時間が変ってくる様だったら之によりて時計の方を補正して行かなければならないのです。そうして時計の補正を必要とする理由を適当に求めてゆかなければならないのです。物体の落下ばかりではありません。いろいろな力学的現象を観測して私たちは其の法則を立てます。そうして之等のすべての法則が最も簡単な体系のもとに統一されるように時計を補正してゆくのです。この補正された時計で測れば地球の一自転の時間はいつまでも一日でなくなるかも知れません。それでもこれは少しも不合理ではないのであります。何故なら一日という時間の定義は絶対に地球の自転週期に依るのではないからです。現に私たちは力学の法則の上から地球の自転週期は長い年数の間にだんだんと大きくなるであろうと予想しています。今日では地面上の一点で天体観測をして丁度地球が平均太陽に対して一自転を完了する時間を一日とするように時計をつくっていますが，将来　いずれの時代かに至ればこの時間は一日でなくてそれより長くなるように時計を制定しなければなりますまい。

すべての物理学的測定がそうであるように私たちは漸近的に右のような方法で時計の補正を行い，そうして時間を測ることが出来ます。時間の測定が可能になった上で，此の時間に関する問題はそれが絶対な意味をもち得るかどうかと云うことです。一般に時間の絶対性という

うちには次の二様の意味を区別して考えなければなりません。第一は時間的継続例えば一日というような時間はすべての観測者に対して同一であるということ，第二は時間的位置例えば 1921 年 5 月 16 日正午というような時刻を標示し得べき絶対な時間的継続が存在するということです。私たちは従来先ず第一の絶対性に対して一致して承認していました。殆ど先験的に時間というものがそういう性質をもっていることを信じていたのです。浦島の物語にあるような異なった時間の判断は只主観的に　もしくは夢想的にのみゆるし得るものであって，普遍的な自然科学的概念としての時間はこの意味に於て絶対なものとせられていました。そうしてその結果として亦第二の絶対性をも想定し，絶対な時間的継続の流れが私たちの世界の歴史を一義的に決定しているものであると思惟していたのです。この絶対時間を始めて否定せしめたのがここに説明しようとする相対性原理なのであります。時間に関する私たちの観念はこのために重大なる影響を受けなければなりませんでした。

## 2.　空間

前節に於て時間に就て説明したことの大部分はその儘空間に就ても云われます。空間の拡がりを測るには先ずそのなかに横わる直線の長さを測るための標準尺度即ち物指が制定されなければなりません。それには物指としてどんな物体が選ばれなければならないかという問題が必然に伴います。そうしてこの問題は時計の場合と同じ様にすべての法則が簡単になるようにという指導原理によって漸近的に解決されなければならないのです。私たちは最初から外部的事情によって容易く伸縮する様なものを物指にする訳にはゆかないことを承知しています。勿論この伸縮するということは比較的にしか観察の出来ないものですから，一方が伸びたのであるか他が縮んだのであるか，それだけ

では判断が出来ないのです。「不思議国に於けるアリス」とか,「ガリバーの旅行」とかいうような西洋の御伽噺(おとぎばなし)がありますが，それにはアリスというのが自分で大きな体躯になったり小さくなったりするためにいろいろな国が不思議に見えるという話や，ガリバーが旅行しているうちに巨人国や矮人(わいじん)国に出遇うという話がありますが，どちらにしても之等(これら)は同じ様に見えるに違いありません。けれども私たちが伸縮の判断をする場合にはそこにはたらいている物理学的の原因をもとめます。力がはたらいたとか，温度が変ったとかそういう様な事情が一方の物体には存在して他方にはないとしたならば，其の原因に応じて前者の方が伸縮し，之(これ)に反し後者の長さは変らないのだと判断することが出来ます。何故なら之(これ)に依りて力の作用又は温度の変化と長さの伸縮との間に簡単な法則を見出すことが出来るからです。多くの物体のうちには同じ力がはたらいても，又は同じく温度が変っても，比較的に長さの変化の少ないものがあります。私たちはそう云う変化の成るべく少ない物体を選んで物指(ものさし)をつくります。そうして之(これ)を出来るだけ外部的事情の変化しない状態に置いて，他の物体の長さをはかる基準にします。併(しか)しこの物指(ものさし)それ自らの長さも絶対に変らない訳にはゆきません。そこでこの物指(ものさし)で測った他の物体の長さの変化が，力や温度に応じて簡単な法則的関係をつくる様に物指(ものさし)を補正する必要があります。上のようにして物指(ものさし)は適当な物質で任意につくることが出来るわけですが，長さの基準を普遍的にするためには一度制定した尺度が永久に保存されるようにしなければなりません。もし基準の物指(ものさし)が何等かの予期し難い事変のために破滅したとすれば，以前にあったものと全く同一なものをどうして再定することが出来るでしょう。私たちはそういう場合の充分なる用意をも自然科学の永久的な仕事のために心がけておかなければなりません。時間の基準として地球の自転を選んだのも斯(か)ような理由を含んでいることです。すべての時計が破損し

ても地球の滅びない限りもしくは著しい変化をその運動に呈しない限り，容易に時計を再造することが出来るからです。物指の場合にも同様な企画がなされました。そうして地球の子午線の長さの四千万分の一をとって 1 メートルと定めようとしました。その企画は理想的には良かったかも知れませんが，私たちの有っている別の物指が果して正確であるかないかを試めす為に子午線を実測するということは非常な手数であり，且つかなり大きな誤差を伴うものであるという点に於て実際上の欠陥をもっていました。地球の自転週期が簡単にそして正確にいずれの場処に於ても測れるのとは大差があったのです。そこでこの企画も廃れてしまってその後は白金イリジウムの合金で作った棒を物指の基準にしました。それは実際上の便宜のためでありますけれども，之をいくら大切に保存しておいても永続的な意味に於て劣っていることは免かれません。それ故に近時は光のスペクトル線の成るべく単純なものを選んで――カドミウムの出す赤線の一つですが――之れの真空中に於ける波長を基準となし，1 メートルのうちに幾許の波長があるかを決定しておこうとしています。これは長さの基準として白金の棒よりも遥に永久的なものに違いありません。ここに序に附言すれば時間の基準としても将来は地球自転の週期よりもこのスペクトル線の振動週期を選び 1 秒間に其の振動数が幾許あるかを決定する方が寧ろ永久的であり且つ長さの基準と密接な関係をもつ点に於てもよいでありましょう[1]。

長さの基準が定まった上で之が凡ての観測者から見て絶対的のものであるかどうかに関しては，私たちはやはり相対性原理の発見以前にはその絶対性を肯定していたのであります。併し時間の場合に云いました第二の絶対性は空間に就ては疑問とせられていました。何故ならば空間は唯一ではなくて少くとも互に運動せる無数の空間を考える

1) 実際には波長の外に光の速度を正確に測定すればいいのです。その二つから振動週期が決定せられるでしょう。

ことが出来ますし，それらの空間のうちでどれが絶対な性質をもっているかを区別して見出せないとすれば，従って絶対空間なるものをゆるすことが出来ないからです。私たちの従来の力学はそれがガリレイ (Galileo Galilei, 1564–1642) 及びニュートン (Sir Isaac Newton、1642–1727) 等によりて創められてから，いろいろな物体の運動の法則を与えています。併(しか)しその運動というのはどう云う空間に対して云われているのでしょうか。それを考えて見なければなりません。私たちは通常地球表面上で物体の運動を観測しています。けれど此の場合に地面上の空間に運動の法則を当て嵌(は)めるためには，物理学上で考えられている実在的の力，万有引万とか電磁気力とかそういう力の外に，地球が運動しているためにあらわれる仮想的の力，即ち遠心力をも物体にはたらいていると見なさなければなりません。もし地面上の空間でなしに，宇宙のなかに他の適当な空間を想像したならば，そこでは運動から起る遠心力のような惰性的の力を考える必要がなくなるでありましょう。従って斯様(かよう)な空間は力学の法則の上から特に標示されたものに違いありません。もしこの空間が唯一のものであったならそれを絶対空間として私たちはすべての他の空間から区別することが出来たでありましょう。併(しか)しこの力学的に標示された空間は唯一ではなくて一つの群をつくる無数のものであったのです。この群に属する無数の空間はお互に他に対して等速的に移動しております。けれど力学的には皆同等なものであってそのいずれの空間のなかでも全く同じ力学の法則が成り立ちます。私たちはどんな運動を観測しても之等(これら)の空間を区別することは出来ません。言い換えれば其の運動物体の速度を絶対的に見出す方法はないのです。それですからこの意味で私たちは一定の絶対空間というものを求めることは出来ないのであります。

右のような意味で運動の観測の上から唯一の絶対空間は否定せらるべき筈(はず)でありましたが，それでも之(これ)に関しての疑問はこれで止みませ

んでした。ニュートン力学の謂(い)わゆる第三法則は，多くの物体の全質量の中心が，物体間の作用のみに依りては運動状態を変化し得ないことを教えます。或る空間に対してこの質量の中心が一度静止していればそれは他の影響を受けない限りいつまでも静止を持続します。また之と同様に物体の全慣性能率の軸は各物体の廻転によりて変化しません。この事実から見ますと，もし私たちの宇宙全体の質量の中心や慣性能率の不変軸がどこかに見出され得るならば之等(これら)は宇宙間の物体にどんな作用が起ろうとも一定の空間に対して静止している訳であります。つまりこの空間は他のすべての空間のなかから特別に私たちの宇宙を指定するものとして選び出されることが出来ます。そうしてこの宇宙のみを知っている私たちの立場から之(これ)を絶対空間として標示することは適当ではないでありましょうか。この問題はもしも宇宙全体の質量の中心とか慣性能率の軸の位置とか云うものが具体的に決定の出来るものならば議論の余地がないかも知れません。併(しか)しこの点に於(おい)て依然疑いが残っているのです。宇宙の天体が有限な範囲に限られ有限な総質量をもっているとすれば実験的に之(これ)が見出せないこともありますまい。けれども果してそう有限なものであるかどうかは全く私たちの予測の出来ないことなのです。之(これ)が知られない以上，空間の絶対性に就(つい)ても私たちは何も云うことは出来ません。私はここで宇宙の有限か無限かの問題は観測によりて漸近的(ぜんきんてき)に解決し得るものでは決してないことを注意したいと思います。自然科学は漸近的(ぜんきんてき)に観察を進めることによりて完成されなければなりません。それ故に私は宇宙の広がりの問題は唯(ただ)私たちの直接観測に入る現象に関する法則から先(ま)ず空間の絶対性か相対性かを判断してその上で間接に解決を見出すより外はないと思います。相対性原理はまさにこの方法を私たちに提供するものなのです。

相対性原理は光及び電磁気現象に関して空間の絶対性があらわれは

しないかという問題から発展されて来たのです。之等（これら）の現象を伝えると仮想せられた一種の媒質——エーテル——が絶対空間を標示することは出来ないであろうかという予想からでありました。之（これ）に就（つい）ては後に述べてゆきましょう。

## 3.　空間の三次元性と幾何学

空間が時間と異なる主な点は前節の終（おわり）に述べた処に含まれています。即ち空間のなかにはその各部分を占める物体というものを思惟することが出来，従ってこの物体が空間のなかでその占有する場処を変えること即ち運動という現象が生ずるのに反して，時間のなかには之（これ）に相当するものがありません。却（かえ）って時間は空間内に起る現象の進みを示す従属変数（パラメーター）として之（これ）に与（あず）かるだけであります。空間が時間と異なるもう一つの性質は後者が一次元性であるに比して前者が三次元性であるということです。換言すれば時間的継続のなかに特別な一時刻を指定するには或る任意の時間的基点から測られた一つの変数で足りるのでありますが，空間のなかに於ける特別の一点を指定するには少くとも三つの独立変数が必要であるということです。例えば室内の一点の位置を云いあらわすのに壁で囲んだ一室の一隅を基点にとり壁に沿うた前後及び左右の線と上下に向う隈線とを軸に取り之等（これら）の三軸からどれだけ宛の距離に点があるかを測るといたします。これは幾何学で云う直交座標の場合であります。又地球上の空間内の一点の位置をあらわすには，通常緯度，経度及び地平面からの高さをもってすることが出来ます。これは幾何学の球座標と同等なものです。どんな方法によりてもともかく三つの独立な要素が要るということが三次元性の特質なのです。一次元の時間のなかには単に時間的継続即ち時の長さという量のみが考えられるのですが，三次元の空間のなかには，長さのみで区別せられる一次元の線の外に，線で取り囲まれる二次元の面や，更

に面で取り囲まれる三次元の立体が考えられます。そうして之等のいろいろな形の間の関係を規定する幾何学が生れるのであります。幾何学を成立させ得るということは実に空間の多次元なるが故の特質でなければなりません。

幾何学は最初平面のなかの種々の図形の間に成立つ関係を論じたものから出発して，平面幾何学が完成せられ，次で立体の幾何学に及びました。前者は二つの独立変数，後者は三つの独立変数をもった函数的関係として云いあらわすことが出来ます。それ故この独立変数の数を増すことによりて私たちは尚お一般の多次元の空間を想像し，そのなかに於ける幾何学を類推することが出来るのです。それはもはや実在の空間ではありませんけれども，併し自然科学に於てもその或る応用を見ることの出来る点に於て，私たちに大切なものなのであります。之等の幾何学の基礎は既に遠い昔に即ち紀元前三百年頃にユークリッドによりて置かれたものでありまして，今日彼の名によりて云いあらわされた幾何学がそれなのです。私たちは之によりて空間の性質が盡されていると思っていましたところが，不思議にもこのユークリッド幾何学とは違った幾何学の可能なことが，凡そ百年ばかりまえに私たちに示されたのでした。それはほんとうに驚くに値する事実だったのです。どうして斯う云うものが可能であることが判ったかを私は次に簡単に述べてみましょう。

ユークリッドの幾何学には五つの独立な公理が含まれていました。それは結合の公理，順序に関する公理，全等の公理，連続の公理，及び平行の公理であります。この中の最後のものは

「もし一直線が同一の平面上にある他の二直線と交りて同じ側に作る内角の和が二直角より小さければ，二直線は之を無眼に延長することによりて必ず此の二直角より小さな内角の和をなす側に於て出遇う，」

というのであります。同じ平面内にありて限りなく延長しても出遇わない直線を平行線というのですから，右にいう内角の和が丁度二直角に等しいときに二直線は互に平行になるのであります。この公理からすぐに次のことが導かれます。

「一つの直線外の一つの与えられた点を通して此の直線に平行なる直線は一つありてそうして唯一つに限る。」

この平行の公理は他の四つの公理とは独立のものとしてユークリッドの幾何学に含まれているのですが，これは一寸他のものと異って公理らしくないように見えます。言い換えれば他の公理を用いて証明の出来そうに思える処があります。そうすればこれは独立のものでなくて他の公理から論理的に導かれるということになるでしょう。斯う云う疑問はずっと古くからあったので，いろいろの人たちがこの証明に成功しようと努めました。そうして実際にそれが出来たと思ったものも少くはなかったのですが，いずれもその証明は完全なものではないことが直きに指摘されたのでした。ところが1733年になりてサッケリ(Girolamo Saccheri, 1667–1733) という人はこの証明をする代りに，もし平行の公理を否定してゆけばどんな矛盾を起すであろうかを考究したのです。この人の結論は充分正しいとは見なされませんでしたが，斯ような考え方が後に新らしい幾何学の発見の手引になったことは記憶されなければなりません。それからまた百年近くを過ぎた後です。1825年にロシアのロバチェフスキー (Николай Иванобич Лобачебский, Nikolai Ivanovich Lobachevsky, 1792–1856) という人によりて始めてそういう幾何学が私たちのまえに公にされたのです。それはユークリッドの平行の公理を否定しても立派に成立つ処のものなのです。此処では同一平面上の直線に他の直線が交りて同じ側に作る内角の和が二直角より小さくとも二直線は必ず出遇うとは限らないのです。従って一直線に平行な直線は同一の点を通りてたくさんに引けることになります。これは

ユークリッドの幾何学に慣れた頭からはいかにも考え難いもののように思えますが，そこに少しも矛盾のない論理が導かれることを承認しなければなりません。只ユークリッドの幾何学のなかで平行の公理に関係のある定理はここでは変って来ます。例えば三角形の内角の和は二直角に等しくなくてそれより小さくなるのであります。斯う云う訳でロバチェフスキーの幾何学は私たちの経験を超越した不思議なものでありましたが，しかも聡明な頭のなかに安息し得る立派な論理であったのです。

ロバチェフスキーと殆ど同時にハンガリーにヨハン・ボーヤイ (Bolyai János, 1802–1860) と云う人がありました。その父と同じく数学者でありましたが，1823年父へ宛てて書いた報告のなかにやはり新らしい幾何学のことがあったのです。彼は平面でない他の種々の表面の上にも平面と同様な幾何学をつくることが出来ることを示しました。一般の表面の上には直線を引くことは出来ません。けれども表面上の二点を通る線のうちで最短距離をあらわすものが通常唯一つあります。例えば球面では二点を通る大円がそれでありますが，之は平面上の直線と性質を同じくするものです。つまり二点間の最短距離をあらわす線は直線の定義を一般の面の場合に拡げたものなのです。斯ように解釈すれば．どの表面の上に於ても同様な幾何学が成立ちます。そうしてそこではユークリッドの平行の公理を除いた他の四つの公理はその儘保存されますけれども，平行の公理だけは改めなければなりません。ロバチェフスキーの幾何学にある様に之を拡げて一般にしておけばどこにも当て嵌まるようになります。球面上の幾何学がそういうものであることは既にその以前からも知られていることでありました。

ロバチェフスキー及びボーヤイの後で新らしい幾何学はガウスやリーマン (Georg Friedrich Bernhard Riemann, 1826–1866) などの研究によりて著しく発展しました。そうして今日の微分幾何学が完成されたので

した。どんな複雑な面でも其の上に無限に小さい部分をとれば平面の幾何学と同様なものが成り立ちます。但し面の曲り方をあらわす曲率の大小並びに其正負に依りて異なった観を呈しますけれども，皆一様な論理のもとにおかれることは変りません。この中で曲率が一定の負の値をもった表面の幾何学がロバチェフスキーのと同一であることも判りました。この微分幾何学の諸関係は表面の場合から其儘(そのまま)三次元の立体的空間に移すことが出来ます。表面が或る立体を限界するものとして解せられるのと同様に，三次元の立体的空間は或る四次元空間を囲むものと想像することが出来ます。そうしてその意味で立体的空間そのものの曲率というものが考えられます。曲りのない表面が平面であると同様に，曲りのない空間は即ちユークリッド立体幾何学の成立つ空間なのです。曲りのある即ち歪んだ空間は私たちが直観的に思惟することに困難を感じます。それは四次元の空間を想像するのが難かしいからでありますが，通常の表面と之(これ)が囲む立体との関係から類推するより外ありません。

三次元の空間はユークリッド幾何学の成立つものばかりでなく之より一般な歪んだ空間の可能なることが上のような幾何学的研究から判って来ましたが，そうしてまた一方にユークリッド幾何学は実在の空間に対する私たちの経験に基づいて出来たものでありましたが，併(しか)し物理学の対象として取り扱う自然の空間が厳密にユークリッドの空間であると云うことをそれだけでは遽(にわか)に断言することが出来ません。何故なら私たちの経験は宇宙の空間のうちの極(ごく)狭い場処に限られているのだからです。丁度(ちょうど)此に類似したことは次の例で能(よ)く解りましょう。私たちが地面の上で直線を描いて三角形をつくったといたします。地面が平であればこの三角形はユークリッドの幾何学に従うのでその内角の和は二直角になるに違いありません。私たちは之(これ)を経験しているのです。併(しか)しこの場合に私たちの立っている地面は地球の表面の一部分

であることを思うてごらんなさい。その上に直線を描いていると思っても，之をどこまでも延ばしてゆけばぐるりと地球を一と廻りするのでしょう。直線と見えているのは実は地面上の二点を列ねる最短距離の線に外ならないのです。私たちの描いた三角形にどこまでも相似な大きな三角形をつくればそれはだんだん大きくなるに従って球面の上の三角形であることが著しく眼について来るでしょう。そうして其の内角の和は二直角より大きいことが発見されます。地球面に描いたどんな三角形でもそうなのです。例えば地球の北極から赤道に向って引かれた或る二つの子午線と赤道とで囲まれた三角形を想像してごらんなさい。これは一つの二等辺三角形であります。子午線が赤道と交る角は直角でありますから，底辺たる赤道に隣る二つの角だけで既に二直角になります。之に二つの子午線が頂点即ち極に於て挟む角を加えれば明かに三つの内角の和は二直角より大きいことが判りましょう。これ程大きくなれば誰にもわかることなのですが，地面の上に描いた之と相似な三角形をいくら精密に測定しても此の結果を出すことの出来ないのは当然です。空間の場合も全く之と同様なわけなのであります。実在の空間がどんなものであるかは自然法則からのみ判断されるのでありまして，この意味に於て空間そのものは先験的に定められているのではありません。まして実在の空間がユークリッド空間でなければならないという形而上学からの理由が存在することは決してないのです。之等の意味は従来私たちに余り明らかでなかったので，超経験的な非ユークリッド空間の可能に就ては解釈に苦しむ処が多かったのでありますが，今日相対性原理が必ずしもその超経験的でないことを示したので，いろいろの疑義が一掃されるようになりました。私たちはここに相対性原理の異常な効績を認めると共に，いま尚おこの原理の肯定を躊躇する人々に対して之等の深奥な哲学的の問題の充分なる解決を他に見出すことの困難さを告げておきたいと思うのであります。

## 4.　時間及び空間の物理学的世界

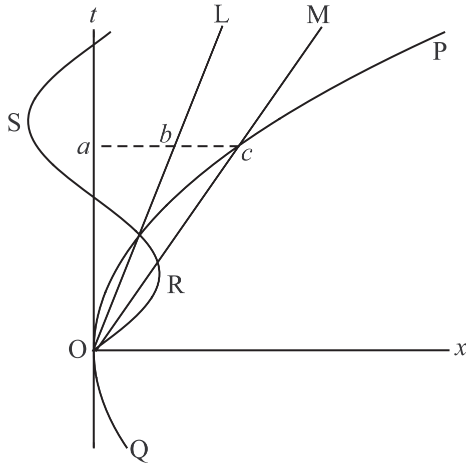
自然の事象を記すに際してそれが何時何処（どこ）に起ったということ即ち其の時間及び空間を標示することの必要であるのは既に述べた処であります。つまり時間と空間とは互に離るることの出来ないものであって，この両者が融合して自然法則のなかへ入ることは最も至当のことと云わなければなりません。時間をあらわす一つの変数と空間をあらわす三つの変数とが独立変数として自然法則を支配すべきことは昔から知られていることでしたが，此の両者の融合関係の密接なのに対して始めて重大な意味をおいたのはミンコフスキー (Hermann Minkowski, 1864–1909) でありました。彼は 1908 年相対性原理を論ずるに当りて斯様（かよう）な事実を特に挙げてこの原理の特徴を明らかにしたのです。彼は時間と空間とをあらわす四つの変数をもって四次元の幾何学的空間を想像し，自然現象をこの四次元空間のなかに幾何学的に標示することの出来るのを示しました。そうしてこの四次元空間に物理学的世界なる名を与えたのです。この世界はもとより一つの想像されたものには違いありませんが，一方から云えばこれは私たちの認識のなかに見出される自然の数学的表現の形像なのです。すべての自然法則が斯様（かよう）なものであることを思い，その自然法則に実在の観念を帰することを承認するならば，之と同じ意味に於（おい）てミンコフスキーの物理学的世界は実在であると謂（い）っても差支（さしつか）えはないわけです。この世界の性質が相対性原理によりてどんなに美事（みごと）に改造せられたかは後にゆずりまして，ここでは一般にこの世界のことに就（つい）て二三の説明を加えておきたいと思います。解り易（やす）いように最初地平面の一部を取りて考えましょう。この上で点の位置を記すには種々の方法がありますが，例えば東西と南北との方向を示す二つの直線を描いて基線とし，その交点から東へ幾許（いくばく），北へ幾許（いくばく）という様に距離を測るのは一つの最も簡単な方法です。幾何学的

には此の基線を座標軸といい，その交点を座標原点，東西又は南北に軸に沿うて測れる距離を点の座標と云います。地平面の上だけならば二次元でありますけれども，点が地面を離れて空間にあるとすれば，右の外に地面からの高さを云いあらわさなければ点の位置は完全に定まりません。此の高さは即ち原点から上下の方向に引かれたもう一つの座標軸に沿うて測られた距離なのです。この第三の座標軸は前の二つのもののいずれに対しても垂直に立っています。私たちは斯様（かよう）にして二次元の面から三次元の空間へ移ったのと全く同様な方法で，更に三次元の空間から四次元の世界へ進むことが出来ます。この中には更に第四の座標軸が立てられ，それは空間の三軸のいずれにも垂直に引かれていると想像しなければなりません。この第四の軸に沿うて測った距離が或る時間的基点から隔たった時間的距離を与えるものとしますと，ここにミンコフスキーの意味での物理学的世界が現われます。世界のなかに幾何学的に標示された点は，それが現在に占める位置と時刻とをあらわしているのです。之（これ）が次の時刻にどこへ動いて行ったかは，世界に於ける隣りの点によりて完全に標示されます。夫故（それゆえ）時間の経過するに従い点の動きゆく有様（ありさま）はこの四次元世界のなかで線となってあらわれます。ミンコフスキーは之等（これら）を世界点，世界線と呼びました。世界線は点の運動の歴史を完全に標示するものなのです。

　四次元の世界を図示することは複雑すぎて出来難くなりますから，そのいろいろな截断（せつだん）図形に就（つい）て事情を観察し，それから全斑を想像することが得策であることは謂（い）うまでもありません。四次元の世界を時間の軸に垂直に截断（せつだん）すれば，通常の三次元の空間があらわれます。空間の幾何学はそれ故に四次元世界の幾何学の一部分であるとも云えます。いま時間の軸と空間中の一方向とを含んだ平面を考え，これで四次元世界を截断（せつだん）したといたします。このとき截（き）り口の面のなかにあるいろいろな世界線が何をあらわすかを説明すれば一般の場合をも推すこと

が出来るでしょう。

**第１図**に於（おい）て O を原点，O$x$ を空間内の一座標軸，O$t$ を時間の軸といたします。この図の面は世界の一截断（せつだん）面でありますが，そこに描かれたいろいろな線は皆或る点の運動をあらわす世界線と見なすことが出来ます。それらは皆空間の O$x$ なる方向に起る直線運動をあらわしたものであります。何故なら世界線は時間の変化に伴う O$x$ なる距離の変化を示すからです。



**第１図**

O$t$ なる線を世界線と見れば之はいくら時間が経っても O$x$ に沿う距離は 0 でありますから，つまり原点に静止している点をあらわしているのです。これと同様に時間軸 O$t$ に平行な直線はみんな或る一定の場処に静止している点の世界線です。之（これ）に反して時間軸に対し傾いている直線 OL とか OM とかは一様な速度で動いている点をあらわします。そうしてその傾きの大きい程速いものであることが直き解りましょう。例えば同じ O$a$ だけ時間の経つうちに OL の世界線では $ab$ だけの距離を歩むのに，OM では $ac$ だけの距離を過ぎるからです。そこで O から出る直線の傾きをだんだん大きくしてゆくと，終（つい）には O$x$ の線に重なります。O$x$ それ自身を世界線とする様な点は限りなく速く動いているのです。何ぜなれば時間が少しも経過しないのに（即ち O$t$ に沿う長さは 0 であるのに）O$x$ に沿う距離は増すからであります。すべて直線を世界線とする点は一様の速度で動くものでありますけれども，之（これ）に反し種々の曲線は速さの変る運動をあらわします。例えば QOP

のような抛物線は一様な加速度をもった直線運動であります。それはOに近い処で時間の軸に接していますが，即ちその速度は殆(ほとん)ど0なのですが，だんだん時間が経つに従い其の$Ot$に対する傾きが増してゆくのは速度の増大するのを示しています。地面上で自由に落下する物体はかような世界線をもつのです。またORSのような正弦曲線であらわされる世界線はO点のまわりの単弦振動をなす点に属するものであることも同様に理解されるでありましょう。

空間のなかの三つの軸をどんな方向に取ってもいいことは私たちの知っている処です。併(しか)しそれらは四次元世界のなかでは皆時間の軸に垂直なのであります。この意味で時間の軸の方向は絶対に定まっています。之(これ)が絶対時間の存在を意味しているのです。私たちは併(しか)し前節で述べた如(ごと)く従来の力学で絶対空間を実験的に決定することの出来ないのを知っています。言い換えれば一つの物体の絶対運動の速度をどうしても見出すことが出来ないのです。物体の速度というのはいずれも或る観測者に対するものであって，之(これ)に対して動いている他の観測者から測れば速度も異ってくるわけです。此の事実は四次元世界のなかで物体の運動をあらわす世界線の位置は絶対に定まったものでなく，観測者の運動状態の如何(いかん)に応じて移動すべきことを示しております。例えば或る観測者から見て世界線は第一図の如(ごと)くあらわされているとした場合に，之(これ)に対して一様な速さで動いている第二の観測者があり，これの第一観測者に対する運動は世界線OLであらわされているとして見ましょう。此の第二観測者からすべての運動がどんな風に見えるかと云いますと，先(ま)ずOL線自らが時間軸$Ot$に重ならなければなりません。何ぜならば彼に対して固着している物体の世界線はOLなのであって，之(これ)が物体の静止状態に相当しなければならないからです。之(これ)がために私たちはOL線上のすべての点を$Ox$軸に平行に移動させてそれを$Ot$線まで持ち来らなければなりません。私たちは此の移動に

よりて時間的継続の変化のないようにしていること，即ち時間の絶対性の保たれていることを見出します。之と同時に亦すべての空間的距離が変化されてはなりませんか ら，$xt$ 面内のあらゆる点はやはり O$x$ 軸に平行に同様な移動を起さなければならないのです。$b$ が $a$ に持ちゆかれると共に同じ高さにある $c$ は，距離 $ba$ に等しいだけ左に寄せられます。もし $ab$ と $bc$ と等しいならば OL が O$t$ に重なると共に，OM はもとの OL の位置まで移動します。もと OM は OL に比し二倍の速度をもっていたのですから，丁度（ちょうど）上の事実は相対速度の加減の法則を満足していることが判るでしょう。観測者の運動状態によりて世界線が移動する有様（ありさま）は之によって明らかである[1)]と思います。

四次元世界は物体の運動現象を完全に幾何学的に云いあらわす役に立つことは云う迄もないことですが，旧来の物理学に於（おい）ては之れ以上に多くの意味をもっていなかったのであります。それ故に斯様（かよう）な概念を物理学に於（おい）て実際に用いる必要もあまりになかったのですが，一度相対性原理があらわれるに至ってこの世界の概念は自然法則と甚（はなは）だ密接な関係をもっていることが判りました。そうして此処（ここ）に多くの興味を見いださずにはいられないようになりました。私は以下の準備のためにここにこれだけを記しておきます。

---

1) この移動の際 **第 1 図**の抛物線はやはり同一の抛物線として移動せられることは著しい事実です。

# 第 2 編

## 1.　弾性的媒質としてのエーテル (1)

力学の現象から絶対空間の所在を実験的に見出すことが出来ないことを私は第一編で述べました。絶対空間の問題はしかしそれだけでは終らなかったので，私たちが光の現象を説明するために空間を填充するエーテルという媒質を仮想したときに，もう一度この方面から新しく起ったのです。もし実際にエーテルなるものが宇宙の空間に存在するものならば，これが宇宙の全体系に対し或る意味をもったものであると考えることは至当でありましょう。換言すれば宇宙の天体の全質量の中心が静止する様な空間が亦このエーテルに対して静止するものであると仮定することにより私たちは最も簡単に絶対空間の問題を解くことが出来るでありましょう。エーテルに静止している状態が絶対静止であり，これに対する運動が絶対運動であるとして他と差別することが出来るからです。私たちは光の現象を観測することによりてこの意味で云われた絶対空間の所在を実験的に見出すことが出来る筈であると思われました。しかし此の解決に先だって抑もエーテルとはどんなものであるか，果たしてそう云う媒質が実在するかどうかと云うことが確められなければなりません。最も一般に云う実在の意味は実験的考究によりて普遍的認識の対象となるということですが，エーテルはもしそれが実在するならば，一定の空間を代表し得る物質的対象と見做し得るかどうかと云うことが大切な問題なのであります。

エーテルが始めて仮想せられたのは光が波動現象であるということがオランダのホイヘンス (Christiaan Huygens，1629–1695) によりて説かれたときでありました。光は空間を伝わってゆくうちに他の物体にあたると反射とか屈折とか云うことをいたします。丁度それは水面の波動や，空気中に起る音の波動と同じなので光も一種の波動であると考

えられたのです。しかしもし波動であるとするならばこれを伝える媒質が存在しなければなりません。そうして光が真空のなかをも通ってゆくという事実は，この媒質が真空中にも拡がっていなければならないことを示しています。これをエーテルと名づけたのです。私たちはここでまず疑わなければなりません。真空というのは物質の存在しない空間を意味しながら，しかも其処(そこ)に光を伝うる「物質」をゆるすことは既に一種の矛盾ではありますまいか。真空ポンプをもってガラス球内の気体を抜き出すときエーテルは少しも稀薄にされてゆかれないのではありませんか。またすべての物質は天体の周辺に引かれてゆきます。天体から充分に離れた宇宙の空間に於てエーテルはなお同様に存在するでありましょうか。真空球のなかでも，宇宙の空間でもやはり光が伝わってゆくことから見れば，エーテルはやはりそこを填充しているのです。私たちは自分等の感覚の不精密さに於てこの矛盾から免れる路を見出さなければならなかったのです。エーテルは存在していてもそれが直接に感覚に触れるために余りに濃密でないと解さなければなりませんでした。波動を伝達すべき媒質は物質的対象でなくてはならないことを信じていたからです。

　エーテルを他の物質と同じように思っていた頭にはその後になってだんだんとエーテルの性質が詳悉(しょうしつ)されるに従い，其の不思議さを増すばかりでありました。ホイヘンスの場合には光をただ波動と見なしただけでありましたので，それは恐らく空気中に起る音波などと同様に考えたのです。丁度(ちょうど)たくさんの象牙球を同じ長さの糸につるして一列に下げ並べ，一端の球を取りて次の球に衝き当てるとこれが振動して漸漸(ぜんぜん)に次の方へ伝わってゆきます。こう云う波動は最も簡単なものでありまして，波動の伝わる方向即ち個々の球の列んでいる方向と，これが振動する方向とが一致しています。これを縦波と云いますが，光の波動がこれと同じ様な波動であるとしては説明の出来ない現象が新ら

しくあらわれて来ました。それは光の偏りという現象であったのです。電気石という結晶をその結晶軸に平行に切断して板をつくり，これに光を通すとその儘(まま)では別に変化を見ませんけれども，この光線の通路にもう一枚の同様な電気石の板を持って来ると奇妙なことがあらわれます。それは第二の電気石板の結晶軸の方向が第一のと平行になっているときは，光は第一の板を通ったと同じく第二の板をも通りますけれども，第二の板をその自分の面内に廻転して結晶軸の方向が第一の板の軸に対し傾く様になると通過する光が少なくなり，終(つい)に両者の軸が互に直角になってしまう迄廻すと光は全く通らなくなるのです。これは光波の振動が結晶軸の方向と何かの関係のあることを示すものであります。此の現象を解釈したのはフランスのフレネル (Augustin Jean Fresnel, 1788–1827) でありまして，光の振動はその波動の進む方向と垂直になっていること，即ち光の波動は縦波でなくて却(かえ)って横波であることを仮定することにより成功したのです。縦波の場合には振動の方向が唯一つしかないのでありますが，横波ならば波動の進む方向に垂直な平面内に其の振動があればいいのですから，これが一定しては居りません。フレネルは天然に発光体から出たままの光のなかにはこの面内のあらゆる方向に振動するものを含んでいること，また電気石の板はそのうちで自分の結晶軸に平行な振動の光は全く通すけれども，これに傾いている振動は一部分しか通さず，傾きを増すに従ってだんだん少なくなり，終(つい)に垂直な振動に至れば通過しないことを仮定しました。そうして電気石板を一度通った光は皆結晶軸に平行に振動する様になります。此の現象が振動の偏りということの特質なのでこれがために第二の電気石板の結晶軸を第一のに対し垂直におけば光の通らなくなることも能(よ)く説明せられるでありましょう。フレネルは斯様(かよう)にして光の偏りや又その干渉の現象を解釈することが出来ましたけれども，そのなかには予測されなかった暗礁が潜んでいたのです。彼は多

分之から離れようと苦心したかも知れませんでしたが，遂にそれに成功しないで却ってエーテルに不思議な性質をゆるさねばならない破目に陥ってゆきました。

エーテルは私たちが真空と思うような場処にも存在するので，たとえそれが空気などと等しく気体であるとしても極めて密度の少ない稀薄な物質であると見なすのが当然らしく思われます。多くの天体はエーテルの充ちた宇宙の空間を通して其の軌道を歩んでいますけれども，私たちの天文学は，その運動を論ずるに当りて諸天体の間の万有引力だけを考えて充分精密な結果を得ているので，エーテルがこれに及ぼす抵抗は度外視されてもいいことになっています。此の事実から見てもエーテルが極めて稀薄な気体に比せらるべきことが判ります。ところが一方に弾性体の理論によりますと，気体とか液体とかいう物質，即ち一般に形状の変化に抵抗しない物質のなかには縦波だけしかあらわれません。もしフレネルの如く光をエーテル中に起る弾性横波であるとしますとエーテルは気体ではなくて，却って形状の変化に抵抗する固体でなければならないと云うことになります。これは頗る疑わしい結論でありますけれども，エーテルを通常の物質と同じく弾性体であると見なす以上は止むを得ないことであったのです。

エーテルの不思議な性質はまだ之ればかりではありませんでした。フレネルは光の錯行現象を説明するために更に大胆にエーテルに未知の性質を与えなければならなかったのです。錯行の現象というのは私たちが地球の上にありてこれと一緒に動きながら遠い恒星から来る光を見ているとき，その光の方向は実際に恒星の在る方向とは異って見えるという現象なのです。丁度地面に対して真直に降っている雨を走っている汽車から見ると斜に落ちるように見えるのと同じで，星が私たちの頭の上にあるべき時刻に於ても，地球の動いている為めにその方向が稍々傾いて見えるのであって，春分と秋分とでは地球が太陽をま

わる運動が丁度(ちょうど)反対の方向になりますから星の傾きもやはり逆になります。此の現象に就(つい)て私たちは次のことを考えてみなくてはなりません。雨が汽車から見て斜になっても，地面に立ち止っている人から見れば雨は依然として鉛直に降っているのです。恒星からの光の錯行を観測して見ると，このときたとえ地球は動いていても光はこれに無関係に真直に進んでいることが判ります。もし然(そ)うであるならば地球の周囲を取り包んでいるエーテルは地球が其の中を動いているにも拘(かかわ)らずこれと無関係にそこの空間に落ちついて静止していなければならないでしょう。何ぜならば動かされたエーテルを横ぎる光線の路はこれと一緒に彎曲(わんきょく)せずにいないからです。風で流されている空気中で音波がまがるのと同様なわけです。フレネルは此の理由からエーテルに全く動くことの出来ないという不思議な性質を与えてしまいました。一方では固体と同じ性質をもったエーテルは絶対に宇宙の空間の枠のなかに固着しているのです。他の物体がそのなかでどんなに動こうともエーテルはこれに掻き乱されずに静止しています。これ等の点で既にフレネルの頭にあったエーテルは通常の物質から離れてゆきつつあったのです。物体がもっている不透入性というものをエーテルには帰することが出来ないように見えます。動かないエーテルをその儘(まま)にしておいて，他の物体はこれを貫き通して動くものとしなければなりませんでした。実際物体の実質中にもこれを光が透過するためにエーテルの存在を仮定しなければならなかったのです。ところで光は真空から之等(これら)の物体に入るときに屈折を起すことは能(よ)く知られている事実です。この屈折は何故起るかと云えば光波の進行速度が物体中では真空に於けるものと異なっているからであって，謂(い)わゆる屈折率は真空に於けるその速度と物体中に於ける速度との比であります。通常の物質では多く屈折率が1より大きな数です。屈折率の大きな物質内では光は遅く進むということを意味します。然(しか)るに弾性論によりますと弾性横波

の進行速度は物質の密度の平方根に逆比例するのでありますから，光をエーテル中に起る弾性横波とすると，各物質のなかではエーテルの密度が異なっていると仮定することによりて上の関係を満足させることが出来ます。フレネルは斯様（かよう）にして種々の物質中ではエーテルの密度が各異なり，その密度は屈折率の1より大きな通常の物質では真空におけるより大きくなっている。つまり余分のエーテルがこれに含まれてその光学的特性をつくっているのであると想像しました。それですから物体が動けばもと真空に属すると思われるだけのエーテルはその儘（まま）残されてありますけれども，之より余分な部分即ちその物体に固有なエーテルは常に一緒に運ばれてゆくものと考えられます。このフレネルの理論が実際に事実によりて確証されたことは著しいことと云わなければなりません。それは動いている物体のなかでは光がどんな速度をもつかということです。前に申しました様にこの物体の屈折率を $n$，光の真空に於ける速度を $c$ とすれば静止せる物体中の光の速さは $\dfrac{c}{n}$ で与えられるのですけれど，これが動くときは一部分のエーテルが一緒に運ばれる為めにこれと同方向に通る光の速さは幾分増します。フレネルの理論によりて計算すると物体の速度が $v$ なるとき光は

$$\frac{c}{n}+\left(1-\frac{1}{n^2}\right)v$$

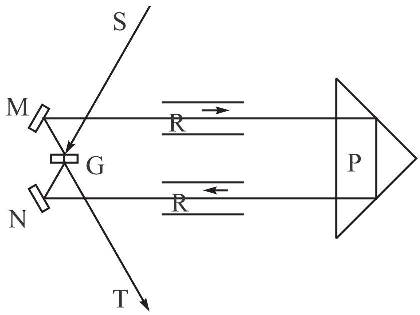
だけの速さになります。もし仮に全部のエーテルが $v$ なる速度で動くとすれば光の速さは

$$\frac{c}{n}+v$$

になる筈（はず）でありましょうけれども，全部でなくて一部分だけしか伴ってゆかないものですから，$v$ の

$$1-\frac{1}{n^2}$$

倍だけが加わることになるのです。それ故この $v$ に乗ずる因子を通常




第 2 図

フレネルの随伴係数と名けております。この結果が正しいかどうかを試めすために 1853 年にフィゾー (Armand Hippolyte Louis Fizeau, 1819–1896) は流れる水のなかの光の速度を測りました。**第 2 図**に於けるような装置でありまして，光源 S から来る光はガラス板 G により反射する部分と透過する部分と二つに分れそれぞれ鏡 M 及び N により反射せられて水を流せる管 R を通り直角プリズム P で方向を転ぜられて再び水を通り終（おわり）にガラス板 G から T の方向へ重なりて出てゆきます。二つの管 R のなかには互に反対の方向に水が流れているので，分れた光線の一方は常に水の流れと同じ向きに通り従って速度大きく，他は水の流れと逆に通り従って速度が小さくなりますから，後者の波動は前者に比して幾分遅れるわけです。この波動の遅れは両者が相重なりて T の方向へ出るとき干渉の現象を起しますからこれを測りて水中に於ける速度の差を求めることが出来ます。このフィゾーの実験はフレネルの理論を確める結果を得ました。これと同じ実験はずっと後にマイケルソン (Albert Abraham Michelson, 1852–1931) 及びモーリー (Edward Willams Morley, 1838–1923)（1868 年）によりて，また最近にゼーマン (Pieter Zeeman, 1865–1943)（1914 年）によりても繰返され同じ結果を得られています。

フィゾーの実験では水を流してその中の光の速度を直接に測ったのですが，この外に私たちが地球上で行ういろいろな光学的実験に於ては皆地球がエーテル中を動いているという影響が入って来ている筈（はず）です。しかし之等（これら）の実験は後に述べる如（ごと）くいずれも地球の運動のなかった場合と全く同じ結果を与えるのであります。フルネルの理論では各

物質内の光の速度は地球運動のために変化していますけれども，この場合にやはり全体として之等の影響が或る程度までは打ち消してしまいますから，上の事実と一致することが出来ます。之等のすべての光の現象は即ちフレネルの理論に勝利を与えるものと謂うてよかったのです。もし私たちがこれを認めることとするならば，最初に述べた絶対空間の問題の解決の鍵をここに見出さずにはいられません。真空には絶対に動かないエーテルが厳として存在しています。これが絶対空間を私たちに現示するものではないでしょうか。けれどもこの解決のなかには依然として隠れたる暗礁が潜められていたのです。物体の不透入性をエーテルに於てのみ無視していること，この事実はフレネルの理論をして終に凶運に導かしめずにはおかなかったのであります。

## 2.　弾性的媒質としてのエーテル (2)

前節に述べたフレネルの理論には物体の動くにも拘らずエーテルが一部分は空間に固着し他は物体に固着していることを仮定していますが，たとえ其の結果は事実と一致するとは云え，エーテルを弾性的な物質として解しようとする限り，これは不自然であることは否定出来ないのであります。それで斯ような不自然さを避けて之等の事実を説明せられるような仮説が他にも求められました。ストークス (Sir George Gabriel Stokes, 1819–1903) は即ちエーテルの物質性を保存して運動せる物体の近傍にあるエーテルがこれと一緒に運ばれることを仮定しました。地球上で行われる光の諸現象にその運動の影響のない事実は，地球の近傍のエーテルがこれに対し相対的運動を有しないことによりて最も簡明に説明せられます。又恒星から来る光の錯行現象にエーテルの流れが影響を及ぼさないためには地球表面を遠ざかるに従いエーテルの速度が適当に減ってゆくことを仮定すればいいのです。しかしこの結果はエーテルを圧縮されない完全流体であるとしなければならな

いことになり，そのなかにいろいろな矛盾を新しく作りました。そればかりでなくエーテルは全く物体と共に動きますからフレネルの随伴係数はここでは 1 となりてしまって，フィゾーの実験と合いません。之等（これら）の困難のためにストークスの説は捨てられねばならなくなり，やはりフレネルの方へ私たちを向わせました。フレネルに依（よ）れば，エーテルが一方で固体のような性質を有しているに拘（かかわ）らず，他方では天体が自由にこれの充ちた空間を動いて抵抗を感じないと云うことは不思議に見えるけれども，それは必ずしも理解し得ないことではなかろうとロード・ケルヴィン (William Thomson, Lord Kelvin, 1824–1907) も云ったことがあります。彼はこれを次のような例を引いて説明しました。膠（にかわ）や飴（あめ）のような物質はこれを固めて棒をつくればこれを叩いて音を出させることが出来ます。此の点では固体の性質を示しているのです。しかしこれに反して之等（これら）の物質で薄い板をつくり水を充した器の中程に浸しおき，其の板の下にコルク片を，また其の上に鉛の球をおいて，充分久しく放置すれば，一二ケ月の後にはコルクは板を通って水面に浮き上り，鉛の球は板を貫いて水底に沈んでいるのを見るでありましょう。コルクにはたらく浮力や鉛の重さは小さいには違いないのですが徐々に膠板を貫通せしめてしまうのです。此の場合に板は液体と同様に見做（みな）されるでありましょう。同じ物質でも力のはたらき様でこう異なるのであって，一般に急激な力に対しては固体の様になり，緩慢な力に対しては液体のようになるのです。水面を非常に急に強く棒で打てばそれが撥（は）ね返されるのも同様であります。之等（これら）を考え合せればエーテルが光のような速い振動——それは 1 秒間に $10^{15}$ 回即ち一億の一千万倍も数えられる驚くべき振動——に対して固体の如（ごと）くに作用し，これに比べては甚（はなは）だ遅い天体の運動に対しては流体のように見えることは必ずしも矛盾すべきことではないかも知れません。ケルヴィンはエーテルの密度を毎立方センチに $5 \times 10^{-18}$ グラムと推測し，そ

の弾性を鋼鉄の六億分の一に過ぎないといたしました。しかし一方から見れば，かような密度の小さなエーテルでも天体の運動などに幾分の抵抗は及ぼすに違いありません。ところがそれが実際にあらわれるかどうかはまだ頗る疑問でありまして，恐らくその抵抗を計算に入れる必要のない程，ニュートンの引力の法則はよく天体運動をあらわしています。此点では前節に述べたようにエーテルは不透入性を有しないで，従って物体がこの中で少しの抵抗も受けないという方が寧ろ適切のように思われます。それだけにエーテルが物質的の性質とは異ったものになるかも知れませんが，これもいろいろな事実が要求してゆくならば止むを得ないことであったのです。エーテルをどこまでも一の物質として解することの誤謬に就て私たちが覚醒しなければならなかった前兆は既に之等のなかに潜んで居りました。

エーテルを弾性的の物質とするならば，ここにもう一つの問題が起ります。それは通常の物質のなかには弾性横波と共に縦波も起るのです。光の波がエーテル中に起る弾性横波ならば，これに相当してエーテルのなかにあらわれる縦波は何であろうかということです。私たちは光の外に斯様な縦波の存在を実際に知りません。もしこれが起らないものならば，理論的にエーテルの弾性的性質はこの縦波の速度をして無限大ならしめるか，又は0にしてしまうものとしか思えません。これはそれぞれ丁度完全な非圧縮体であるか又は完全な圧縮体である場合に相当します。もしエーテルが非圧縮性のものならばこれが密度を変えることは出来ませんから，前節のフレネルの理論とは一致しません。尤も此の場合にノイマンは密度の代りに弾性率の変化を考えて種々の物質の光学的特性をあらわすことが出来るのを示しました。これに反して完全な圧縮体であると仮定しますと密度の変化は可能になりますけれども，丁度引張られたゴム膜のように自分で収縮しようとする性質をもつことになります。宇宙に充ちたエーテル又は物体のな

かにあるエーテルはそれぞれこれを縮まらない様に引張っておく外枠を必要としなければなりません。こんなわけでエーテルを物質的に考えるためにはますます不思議なことを仮定しなければならなくなりました。しかし之等の説を主張していたケルヴィンの言を仮りて云えば，それらのことが真実であるかどうかは私たちが憶断すべきことではないのです。もし光の現象を説明するためにどうしてもこれだけのことが必要であったのならば，それが即ち真実であるということのほんとうの意味なのです。斯ようにしてエーテルの性質が私たちに不思議な謎のように見えると云うことは必ずしも問違ったものとは云えません。すべての物質はもっと不思議な謎を含んでいるのです。エーテルは一番簡単な物質なのであって，これに反し空気や水やガラスやそれらのなかにはもっと複雑な私たちの知らない性質が入っています。見慣れているという事実はその不思議さを減ずるものではないのです。こう云うケルヴィンの言は私たちのいつも省慮しなければならない処を指摘していると謂えましょう。論理の必然の結果が私たちを導いてゆく処，それが「真」の世界なのであって，これを措いて外に真を求め得ないことを示しているからです。理論的にエーテルに与えた性質が妙であるからと云って理由なしにこれを捨てる訳にはゆきません。しかし今日の私たちから見ればケルヴィン等の到達した路は必然的であったとは思われないのです。彼等はエーテルを弾性的の物質としてのみ解釈しようといたしました。波動の媒質として斯様なものが必要であると信じていたからでした。この前提のもとにのみ彼等の路は必然であったのでした。けれどもこの前提そのものが漸く疑われなければならない時運が私たちのまえに展げられたのでした。それは電磁気現象の理論的研究であります。私はそれに就て少し説明しようと思います。

## 3. 電磁気的媒質としてのエーテル

光の現象の研究と相平行して電気及び磁気の現象の研究が進むに従い，之等（これら）の範囲に於ける私たちの知識は昔とはずっと変ってきました。もと電気は物質のなかに含まれた非物質的な流体と考えられ，陽陰両種が分れて存在するときには，これを含める物体の周囲に万有引力と同様な引力もしくは斥力を及ぼすものとせられていました。また電気が物質中で流動するときには電流を生じ，電流の周囲の空間には磁気にはたらく力を起すものですから，磁気そのものは物質内に小さな電流が廻ることによりてあらわれるのであると仮定せられました。十九世紀の中頃近くまで之等（これら）の研究はフランス，ドイツなど欧洲大陸に盛でありましたが，いずれも電気，電流及び磁気の相互の間の作用を尋ねることを問題としておりました。そこには電気や磁気を含有している物体のみが主として眼ざされていたのです。之等（これら）の物体は空間のなかで相隔たりておかれていながらお互に力を及ぼすことが出来ます。ところが一体之等（これら）の力は直接に離隔した物体をその作用のもとに相攫（つか）むものなのでしょうか。物体間に挾まれている空間そのものはこの力に対して何の関係も有たないものなのでしょうか。こう云う疑問はまさに提出せらるべくして長く潜んでいたのです。然（しか）るに偶然なことでもありましたでしょうが英国のファラデー (Michael Faraday, 1791–1867) によりてまず次のような事実が実験的に見出されました。二枚の金属板を平行に並べて蓄電器をつくり，其の電気容量を測ると，これは板の間に挾まれた物質によりて変ります。空気中に板を向け合せたときに比べて，この間にガラスやエボナイトなどを入れると著しく容量を増すのです。容量を増すのは丁度（ちょうど）金属板の間の電気力が大きくなったのと等しいのであって，つまりこの力は其の間にある物質によりて変ることが判ります。そうしてこの事実は亦中間の物質が金属板の間の力を伝達するに与（あず）かっていることを示すものです。ファラデーは之れに眼をつけました。電気力が遠くへはたらくのはその中間の物質が特種

の状態になりてこれを伝えるからであると解しました。物質のない空間へもこの力が伝わるのは，そこにやはり或る媒質があるからであって，これは光を伝えるエーテルと同じものではないであろうかと，斯(こう)考えました。彼は電気力と同じ様に磁気力をも解し，まず後者の場合に力の伝わる模様を研究しました。磁石極のまわりに鉄の細粉を撒(ま)くとこれが力の方向に並びます。これによりて力の伝わってゆく路を空間のなかに跡づけることが出来ます。これが指力線というものであり，これに添うて媒質が偏極している状態を仮定しました。ファラデーの之等(これら)の思慮は爾後(じご)電気及び磁気力の研究をして媒質の偏極状態の理論に集中せしめました。そうして彼の後継者マックスウェル (James Clerk Maxwell，1831–1879) をしてついにこれが理論を完成させるに至りました。マックスウェルは静電気及び磁気力の場合から一般の電流の場合に之を拡張し，更に電流が随意に変化するときの媒質の状態を論じました。電流が交互に其の方向を逆にする場合即ち電気の振動が起るとその周囲の媒質ではやはり電気力並に磁気力の振動が起りてこれが有限の速度で遠方へ伝わってゆきます。マックスウェルはこの速度が真空中で丁度(ちょうど)数量的に光の速度に等しいことを見出し，且(か)つ電気力と磁気力とは互に垂直の方向をなしながら共にこれが伝播する方向に垂直な面のなかに横わること，即ち純粋に横波をつくりて進むことを理論的に導き出し，遂(つい)に光はこの電気及び磁気力の波動に外ならないであろうという予想に到達しました。私たちはこのマックスウェルの理論が如何(いか)に美事に其の驚嘆すべき結果と相繋がっているかに対して眼を見張らずにはいられません。この必然な論理なしに光が電気及び磁気の波動であることを誰が予想し得たことでしょう。マックスウェルのこの発見はまことに理論の偉大なる勝利でなければなりません。その後のたくさんの実験的研究はこの勝利を完全に彼の手に握らしめるためにのみあらわされました。1888 年ドイツのヘルツ (Heinrich Rudolf

Hertz, 1857–1894) は実際に電気振動から起る電気及び磁気の波の存在を証明し，且(か)つこれが全く光と同じ性質をもっていることを示してマックスウェルの予想を直接に確めました。それから今日まで一方電磁波の諸研究と他方では光波と電磁気との相互作用に関するいろいろな発見はもはやこの二つの波動の同一であることを疑う余地を絶対になくしてしまったと云うてもよいのです。斯様(かよう)ようにして光を伝えるエーテルは亦電磁気の媒質に外ならなくなってしまいました。

光と電磁波とが同一であることが明らかになった上で，なお光をエーテル中に起る弾性波と考えてもよいかどうかは，電気及び磁気の波がこれと一致し得るかどうかという問題に帰せられます。言い換えれば電気及び磁気を物質の弾性として説明せられるかどうかと云うのと同じであります。これに関しては実際に，力学的の性質として電気や磁気を解釈しようと云う試みもいろいろ提出されたことがありました。されどこれはいずれも完全に成功せずに終りました。そうしてこの努力が恐らくはなお幾らかの人たちによりて続けられていたうちに，19 世紀の終(おわり)に至りて形勢がすっかり変ってしまいました。真空管現象の研究が陰極線などの発見の動機となり，この陰極線が分子や原子よりも遥かに小さな粒子であってそれが陰電気を有っていることや，この小さな電気粒子がいずれの物質から出ても同一の電気量，同一の質量をもっていることや，又光を発する物質の分子のなかには陰極線にあらわれるのと全く同じな粒子が動いていることや，又これと同時に電気を有する物体が動くと惰性的質量を生ずることや，之等(これら)の著しい事実が続々と知られて来て，遂(つい)にすべての物質の分子や原子はいずれも電子と名づける小さな電気粒子の集合体であることが想像せられるようになりました。私たちは物質のすべての性質を説明するために，まず電子の電気的性質を仮定しこれを根本としてその集合せる体系のいろいろな性質を導き出そうとするようになりました。従って電気や磁気

を弾性によりて説明しようとするのでなくて，却(かえ)って逆に弾性をも電子の性質の方から結果せしめようとしているのです。この立場即ち今日の電子論から云いますと，エーテルはもはや弾性的な媒質ではありません。それは電気及び磁気力を伝える媒質として見なされればよいのです。そうして斯(か)ような媒質としてのエーテルはもはや通常の物質とは同一視されないでありましょう。何故(なぜ)なれば電子論に於ては物質は必ず電子から集成せられているのに反し，エーテルは其の電子と電子との間の空間を充たす媒質であって，それ自ら電子的構成をもつことは出来ません。従って弾性のような性質は電子の集合関係によりて始めて物質にあらわれるのに反し，エーテルそれ自らにはこれを欠いていると見なければなりません。エーテルの密度とか弾性とかはここではもはや無意味なのでありまして，之等(これら)の点から見てエーテルは既に物質ではないのであります。只(ただ)どこまでもそれは電気及び磁気力を伝える媒質としての或るものなのであります。

光の波動や電気及び磁気力を空間に伝えるためにはそこに物質が必要であるとして私たちは最初エーテルを導いて来たのでありますが，エーテルが通常の物質とは全く異っていると結論された以上，この論理をもう一度能(よ)く反省してみる必要があります。物質の存在しない空間になお非物質的なエーテルを置かなければならないのはどういう訳なのでありましょうか。それは取りもなおさずその空間に電磁気力の如(ごと)き物理的作用又はその変化が認識されなければならないからです。此の認識の対象体としてのみ私たちは媒質としてのエーテルを要求するのです。何故(なぜ)なれば真空そのものは物質の存在しない空間であるばかりでなく，又同時に斯様(かよう)な物理的現象の認識の対象体として見なし得ないということ，即ち真空は現象的にも空虚であるということが私たちの頭に泌みこんでいたからであります。ともかく私たちがもし此の意味でエーテルなる媒質を必要とするならば，この媒質そのも

のは何等かの物理的実験によりてその存在を認め得なければなりません。物体が動くときにエーテルはどんな状態におかれているかと云うことが再び此処に問題となりて起って来ます。

マックスウェルの導いたいろいろな関係は物体が静止している場合でありました。エーテルも勿論これに対し静止しているものとせられていたのです。そうして之等の関係は私たちの知っているすべての実験によりて確められましたが，物体が動くときにそれがどうなるかは遽かに見究め得られなかったのです。もし私たちが従来力学で知っている運動の相対性がこの場合にもその儘成立つものとすれば，物体が動くと云う結果と，物体が静止していて観測者が逆に動くと云うこととは同じでなければなりません。ヘルツはこの相対性が成立つことを仮定して其の法則を求めました。しかし電磁気現象の場合にはエーテルを認めていますから，ヘルツの理論は物体と一緒にエーテルも運ばれると云うことになります。これは丁度前に光の現象に関して申し出されたストークスの説と同様になる訳です。そうしてストークスの説がフィゾーの実験などと一致しなかったと同様に，ヘルツの理論はやはり不幸にして事実と矛盾することが間もなく明らかになりました。その一つはアイヘンワルドが 1903 年に行なった実験であります。

蓄電器の板の間にガラスとかエボナイトの如き電媒質をおき蓄電せる場合に，電媒質のみを速く動かすとそこに一種の電流が起って周囲に磁気力の場を生じます。これは始めてレントゲン (Wilhelm Conrad RÃűntgen、1845–1923 年) が見出した現象で，レントゲン電流と云うております。この事実は蓄電器の金属板にある電気と反対の電気が電媒質に感応してあらわれていますから，金属板が動かないのに電媒質のみが動くと，感応電気が運ばれて電流を起すのであると解釈されます。アイヘンワルドは此の実験を稍変更して電媒質と金属板とを同時に動かして見ました。もし此の場合に更に観測者までも一緒に動いたと想像

しますと，すべてが皆同じ速さで動くときは少しも相対運動がないことになりますから，全体が静止しているのと同じでありましょう。従って金属板と電媒質とに静電気はあっても電流はあらわれません。この電流の起らないものを観測者だけが運動を共にしないで見たとしてもやはり同様でなければならない筈（はず）です。ヘルツの理論はこう云う結果を要求しているのです。この事は言い換えれば電媒質に感応してあらわれこれと一緒に運ばれる電気は，金属板にあるのと反対で且（か）つその量が丁度（ちょうど）等しいと云うことになります。そうすれば両者が同時に動いたときも反対の電流が打ち消すようになるからです。しかるにアイヘンワルドの実験によりますと金属板を一緒に動かしたときもなお電流が打ち消されずに残りました。そうしてその量は丁度（ちょうど）電媒質に感応した電気のうちでエーテルに属する部分は空間に固着して残され，物質に属する残りの部分だけがこれと共に運ばれると見なしたのに相当しております。この実験は近頃（1914年）スレピアンという人によりても繰返されましたが同じ結果を得られました。

同じ意味でヘルツの理論を否定した実験は1904年ウイルソンによりて企てられました。これは二つの金属板と其の間におかれた電媒質とを磁気力の場のなかで速く動かしたのです。磁気力の方向を板に平行にしておきますと，これが運動せる電媒質に感応してその両面に電気を起します。金属板と電媒質とは一緒に動いていますから相対運動はないので，ヘルツの理論から云えば之等（これら）が静止して逆に磁場のみが動いているのと同じになり，感応電気が全部金属板にあらわれる筈（はず）であります。然（しか）るにウイルソンの実験の結果はやはり感応電気のうち物質に固着せる部分だけが金属板にあらわれ，これに反しエーテルに属する部分は動かずに空間に残されていることを示したのです。

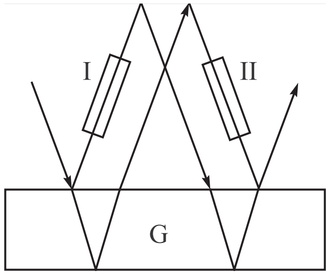
以上の実験は遂（つい）にヘルツの理論を救うべからざるものにしてしまいました。そうしてその代りにエーテルの絶対静止を仮定せるローレ

ンツ (Hendrik Antoon Lorentz、1853–1928) の理論を私たちに奨(すす)めたのです。この理論では物質を電子の集合体と見なしています。電子はその周囲のエーテルのなかに電気力の場をつくり，またこれが動くと磁気力の場を生じますけれども，電子が動いてもエーテルは絶対に動かないのです。この点でローレンツの理論は光の現象に関するフレネルの説と一致しています。只(ただ)フレネルの場合には物質の内部で密度の大きなエーテルを仮定し，物質に固有なエーテルの部分は物質と共に動くと考えましたけれども，ローレンツの場合にはエーテルはもはや密度の差異を区別されるような弾性的媒質ではなくて，どこも一様な電磁気的媒質でありますから，物質の内外に於て相異はありません。物質が真空と異なる処はそこに電子があるだけなのであります。しかし物質の内部ではその場処のエーテルが電気力をうけて偏極する外に，分子又は原子内にある電子が一方に偏りてやはり偏極状態をつくります。この結果が物質の電気的及び光学的特性をあらわすのです。そうして物質が動かされるときにはエーテルはその儘(まま)空間に残されますけれども，物質に固有な電子の偏極状態がこれと共に運ばれます。物質に属する感応電気といったのはこの電子の偏極によりてあらわれるものに外ならないので，丁度之等(ちょうどこれら)の事情がアイヘンワルドやウイルソンの実験と一致することは容易(たやす)く理解されるでありましょう。此の外にローレンツの理論はすべての光学的実験とも一致し特にフィゾーの実験のような場合にもフレネルの随伴係数と同じものを与えることが示されました。斯(か)ようにしてエーテルは電磁気並びに光の媒質として絶対に静止しているものであるように見えたのでした。しかしこのエーテル従ってそれの静止せる絶対空間は，果して私たちの認識の対象として確立せられ得るものなのでしょうか。これに就(つい)てなお考慮が必要なのでありました。

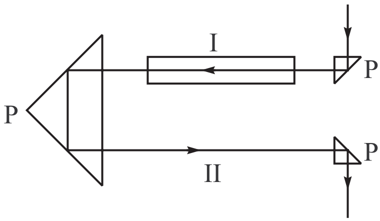
## 4. エーテルに対する地球の運動

ローレンツの理論は絶対静止のエーテルを仮定することによりて光及び電磁気の現象を説明することが出来ました。もしこのことが完全に成功しましたならば私たちはエーテルなる媒質を空間に於て物理学的に認識したものと謂うてもよいのです。たとえエーテルを直接に触覚や視覚によりて探り得ないと云ってもそれは勿論認識の対象体たることを妨げはしません。私たちは物理学的法則によりてこれが存在を保証せられることに於てのみその完全な認識を期待すればいいのです。前節に述べたいろいろな実験はローレンツの理論の確実さを証明するものではありますけれども，またこれだけではそのあらゆる結果の判断は尽されてはいないのです。私はここであらゆる結果ということを特に注意しておきます。認識の直接さとか間接さとかは私たちの問題ではないのでありまして，往々この点に関し誤解があるようですからこれを審かにしておきたいと思います。

エーテルの絶対静止という事実から起る重要なる問題は，このエーテルに対して運動せる地球の上で行われた光及び電磁気現象にどんな影響を及ぼすかと云うことであります。もしこの影響が実際に求められ，そうして数量的に測られたならば，それからエーテルに対する地球の速度をも決定することが出来るでありましょう。この問題はまず光の現象に就て考究されました。その最も旧いのはアラゴ (François Jean Dominique Arago, 1786–1853) がプリズムを通過する光の方向に関して実験したものです。地球のエーテルに対する運動はもとより最初からは判然してはいませんけれども，その太陽に対する運動とあまり多く異ったものではないであろうと予想されます。そこで光がこの地球の運動と同じ方向にプリズムを通る場合と，逆に通る場合とを比較しましたけれども，実験の結果は殆ど差異を見なかったのです。又ケットレルは 1873 年に **第 3 図**のような装置で一つの光線を二つに分ちその




**第 3 図**




**第 4 図**

各を異った方向に水筒中を通過せしめ再びこれを重ねてその干渉の縞を見ましたが，この装置が地球の運動に対しどんな向きに置かれても少しも変化を見ませんでした。(I) 及び (II) は相等(あいひと)しい水筒，M は鏡，G はガラス板です。光線は矢をつけた線の如(ごと)くに進みます。）次にクリンカーフュースは 1870 年に光が気体を通過して生ずる吸収スペクトル線が地球の運動によりてその波長を変ずるかどうかを実験しました。（**第 4 図**で P はすべてプリズム，I は気体を充(みた)した長い管でこれを地球運動の方向に向けて測りました。）ナトリウム蒸気の吸収線に就(つい)て測った結果，彼はその線が少し移動するのを認めましたが，恐らくこれは何かの見誤まりであったので，1901 年ハガという人がもう一度この実験を繰返してそういう影響のないことを示しています。

この外にフィゾー（1861 年）はガラス板を斜に通る偏光の偏りの面の廻転が地球の運動によりてどんな影響をうけるかを実験し，またマスカルト（1872 年）及びレイリー (John William Strutt, 3rd Baron Rayleigh、1842–1919)（1902 年）は光の偏光面の廻転を起す結晶体の場合に同様のことを実験し，またノルドマイヤー（1903 年）は発光体から一定の方向に出る光の強さが地球の運動によりて変って見えるかどうかを実験しましたが，いずれもその結果は否定的であって，地球上で行う之等(これら)のすべての光学的実験に於てその運動の影響はあらわれて来ないのでありました。

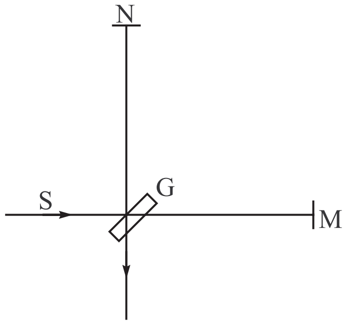
そうしてこの事は光の現象ばかりでなく，電磁気の現象についても

同様でありました。レントゲン（1888 年）は水平におかれた蓄電器の板の上に磁針を横たえて見ました。板の上の電気が地球と共に動くならば電流と同様に磁針にはたらきはしないかと予期されましたが，実験の結果はそれを否定しました。またデ・クードル（1889 年）は二つの全く相等しく，しかし巻方の逆になっているコイルを平行に於て電流を通じ，これがその中間におかれた第三のコイルに起す感応電流を測りました。全体が静止していれば前の両者の及ぼす感応は丁度（ちょうど）打ち消す筈（はず）でありますが，之等（これら）が地球と一緒に動いている場合にどんな影響があるかを験しました。次にケーニッヒスベルゲル（1905 年）は強い電磁石の場に蓄電器をおいてその二つの金属板を針金でつないで見ました。これが地球と共に動いているならば前節のウイルソンの実験に於けると同様に蓄電器の板に電気があらわれはしないかを試みました。しかし之等（これら）の実験はやはりいずれも地球の運動の影響をあらわさなかったのです。

以上のたくさんの光学的並びに電磁気的現象に於て地球の運動が少しも影響を及ぼさないと云うことは，ちょっと見ると不審のようでありますが，之等（これら）はフレネル並びにローレンツの理論とは矛盾しないものであることが示されました。そこには絶対静止のエーテルを仮定してはおりますけれども，このエーテルに対して等速運動をなしている観測者から見ても，その速度が光の速度に比べて余り大きくない限りは法則が変化しないことが理論的に導かれるのであります。つまりこの理論の与えるすべての関係式はそういう観測者に対しても同じ形になっているのです。ところで実際に地球が太陽の周囲をまわる速度は――期節によりて多少の差はありますが――光の速度の一万分の一ぐらいに過ぎませんから，丁度（ちょうど）この事が当て嵌（は）まるのでありまして，上の実験の結果はただ此の理論を裏書するのに外ならないのです。この理論の結果をもう少し数学的の言で云い足しますと，運動せる観測者

に対する関係式の中へはその運動速度と光速度との直接の比はあらわれて来ないので，只この比の二乗以上の小さな量に於てのみ影響すると云うのです。地球の運動の場合にこの比の二乗は既に $10^{-8}$ 即ち一億分の一になりますから余程精密な測定の出来る実験でなければあらわれないのです。しかしもしこれが可能なものであればそのときに始めて地球のエーテルに対する運動が認められることになるのでありましょう。

　この問題は極めて大切なものであることは以上の説明から解ることと思います。そこでこれを解決し得るような実験として 1881 年にアメリカのマイケルソンが次のような企を起しました。**第 5 図**に示す S は光源で之から出た光が斜におかれたガラス板 G を通り互に垂直な二つの光線に分れます。そうしてそれぞれ G から等しい距離にある鏡 M 及び N で反射してもとの路を戻り T の方向へ重なって出て干渉を起します。此の装置を適当に廻して GM または GN の一方を地球の運動の方向におけば他はこれに垂直になります。マイケルソンは T に於ける干渉の縞が GM を地球の運動の方向に向けたときと GN を向けたときとで，どの位変るかを実験しました。この場合にも理論上からは地球の速度と光速度との比の一乗の影響はありませんけれども，その比の二乗の程度で変化が起ります。これはかなり小さなものに違いありませんけれども，干渉の縞が光波の一波長の数分の一ぐらい移動するだけの変化を起させることは出来ます。そうして斯ような変化がもし存在するならば，確に実験的に指摘し得られる筈なのでありました。マイケルソンはこの実験を出来るだけ精密に行おうとしました。そうして 1887 年にモーリーと共に更に改良された装置によりてこれを繰



**第 5 図**

返しました。

驚くべきことにはその結果はすっかり予期に反したのでした。理論上あるべき筈（はず）と思われた変化が少しも見出されなかったのです。測定の誤りとするには余りに差異が多過ぎたのでした。今まで知られていた光及び電磁気現象とは矛盾する処のなかったローレンツの理論は，ここに来てとうとう一つの大きな困難に衝き当ったのでありました。が，それはとに角実験的に地球運動はその速度と光速度の比の二乗の関する処に於ても光の現象に影響を及ぼさないということが茲（ここ）に明らかになったのであります。

私は次にローレンツがその理論をいかに変更しなければならなかったかを述べる前に，もう一つ電磁気現象に関して同様の結果を示した実験を記しておきましょう。それは 1903 年になってトルートン (Frederick Thomas Trouton, 1863–1922) 及びノーブルのなしたものですが，地球上で蓄電器を蓄電する場合にこれに回転偶力があらわれるかどうかを精密な捩秤（ねじりばかり）で測ったのであります。蓄電器に電気を与えればそれだけエネルギーが増しますから，もしこれが地球と一緒に動いているとすれば電気的エネルギーの運動のために電気的運動量が与えられることになります。ところがエネルギーと等しく運動量にも保存の法則があってその総和を変じ得ない筈（はず）ですから，電気的運動量の増しただけ，これと反対の方向に機械的運動量が起って，蓄電気板を回転させなければなりません。この偶力の大きさは板が地球の運動方向に対し 45° 度傾いているときに最大であって，運動速度と光速度との比の二乗に比例します。しかしこの偶力の存在もトルートン及びノーブルの実験によりて否定されてしまいました。かくて之等（これら）の実験が私たちに何を語っているかを考察する時期が来たのでした。

## 5. ローレンツ収縮

一方でマイケルソン及びモーリーの光学的実験，他方でトルートン及びノーブルの電磁気的実験は，地球の運動が其の上で行われる現象の上に私たちの測定に入り得る程な影響を少しも及ぼさないことを示すものでありました。少くとも地球速度と光速度との比の二乗に比例する影響が存在するであろうと予期されていたのに対し，それは大いなる驚異であったに違いありません。私たちは理論の欠陥をどこに求め，どう改めたらいいかを考究しなければならない場合に立ち到ったからです。しかもこの解決は私たちの従来考え及ばなかった変革を必要としていたのでした。1855 年頃に既にそれが偶然独立にフィッツジェラルド (George Francis Fitzgerald, 1851—1901) 並びにローレンツによりて遂げられたのです。この二人の人はいずれも，運動せるすべての物体はその運動の方向に或る収縮を起しているものであることを仮定しました。そうして運動の速度が $v$，光速度が $c$ なるとき，その収縮はもとの長さの

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

倍であるとすれば，丁度実験の結果と一致することを見出しました。マイケルソン及びモーリーの実験の場合にはもとの理論から云えば，光が地球の運動の方向に或る距離を往復するに要する時間は，これと直角の方向に同じ距離を往復する時間に比べて，少し長い筈であったのです。それだけ光波が遅れて干渉の縞の移動を来すであろうと思われたのでした。けれど前者の距離は実は地球の運動のために収縮を起しているのであるとすれば，光の往復する時間も少なくなり，丁度後者と等しくなることが出来ます。この収縮がもとの長さの

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

倍になれば両者の時間が全く等しくなることが計算せられるのでありまして，その結果が丁度実験と一致することになるのです。またト

ルートン及びノーブルの実験の場合にも蓄電器の板の間の距離が幾分収縮することによりて廻転偶力が打ち消すことを理解せられます。物体がすべて運動の方向に収縮するという仮定，これを私たちは簡単のためにローレンツ収縮と呼ぶことにしましょう。

ローレンツ収縮の仮定は之等(これら)の実験を説明することが出来るにしましても，それは最初私たちの思惟を満足せしめるのに困難であったことは否定されない事実であります。それは私たちが従来の力学的の法則を信じ，これを容易(たやす)く打ち壊わそうとは思はなかったからでした。実際の物体はその形体を絶対に変えないものはありません。即ち完全な剛体というものは理想的にしかないものではありますけれども，それでもいろいろな物体はその儘(まま)では形体を保存していると思われました。形体の変化は力のはたらいたときだけに起り得るものであって，しかも同じ力が作用しても弾性に従って或るものは多く或るものは少なく変形します。且(か)つ物体は一様な運動に置かれただけでは力は作用していないのですから，これが為に変形を起すということは力学の法則のうえに考え得られないのです。然(しか)るにローレンツ収縮はこれに反してすべての物体が何も力を受けないでも単に運動状態におかれただけで起るものなのですから，そうしてその量はどんな剛いものでも軟かいものでもその差別なく運動の速度のみによるのですから，なおさら理解に苦まなければなりません。この物理的原因を果してどこに求めたらよいかと云うことは，仮定そのものよりも一層大きな困難であったのですけれど，またこの仮定の承認のうえに必要な希求でなければなりませんでした。

私たちの従来の思惟の論理にとって相容れない余りに不思議な事実をさえローレンツ収縮の仮定は含んでおります。物体がだんだん其の速度を増すとすると収縮はやはりその度を増さなければなりません。

もし物体の速度が光速度に等しい程のものがあると想像したならば,

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

は 0 になってしまうでしょう。従ってどんな物体でも其の状態にありては運動の方向の厚さを有しないことになります。光速度よりもっと速く動く物体があったとしたならばもはや私たちはこの法則のもとにそれを云いあらわすことが出来ません。その場合には

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

は虚数になってしまうからです。実際に私たちは物体をそんなに速く動かす方法を知りませんし，またそう云う運動のあり得ることを経験しないのではありますけれども，私たちの力学は充分に大きな力を考えることによりてそう云う物体の運動を想像することを当然許します。そうすればローレンツ収縮をうけて之等（これら）の物体がその厚さを失ってしまうことをも是認しなければならないのでしょうか。私たちはその場合になおこの物体の物質を容れる空間をどこに想像したらいいのでありましょうか。収拾することの出来ない惑（まどい）をそこに私たちは湧かせるばかりであります。

斯様（かよう）な惑乱は私たちにローレンツ収縮の仮定から免れて他にマイケルソンの実験などを正しく解釈する路がないであろうかどうかを屢々（しばしば）反省させました。誰も考えつくことはローレンツの理論では光源の運動が光速度に対する影響を無視しているということです。実際光源はどんなに動いていようがその周囲に充ちている絶対静止のエーテルのなかへ一度波動として伝えられた光はエーテルに固有な一定の速さで拡がるものとせられていました。只（ただ）光源が波動の拡がる速さよりももっと速く動いたならば, 波面が通常の形でつくられなくなります。マイケルソンの実験の場合でも，もし地球がその上にある光源と共にそ

んなに速く動くとしたならば，もはやローレンツ収縮の仮定をその儘(まま)用いることが出来ないというのも，其の原因はここにあると思われます。絶対静止のエーテルの仮定から云えばこのローレンツの理論は至当のように見えますけれども，それはやはり一つの仮定であって，私たちはこれを疑ってみることが出来たのでしょう。もし光が昔ニュートンの考えたように小さな粒として光源から発射されるものならば，光源の動いている方向に出たものはその速さだけ速く進み，反対の方向にはそれだけ遅く出るということが力学的にかなっていると思われます。光が波動としてエーテルに伝わるにしても，これと同様になるかも知れないのです。殊(こと)に光がエネルギーを有し運動量を有するというような事実は，此の仮定を必ずしも不当とはしないでありましょう。そうすればマイケルソンの実験で地球の運動の方向に進む光は，光源がこれと一緒に動いていますからそれだけエーテルに対する速度が大きくなりているわけです。従ってこれを動いている地球の上から見れば，地球に対する速度は全く運動のなかったときの速さと同じになるでありましょう。夫(それ)故往復の時間に差異を生じないことも当然の結果となります。光の速度を斯様(かよう)に仮定すれば不思議な収縮を想像することなしにマイケルソンの実験が説明せられるではなかろうかと云うことは，恐らく多くの人々の考え及ぶ処でありましょう。しかしこれは実はエーテルが物体と一緒に運ばれるとしたヘルツの理論と同一に帰するのでありまして，その相対性の結果は勿論(もちろん)地球運動の影響を絶無にし，マイケルソンやトルートン及びノーブルの実験などと一致することは出来ますけれども，却(かえ)って第 3 節に述べた実験に於て衝突することになります。もしまた此のエーテルの運動の仮定と離れて，光の速度が光源の運動に関することを承認しようとするならそれは明らかに二重星の現象に於ける事実と矛盾します。二重星というのは，二つの星が互に同一の点のまわりを，同じ軌道を描いてまわっているもの

で，斯様（かよう）な星から来る光を其の軌道の面のなかから見たならば，二つの星の運動が互に逆の方向をなすために，一方が遠かり一方が近づく場合には光の速度が光源の運動によるとすれば，それだけ異なるわけであります。その差異は大きくなくても，遠く離れた空間に之等（これら）の光が達するには時間の上で大きな差異が生じます。実際の二重星が斯様（かよう）な事情なしに観測されることは光の速度の一定であることを示していると解してよいのでしょう。私たちは斯（か）ようにしてやはりローレンツの理論へ戻らなければならなかったのです。

人々が不審の眼を見張って徒（いたず）らに驚いていた間に，ローレンツは物体の運動による収縮の事実に対して存在しなければならなかった物理的原因を探すことに骨折りました。そうして彼の理論の基く物質の電子的構成に於てこれを見出そうとしました。彼に従えば物質はすべて電子からつくられています。そのなかには陽電気と陰電気とを有ったものがあって互に引力及び斥力を及ぼしています。物体が一定の形体を保つのは之等（これら）の力が互に釣合って平衡状態にあるからなのです。ところが電気をもったものはこれが運動すると磁気力を生じます。このために物体が運動したときには力の釣合の状態が変らなければなりません。ローレンツ収縮はこの結果として起るものに外ならないと彼は論じました。この論は極めて巧妙につくられていることを私たちは認めなければなりません。あれ程不思議と思われた現象を，すべて私たちの従来知っている力学及び電磁気学の法則の範囲に於て遺憾なく説明するということは思いもよらなかったからです。けれども落ちついて考えると，このローレンツの証明のなかには，なおいくらかの懐疑が含まれているのです。その難点は電気及び磁気力だけでは，分子や原子は実際釣合の静止位置をもつことが出来ないという事実を見遁していることです。これは電磁気の理論から容易に証明の出来ることなのです。分子や原子の位置を決定する力はこの意味で純粋に電磁的で

あり得ないのですが，ともかく何等かの他の力が加わって物質の弾性をつくっているのです。それ故に物体の運動によりて電磁気力は変ったにしても，果してローレンツの云うような形体の変化が起るかどうかは，それだけでは疑われなければなりません。

ローレンツの理論はなお斯ような疑を残してはいましたが，その仮定せる短縮がもし事実であるならば，それの直接の結果を私たちが実験的に見出すことが出来ないであろうかという問題が更に提出されました。レイリー（1902 年) はローレンツ短縮が物体に歪を起して光に対する複屈折を起させはしないだろうかと考え，長い管に二硫化炭素または水を充してこれを種々の方向において検しましたが，少しも変化を認めませんでした。またガラスは実際圧縮などによりて複屈折性になるものですが，ガラス板を幾枚も重ねてみても，これに対する地球運動の影響は見られなかったのです。1904 年にブレースも同様の結果を確めました。またトルートン及びランキン (Rankine)（1908 年) は針金の電気抵抗がその長さの短縮によりて減じはしないかを試みる為めに長い針金を地球の運動の方向に張りて電流を通しましたが，やはり変化を認めなかったのでした。つまりローレンツ収縮はエーテルに対し静止している観測者から見れば起っているにしも，地球と一緒に動いて見ればそれは少しも判らないということを示しているのです。マイケルソンの実験の場合でも地球上ではその短縮を認め得られないのも同様な理です。

この事実はなお能く分析して考えてみる必要があると思います。まず物体の長さを直接に物指で測る場合で云えば，地球上でその物体の長さは短縮しているに違いありませんが，これを測る物指それ自らも同じ割合に短縮しているならば，それで測った処で，長さをあらわす数量には変化を起さないことになります。マイケルソンの実験はこれを肯定しているのだと解せられます。けれども果してどんな物質でも皆

同じ割合に縮むものであろうかどうかは，只(ただ)一つの実験だけでは不充分であるとも思われます。この疑(うたがい)をなくすためにモーリー及びミラー (Miller)（1905 年）はマイケルソン及びモーリーの前に行った実験を異った物質を用いて繰返してみました。マイケルソンの場合には全体の光学的装置を砂石(サンド・ストーン)の大きな台の上に載せ，廻転に差支(さしつかえ)のないようにこれを水銀の上に浮べたのでしたが，モーリー及びミラーは砂石の代りに白松の台を用いました。けれども結果は同じことであったので，石でも樹でも収縮の割合に変りはないのを確めました。物指(ものさし)で測る場合はこう云う訳で地球上では変化を認められないことになりますが，これと同時に地球上で測っている光の速さは，地球の運動の方向にもこれと垂直の方向にも変りのないことをゆるさなければなりますまい。もしそうでなかったら **第 5 図**の GM 及び GN を往復する光は互に同じ時間を費すとすることが出来なくなるからです。ここに稍(やや)複雑な関係が起って来ます。光の速さはこれが経過する距離と時間との比であります。そうして GM と GN とを往復する光の速さは地球上から見て同じでなければなりません。然(しか)るに一方にエーテルに静止して見たとしても，エーテルがすべての方向に同じ性質を有する以上，これはやはり同じである筈(はず)です。それにも拘(かかわ)らずこの後の観測者からは GM なる長さは GN に比し短縮して見えているのです。之等(これら)の関係は果して予盾なしに互に相容れ得るでありましょうか。

　この問題の解釈はかなりに困難なものでありました。しかし一度大胆に長さの短縮を仮定したローレンツは 1904 年になって更に奇妙な事実を想像してこれを理解しようとしたのです。それは従来の考え方によれば，どの場処でも私たちは一定の時刻と，これが経過を示す時計とを決定することが出来る筈(はず)ですが，光の進行に関してはエーテルに対して動いているときに，この一般の時間とは異った意味の時間を認めなければならないと云うのです。即ち地球上で光の進行を測るに

は場処によりて異った時間をゆるさなければならないのです。例えば**第 5 図**の G 点に於て地球上の時計をエーテルの時計と合せて於ても，これと相隔たった M 点に於ては此両者の時計は必ずしも同時刻を示しません。もし地球の運動がこの GM の方向にあるなら，エーテルの時計よりも地球の時計の方が時刻が前になっていなければなりません。時刻が場処によりて違うと共に時間の長さもその二つの時計に於て違っています。つまりエーテルの時計が空間のすべての場処で絶対の時を示す外に，光の進行を測るためには地球又はその他の運動せる座標系で各の場処に於て相異った時が定められなければならないのです。ローレンツはこれを局所時と名けました。同じ場処では局所時を示す時計の進みは，絶対時を示すエーテルの時計よりも

$$\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

倍だけ遅くなります。又或る場処でこの二つの時計が同じ時刻を示すように合されたとき，之等(これら)の相対運動のある方向に $\ell$ だけ離れた点では，局所時の方が

$$\frac{v\ell}{c^2\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

だけ早い時刻を示します。こう定めればどちらの時計で測っても光は同じ速さ $c$ で伝わることになるのです。

ローレンツの理論は之等(これら)の補正を入れて実験上の事実と一致する様につくられました。けれどもたとえ長さの収縮が電子論の立場から説明されるとしましても，光の進行を測るに何故(なにゆえ)に局所時が必要であるかという理由は遂(つい)に明らかにせられませんでした。これをほんとうに解くためには時間という概念に対するもっと根本的の考察が必要であったのでした。又時間ばかりではなくその他の物理的の量に就(つい)ても

運動せる体系の上では或る変化を起さなければ，いろいろな電磁気現象——たとえばトルートン及びランキンの実験に於ける電気抵抗の不変——などが説明されなかったのでありましょう。之等の根本的の解決は遂に静止エーテルの仮定の上にまで動揺を来さずにはおかなかったのです。

# 第3編

## 1. エーテル否定の根拠

第2編に述べたいろいろな実験的事実はエーテル並びに電磁気諸現象に関する理論に数奇な運命を与えました。曾(かつ)てつくられた理論に対してたくさんの困難が続いてあらわれた間に，ローレンツはいくたびも新らしい仮定を立て補いながら，ともかく之等(これら)の現象を説明し得る法則を綴ったのでした。その偉いなる努力に対して私たちは深く謝さなければなりません。新らしい原理の酵素は悉(ことごと)くこのローレンツの理論のなかに含まれ，その正しく醸されるべき時を待っていたのでした。相対性原理が必要とするすべての関係式は既にローレンツの求め終ったものに外ならなかったのです。只(ただ)ローレンツにありてはこれを云いあらわす言葉を異にしていたのです。何故(なぜ)なれば彼は忠実に従来の力学的法則とそうして先験的にもっていた時間及び空間の概念とを守ろうとしたからです。運動せる物体の長さの短縮を仮定しながらなおそれを電磁気力の作用として力学的に説明しようと努めました。光の進行の法則を理解するために局所時の仮定を必要としながら，なおエーテルに於て測れる絶対時を真の時間とし，局所時を仮の時間として承認しようとしました。何故(なにゆえ)にこの仮のものが私たちに必要であったのでしょう。それはエーテルに対して運動して測るからであると云うより外に彼の答はなかったのです。そうしてこの場合に既に時間の絶対性の打ち壊されようとしているのを，絶対静止のエーテルの名のもとにのみ沮止(そし)しようとしました。しかし此処に重大な危機が潜んでいなければなりませんでした。絶対静止のエーテルは何故(なにゆえ)に存在しなければならなかったのでしょうか。それは果してどう云う認識対象としてゆるされ得たのでしょうか。私たちが地球上で測る時間を局所時であると強いて解するからではありますまいか。局所時でない絶対時はど

こにあるのでしょう。それは却って絶対静止のエーテルと共に想像の上の仮象に過ぎないのではないでしょうか。もしそうであると解したならば，その上でなお之と矛盾する事実があらわれて来るでありましょうか。之等の疑問が新らしい原理への過程として投げられねばならなかったのです。

絶対静止のエーテルを仮定することは，これによりて標示される絶対空間を承認することであり，又上の意味に於て絶対時をゆるすことになります。絶対空間の問題は第１編に述べた力学的現象と密接に関係しています。もしエーテルによりて標示される絶対空間があるとするならば，それは力学的に宇宙の全質量の中心が決定する絶対空間と同一者であると解することは，蓋し私たちの物理学の全系統の上から要求せられなければならないことです。しかし私たちはこれを実験的に証明する手段の可能を信じられません。却ってこの要求から宇宙の全質量の配布を想像することが出来るだけです。之に反してエーテルと共に絶対空間が否定されたとしても力学的法則は之と矛盾することはないばかりでなく，却って宇宙の構成の不自然なる界限を想像しないで済むでありましょう。次に絶対時の存在は私たちが時間に対して先験的にもっている観念でありました。けれどもこの観念はローレンツの考えたような局所時を想像するときに既に一部分は壊されているのです。私たちが先験的に時間の絶対性を思惟している場合に，この時間が絶対空間に対する運動によりて変更されなければならないと云う様なことは予想してはいなかったのです。絶対時の外に局所時の必要なることは経験が始めて私たちに教えたのでありました。それならばこの絶対時と局所時との差別を先験的であるとして保守せねばならぬというような必要は，やはり在る筈はないと思います。この差別を保存すべきかどうかは要するに絶対静止のエーテルが認識されるかどうかに帰せられなければなりません。斯様にしてすべての問題はこの

エーテルの認識それ自らに係りていることが判るでありましょう。

エーテルが物質であり得ないことは既に述べた通りであります。それ故私たちがエーテルを認識するのは空間に充満する一種の媒質的対象体としてでなければなりません。つまり空間のなかに電磁気力の変化の状態が識別せられるために必要な媒質としてであります。もしそういう媒質を絶対に静止せるものとして認めることが法則の上から必然であるとするならば，この点に於てそれがなお幾分か物質的の性質を遺しながら認識されるのであります。ローレンツの理論はエーテルをその意味で仮定していたのです。たとえそれが物質的な構成をもち得ないものであったとしても，又すべて一様であって，エーテル中のこの点とあの点とを区別する何の手段をも有ち得ないとしても，なお又エーテルを透して物質が自由に動き得る程にそれが非物質的であるにしても，之等（これら）の点で物質の性質から離れているエーテルは，唯一つ或る空間に固着して絶対の状態にあると云うことに於て物質的であったのでありましょう。そうして置かなければエーテルに対して静止せる観測者と，これに対して動いている観測者とが異なった事情を，例えば絶対時と局所時とを観取する理由を欠いてしまうからです。（勿論（もちろん）エーテルの代りにこれを絶対空間そのものの性質とし他の運動空間と区別しても同じ事に帰するのですが，空間に関する先験的観念がこれを満足させなかったのです。）しかしこの異った事情即ち絶対時と局所時との差別の如（ごと）きは，それ自ら性質を異にしているのでなくて絶対静止のエーテルを仮定せる結果に過ぎないとすれば，私たちは徒（いたず）らに思惟の上に迷路をつくって，自らをその中に捕捉しているのに相違なかったのです。

私たちは此処（ここ）に考えなおして見る必要があったのです。ローレンツの理論は絶対静止のエーテルを仮定し，地球上の諸現象をこれに対して動いている体系上に行われているものとして解釈してはいますけれ

ども，そうしてエーテルの時計と地球の時計とを区別して一は絶対時を示し他は局所時を示すものと弁じていますけれども，しかし一切の実験的事実は地球がどれだけの速度でエーテルに対して動いているかを数量的に与えようとしないのです。

地球上でなされる光及び電磁気現象に於ては地球の運動の影響は少しもあらわれて来ません。その理論的解釈に於ては地球のエーテルに対する速度をたとえ 0 と見做(みな)しても差支(さしつかえ)はないのです。只(ただ)これを実際に 0 と思えない理由は力学的現象にあるのです。けれど力学的にも地球が宇宙の全質量に対してどう動いているかを完全に決定することは不可能なのであります。

之等(これら)の事情は簡明に絶対空間の所在は決して実験的に認められるものでないことを示して居(お)ります。絶対空間，従って絶対静止のエーテルを認めるのが実験的に不可能であるとすれば，これは思惟の上の要求に基く外はありません。これを仮定した方が自然法則の理解にとりて適切であるかどうかと云うことによりて判断するより路はないのです。この判断は即ち絶対空間そのものの哲学的解釈によりて決せらるべきものではなく，広く自然法則の体系を考察しなければならないのです。扉を閉じて一つの観念の分析を事としていた哲学が，もっと新らしい知識を自然科学に待たなければならぬようになることを，私は此の場合に特に感ずるものであります。

絶対静止のエーテルを否定したとすればその結果は果して私たちの理解をどういう有様(ありさま)に導くでありましょうか。之を知った上で始めてこのエーテルの肯定と否定との二つの路のいずれを選ぶべきかが決断されるのであります。アインスタインの相対性原理は実にこの後者の路を私たちのまえに展(ひら)いたものであります。

## 2.　空間及び時間の相対性の確立，並に光速度不変の仮定

アインシュタインが始めて相対性原理を説いたのは 1905 年でありました。彼はローレンツの理論に含まれた諸関係式を，少くとも実験上の事実を数学的法則の形にいい表わすために必要なものとして踏襲しながら，しかもこれが解釈を全然新らしく立て直そうとしたのでした。彼はまず実験的にその所在を認識し得ないエーテルを，そうして物質的の性質を保たせようとしてしかも非物質的になりつつあったエーテルを，無用の贅物(ぜいぶつ)として捨て去ってしまいました。空間に充満する媒質は，彼の新しい思想には要らないばかりでなく，これを除去することによりて空間を自由なものに解放することが出来ると思いました。地球上の観測者から見ても，太陽の上の観測者から見ても，その他いずれのものから見ても，彼等の周囲には全く性質の等しい空間があるばかりです。この空間は現象に対して空虚なものでは決してありません。却(かえ)って之等(これら)の空間そのものが現象の所在なのです。そのなかに電磁気力を起しこれを一定の速さで伝えることは，その本来の性質なのであって，必ずしもこれに物質的な媒質が充ちているためであると見做(みな)す必要はありません。空間そのものに斯様(かよう)な能力を否定するのは，抽象的な幾何学的空間を想像している結果であって，経験的な物理的空間をそう云う様に認識しなければならないと云う理由があってのことではないでしょう。アインシュタインは空間を斯(か)ようなものと見做(みな)し，そうしてすべての観測者が其の周囲に認識する空間を全く相等(あいひと)しいものと仮定しました。絶対の意味をもっている空間をそのなかから選び出すことは彼には原理的に不可能なのです。一つの空間と他の空間とは相対的にのみ意味があります。この空間の相対性が彼の原理の基礎を作ったのでありました。

エーテルが否定せられ，従って絶対空間というものが認識されないとすれば，ローレンツの謂(い)わゆる絶対時と局所時との差別は無意味になってしまいます。アインシュタインは斯(か)くして時間の絶対性をも捨

て去ってしまいました。ローレンツの仮定した局所時は決して仮のものではなく，地球上の観測者にとりてはそれが彼の準拠すべき時間なのであると解しました。時間もこの意味に於て空間と等しく相対的なのです。二人の観測者が相対的に運動すれば彼等の時計がすべての場処に於て一致し得ないことが却(かえ)って時間の本来の性質なのであると見做(みな)しました。このことは私たちに取って余程考え難いことであったのです。空間の相対性は既に力学などに於てその思想があらわれていたのでしたが，時間の相対性はここに始めて導かれたのであって，おおくの人々は皆この点で私たちの先験的観念として時間に帰していた限界をとび踰(こ)ゆることに躊躇(ちゅうちょ)しなければならなかったのです。それにも拘(かかわ)らずアインシュタインはひとりこれに先んじて進んでゆきました。時間というものが私たちの経験的法則に入る以上，これをいろいろな場処に於ていろいろな観測者が決定するためにどんな考察を経なければならないかを審(つまびら)かに示しました。

今二つの相離れた場処 A 及び B にそれぞれ観測者があって時計をもって時を測るといたします。この二人は相対的に静止していると仮定しましょう。彼等が先ず各(おのおの)の時計の示す時刻を互に一致させるためには，どう云う手段が一般に可能なのでありましょうか。もし B が A の居る場処に来て時計を合わすとすれば，それは A の場処に於ける時を示すものであって，A と離れた場処 B に於けるものではありません。従来考えていた様な絶対時の存在する場合ならそれでもいいのでしょうが，局所時に於て示される様に時間は各(おのおの)の場処に特有なものであるとすれば，B はどこまでも其の場処に留まっていながら A と時計を合わせなければなりません。斯(か)くして時計を合わせるには是非とも或る物理的現象を信号として用いる必要があります。A と B とは予(あらかじ)め申し合せておいてその一方例えば A から B に向ってこの信号を送ります。B はこれを受け取って再びこれを A に送り返します。この信号の発着

の時刻をそれぞれの時計で測りてそれを合わせることが出来るでありましょう。但しＡとＢとはこの信号が両者を往復する場合の進行の法則を予め知っていなければなりません。その法則さえ知られているならば信号として用いる現象はどんなものであっても宜いのです。一番簡単な場合は勿論Ａ及びＢから見てすべての方向へ同じ速さで伝わるような現象を信号とすることです。もしＡとＢとが温度や圧力の一定な空気のなかに静止しているとすれば，光を用いても音を用いても丁度この條件は満足されています[1)]。即ち一方例えばＡからこう云う信号を送りて他方即ちＢですぐそれを反射させて送り返したとし，Ａの時計でその発した時刻と，戻って来た時刻とを測ります。これを $t_1$ 及び $t_3$ といたしましょう。又Ｂの時計で信号がＢに到着した時刻を測りこれを $t_2$ とします。そうすれば二つの時計が合っているためには $t_2$ が $t_1$ と $t_3$ との平均に等しくなっていればいいのです。併ももしＡとＢとがこの空気のなかでABを結付ける方向に共通に動いているとすれば，もはや $t_2$ は $t_1$ と $t_3$ との平均には等しくないのです。この場合にはＡ及びＢから見て信号がどんな速さで伝わるかということが知られなければ時計を合わせることは出来ません。

一般の場合にも勿論之と同様であります。それ故，もしこの信号の伝わる法則が変更されるならば，ＡとＢとに於ける時刻の一致即ち同時刻という判断もまた変更されなければならぬことになるでしょう。つまり空間のなかで相離れた二点ＡとＢとに於て同時刻という事実は絶対に定まったものではないと云うことが上の考察で明らかになるでありましょう。同時刻の判断が，絶対でない以上，既に時間の絶対性は失われているのです。

相隔った二点に於ける同時刻の判断は一般にはその二点の相対運動

1) 多くの書物の説明には，この信号としていきなり光を用いることを云うてありますが，何故に光を信号とすべきかと云う理由は最も理解し難いことなので，私は以下の説明に於てかなりこの点に注意しておきました。読者は之に関しこの節ならびに第 4 節をよく玩味せられんことを望みます。

の状態に関すると見なければなりません。また二点は相対的に静止しているとしても，その間を往復させる信号の伝達の法則に関係します。それですからこの法則が定まらないうちは時間をすべての場処で決めることが出来ない筈（はず）です。ところがここに亦循環的な関係が起っていることを見なければなりません。何故（なぜ）なれば信号の伝達はこの場合に一つの自然現象であってこれがどう云う法則に従うかを私たちが経験的に知るためには，既に時間を正しくしるす時計や空間を測る物指（ものさし）などをもっていなくてはならなかったからです。私たちはこの循環的論理から脱するために自然法則の体系を簡単につくるといういつもの指導原理を用いなければなりません。そこで，私たちは先ず信号として用いるいろいろな自然現象のうちで最も簡単であると思われるものの法則を仮定するより外に路がないのです。そうしてそれに基いて時間を各処で決定し，それからいろいろな量の測定に及ぼしてゆかなければなりません。アインシュタインの以前に於て私たちはどんな法則を仮定していたかはもはや詳述する必要はありますまい。それは要するに絶対時の仮定に導くものであり，そうして従来の力学の速度合成の法則を与えるものであります。しかしアインシュタインは絶対空間を否定し，また絶対時間をも否定した上で，その論理のすべての根拠を相対性に見出そうとしました。

彼は先ず真空のなかに相対的に運動せる二人の観測者 A 及び B を想像しました。その周囲には各 A に対して静止せる空間（もしくは座標系）と，B に対して静止せるものとがあります。これをそれぞれ A 空間，B 空間もしくは単に A 系，B 系と名づけましょう。絶対空間が否定された以上，A と B とは互に相対的に動いていることだけが認識されるのでありまして，その両者は運動に関し全く対等な位置にあります。彼は次に之等（これら）の空間に起る光の伝達の現象を想像しました。エーテルを否定した結果，光はおのおのの空間のなかで何の媒質もなしに

伝わります。光を或る速さで伝えることそれ自らが之等の空間の本来の性質なのであります。ところでこの場合光の速さというのは一体何に対して云われているのであるかを明かにしなければなりません。それでなければ単に速さといっても無意味になってしまいます。しかしもうここにはエーテルも絶対空間もないのですから，光の速さもやはり絶対な意味では云われないのでしょう。A から見ての速さは A なる観測者もしくは A 空間に対するものです。B から見ての速さはやはり B に対するものです。そこで問題は A 及び B から見た光の速さはどちらが大きくてどちらが小さいであろうか，又はそう云う差別はないであろうかと云うことです。アインシュタインはこれを経験に先だって単に思惟によりて判断すべきものとしたのでした。彼は即ち A と B との相対性をどこまでも保たせようとしました。A と B とは全く対等な二人の観測者であります。彼等が光の速さを測りてもし相異した結果になるとすれば，それは何故であるかを答える理由を私たちは見出すことが出来ません。相異するとすれば一方の値が大きく他が小さくなければならない訳ですが，其のいずれが大きくてもよいという理由はない筈です。A と B とは対等である以上，この両者から見た光の速さは等しいものでなければなりません。アインシュタインは斯様な論理のもとに，

「すべて一様な真空のなかで光は，互に相対的に一様に動くあらゆる観測者から見て，同一の速度をもって伝わる」

という命題に到達したのです。絶対空間の否定とそうしてこの光速度一定の命題とが彼の相対性原理の基礎をつくっていると云ってよいのであります。

一度光の伝達の法則が定められれば，これを信号としてすべての離れた場処に於て，また相対的に動いている観測者の間に，時間を決定することが出来るのでありましょう。そうしてこの結果は実際ローレン

ツの与えた局所時なるものと同じ関係をもっていることが判明するでありましょう。何故(なぜ)なれば局所時はこの時間をもって光の速さを測ったときに，丁度(ちょうど)すべての観測者に対して其の速さが同一の値を得られる様に定めたものであるからです。この様に時間を定めることがまた同時に長さに関する判断を実験上の事実と一致させる唯一の路であることは数学的に証明せられます。

## 3．　長さの相対的変化

私はここでなお前節の終(おわり)に言及した長さの判断に就(つい)て少しく説明しなければなりません。

空間のなかに二つの点が相対的に静止しているといたします。通常二点の距離というのはその二点を通る線を引きこれに沿うて二点の距離を測ったもののうち最も短い距離のことを云うのであります。空間がもしユークリッド空間であるならばこの最短距離をあらわす線は直線でありますが，もしそうでないとすれば，即ち歪んだ空間であるとすれば二点の間に直線は引かれません。丁度(ちょうど)面の上にある二点を考え，それが平面であるときと，球面であるときとを比較してみれば，空間の場合にも略々(ほぼ)推察されるでありましょう。従って二点の最短距離と云ってもそれは絶対に定まったものでなく，空間をどう判断するかによりて異るものなのです。この事実は既に第 2 編に述べた処でありますが，実在の空間がどう見らるべきかの問題はなお後に譲りまして，少くとも極狭い範囲では——狭いと云っても宇宙全体に対して云うのですから私たちの経験に入る空間の範囲は全くそのうちに包容されてもいいのですが——これをユークリッド空間と見なして差支(さしつかえ)ないことは経験の示す処であります。この意味で私たちは前節に述べたような空間をユークリッド空間と解しておきましょう。しかしそう解した上でなお空間に於ける二点の距離が絶対のものでないことを相対性原理が

教えたのです。

アインシュタインは，空間に於ける二点で同時刻と云う判断は絶対ではなく，その二点が観測者に対しどう云う運動をしているかに依るものであることを示しました。つまり観測者から見てこの二点を往復する光がいつでも一定の速さを保つように同時刻を定めなければならないことを示しました。そうして彼はこの結果から，亦その二点間の距離が観測者に対する運動状態によりて相異しなければならないことを導いて来ました。これを理解せしめるために彼は二点間の距離ということの意味を単に幾何学的でなくして，運動学的に思惟する必要があることを注意しました。

二点間の距離と云う代りにこの二点を両端とする棒の長さと云っても同じことです。この方が具体的になるだけ判り易(やす)いかも知れません。通常私たちは単に棒の長さと云うだけで充分に一義的な意味をもっていると思っていますけれども，実はこの棒の長さと云うものは幾何学的に抽象された意味しか考えられていなかったのです。物理学的には棒は位置の変化即ち運動を起します。そうすれば棒の両端は時刻によりて場処を異にしますから，私たちは棒の両端が同時刻に占めている二点の距離を測りて棒の長さとしなければなりません。もしこの同時刻と云うことを取り除いてしまえば同じく長さと云っても本来の意味を失ってしまうでありましょう。私たちはこの本来の意味で云う長さを，同時刻的の長さと解しなければなりません。二点間の距離にしてもそうです。この二点が同時刻に存在すべき場処の隔たりとしてこれを解しなければ一定の意味を失ってしまいます。私たちが単に距離と云っているのは実は二点の同時刻的の距離なのです。

右の注意を経た後で，私たちは同時刻という判断が観測者に対する運動状態によりて異ることを思い合わせますと，すぐに二点間の同時刻的の距離はこの二点が観測者に対してどう動くかによりて相異する

ことが解るでありましょう。物体の長さもそうであって，その同時刻的の長さは観測者に対して物体が静止している場合と動いている場合とは一般に異なることになります。これが謂わゆるローレンツ短縮の起る訳であるとアインシュタインは説明しました。ローレンツ短縮の不思議さを疑問としていた人々も，この説明によりて始めて長さとか距離というものが絶対でなくて観測者に対する相対的の意味しかないことを悟ることが出来たでありましょう。一つの棒はこれに対して静止せる人が測った長さよりも，棒の方向に動いている人の測った長さの方がローレンツ短縮を示しているのです。ローレンツはこれを棒の電子的構成に帰して説明しましたが，アインシュタインはそれを同時刻の判断の相異に帰してしまいました。従って棒でなくて，単に想像せられた二点の距離でも同じことなのです。更に言い換えれば観測者に対し動いている空間そのものは，運動の方向に縮まって見えるのです。空間の長さの絶対性はここに全く存在しないことになりました。ローレンツによれば仮に物体が光と同じ速さで動いたと想像すれば，其の運動の方向の厚さは 0 になってしまうという驚くべき事実を生じますが，アインシュタインの場合にはそれが実質的に収縮するのではありません。時刻の判断によりてそう見えるに過ぎないのです。この物体の前端と後端とが同一の点に来たときにこれを同時刻と見る結果，同時刻的に測った厚さが 0 になってしまうだけです。それですから厚さがなくなってしまうということは別に驚くに足りないことなので，それは唯空間の長さの相対的な判断ということに帰してしまうのです。そうしてその短縮が物質の弾性などに依らないことも，ここに始めて了解せられるでありましょう。

ローレンツ短縮は斯ようにして時刻の判断に帰せられますけれども，これを単に外見的であると云ってしまってよいかどうかと云うことについては大分議論がありました。しかしそれは要するに外見的という

語の問題に係わりています。もし物体の形が運動以外に力の作用とか温度の変化とか云う物理的原因によりて変る場合のみを，それの実際の変化と云うならば，単に運動によるローレンツ短縮は外見的なのであります。しかしそれは決して通常他の場合に用いている様な，物理的原因に相当しないと云う意味での外見的ではありません。例えば物体の長さを遠くから見て錯覚的に変化を感ずることがあります。月が地平線から昇るときに大きく見えるという様な類ですが，それはほんとうの外見的の変化です。実際にその視角を測定すればもはや変化はあらわれないのであります。然(しか)るにこれに反してローレンツ短縮は，動いている物体に物指(ものさし)を添えて測ってみてもあらわれる筈(はず)のものなのです。そういう短縮を与える物指(ものさし)が私たちの正しい物指(ものさし)なのです。この意味に於いてそれは外見的でなくて実在的でありましょう。ともかく運動している物体には測定の結果として実在的にあらわれる変形には相違ありません。

ローレンツ短縮は観測者に対して運動せる物体もしくは空間にあらわれるべき筈(はず)でありますけれども，それはどこまでも相対的のものでありますから，もし観測者が始終物体と一緒に結付(むすびつ)いているならば，即ち相対的静止にあるならば，その人に向っては存在しないのです。それですから今私たちに対して動いている物体とか空間とかを論ずる場合に，仮にその物体又は空間と結付(むすびつ)いて一緒に動く観測者を想像しますと，その人から見て物体や空間の形は，他の事情の変らない限り一定なのであって，これをその静止形体と申します。只(ただ)物体の形体といっても不定なのですが，この静止形体というものを目あてにすれば，そこで始めて物体の変形を論ずることが出来るわけです。このことはなお後に云い及ぼしたいと思います。

## 4．　空間及び時間測定の基礎としての光の伝達の法則

アインシュタインの相対性原理は光速度不変の仮定をその劈頭(へきとう)においてまず二人の観測者の相対性を満足せしめ，之から時間及び空間の完全な相対性を導いて来ました。この光速度不変の仮定が含む重大な意味に関して今少しく註釈が必要であることを私は思います。

私たちはまず時間及び空間を測るために正しい時計と物指(ものさし)とを用意しなければなりません。けれども時計と物指(ものさし)とは自然現象を観察し其の法則を知った後でなければ，ほんとうには定めることが出来ないのは既に第一編に述べた通りであります。この循環的経程を私たちは通常漸近的(ぜんきんてき)に遂行しようとしているのです。地球の自転で時計を定め，白金(はっきん)の棒を物指(ものさし)につかうのもそれであります。しかしもし何等(なんら)かの根拠から精密な自然法則が見出されたならば，これによりて完全な時計と物指(ものさし)とをつくることが出来る筈(はず)です。そうしてアインシュタインが相対性に基いて仮定した光速度不変の法則はこれを拡張して上述の目的に供することが出来ます。

光は規則正しい波動をなして空間を伝わります。私たちの前に解釈した如(ごと)く，光を伝えることは物理的空間それ自からの性質であるとするならば, 光の現象をもってすべての基礎とすることは必ずしも意味のないことには相違ありません。この理由で私たちは光の波動に完全な週期性を仮定しようと思います。完全な週期性というのは，その振動の時間と従って波長とが真空に於ては絶対に不変であるということに帰せられます。そうすれば光速度の不変はおのづからその結果としてあらわれて来なければなりません。斯(か)ようにして光の現象はどんな観測者に対しても同一になってしまいます。すべての観測者は一定の光の振動時間をもって時計を調整することが出来ます。またその波長をもって物指(ものさし)を決定することが出来ます。斯様(かよう)につくられた時計や物指(ものさし)は以上の仮定のもとに完全に正しいものであり，そうして又時間や空間の相対性を満足するものなのであります。この時計で測りこの物指(ものさし)

で測ればどんな観測者から見ても光の速度が同一になるでありましょう。そうしてお互に運動している観測者同士が時計や物指を比べ合うと彼等は丁度ローレンツの絶対時と局所時との関係や，長さの短縮を見出すのでありましょう。

それならば私たちは何故光の現象を之等時間及び空間測定の基礎に取らなければならないか。これが最も重大な問題なのであります。相対性原理に関するすべての疑惑は皆これに係りていると云ってよいのです。之さえ解ればその人はほんとうにこの原理を理解したと云えるのでしょう。しかしこの問題はそう単純に解決される筈のものではありません。そのあらゆる結論を知悉した上で，始めて光の現象を斯く選ぶことがすべての自然法則の体系を最も簡単に，最も整斉にする所以であろうということが判ぜられるのであります。勿論それは誰も最初から確に予見することは出来ないのですが，その大体の結果からこれを見究めなければならないのです。私たちはまず自ら問うて見ようと思います。光の現象を選ばないとしたなら他にこれに代るべき何を私たちは見出すことが出来るでしょうかと。今日では私たちは電磁気現象を光と同一のものと見做しています。それですから此の外に，真空のなかで伝わり空間それ自らの性質と密接な関係をもつであろうと思われるものは，もはや万有引力の現象を措いて他にないのであります。私たちのまだ経験しないものがあるかも知れませんけれど，それは現在の知識に於て如何ともし難いことです。却って現に知っているものに基いて自然法則の体系をつくりてゆくのが私たちの取るべき路なのであります。そこで万有引力の現象に就てはそれがどんな速さで伝わるかということの研究も以前からありましたが，甚だ不精確であったので，近ごろアインシュタインが相対性原理を拡張して得た結果に従うより外ありません。そうしてそれによれば，万有引力現象を上述の相対性の基礎に選んだとしても，全く光と同一に帰することが判明した

のです。此の事実を知った上では私たちはもはやそれ以外にこれに代るべき何の現象をも有しないのであって，光の現象が時間及び空間の相対性を確立するために必ずしも「特種な」一現象なのではなく，却(かえ)ってそれが最も自然的な且つ普遍的な空間現象であることが諒解せられるでありましょう。

私はここに屡々(しばしば)耳にする様な誤解を避けるために数言を附け加えようと思います。それはこの編の第 2 節に於て二つの相離(あいはな)れた点 A 及び B に於ける時計を合わせるためにその間に往復せしむべき信号のことであります。この信号には光を用いなければならないと思うのは勿論(もちろん)誤(あやまり)です。私はその誤(あやまり)をしないように特にその場合の説明に一般的に信号という語のみを用いました。もし可能であるならばどんな物理的作用を信号としても構いません。只(ただ)その信号の伝達の法則が判っていなければ実際に時計を合わせることは出来ません。音響を伝えてやっても，物体を投げてやっても，どうでも宜(よろし)いのですが，各(おのお)の観測者から見てそれがどんな速さでゆくかが知られていなくてはならないのです。そうしてこれが実際どんな速さで進むかは，最初からは判りませんが，光の法則を相対性の上から定めて，これに基いて論究してゆかれなければなりません。従ってその精確な法則はかなり複雑なものになることも事実です。要するにそれらは光速度を不変にするような仮定と一致するようにせられなければならぬことは相対性理論の上から要求せられるのですから，それらを信号として用いてもよいのですが，光を用いる程簡単ではないと云うことを認める必要があります。それで光を信号として用いるということの意味は，その伝達の法則が一番簡単であるからというに過ぎないのです。稍(やや)複雑な計算さえ厭(いと)わなければどんな現象を用いても不都合はないと云うことを諒解しなければなりません。光が時間及び空間の概念と密接に関連するのは，それが時を合わせる信号として必要であるからではなく，只(ただ)真空に於ける普

遍的現象として相対性の要求を満足しなければならぬ故であります。

## 5． 相対性原理と自然法則の絶対性

アインシュタインの相対性原理は斯様（かよう）にして光の法則がすべての観測者に対し不変になるように立てられました。言い換えれば之等（これら）の観測者に属する時間及び空間は全く相対的であって，彼等が光の現象を観測した結果のうえに何等の差別も見出し得ないように，即ちその結果からしては，彼等の用いる時間及び空間の孰（いず）れが絶対的のものであるかを判別し得ないように，時間及び空間の概念を改変したのです。この場合に特に光の現象が選ばれたのは，それが真空に於ける普遍的な且（か）つ独特なものである為めなのであって，他にこれに代うべき現象のないことも前節に述べた通りなのでありますが，斯様（かよう）にして一度限定せられた時間及び空間の概念は勿論（もちろん）すべての場合に保守されなければなりません。そうしてこれによりて叙述せられた他の現象の法則もやはり時間及び空間の相対性を保証するように作られなければならない筈（はず）です。ここに物理学の全部に亘（わた）る革命が強要せられたのでした。この革命は大凡（おおよ）そ次のような順序に於て拡められてゆきました。

光の法則がすべての観測者に対し不変になるように，時間及び空間の概念を改定したことは，同時に光と同一の現象である電磁気のすべての法則を不変にすることが出来ました。私たちは光や電磁気の作用が空間を伝わるときに，それにエネルギーや運動量を与えています。このエネルギーや運動量の法則は勿論（もちろん）力学的のエネルギーや運動量と同じ法則に従うものと解することは当然の次第でありますから，光及び電磁気の場合に得た法則をその儘（まま）力学現象に応用することにより，力学の諸法則をもすべて時間空間の相対性を満足するように変更することが出来ます。之等（これら）の変更は通常の力学現象では余りに僅かの影響しか及ぼさない為めに実験的事実で試めすことは困難でありますが，只（ただ）

電子の力学に於ては既にそれが確められていると謂ってもよいのです。また力学の法則をすべて最小作用の原理に由来させてしまいますと，この原理から更に新しく熱力学の法則をも相対性と一致するように導くことが出来ます。こう云う様にして物理学のあらゆる法則が時間及び空間の相対性を与えるように立てられ，そうしてそれが事実と矛盾しないことが実験的に証明せられたならば，茲処に相対性原理が完成されることになるのであります。その完成のうえでこの原理の主張すべき処は即ち次の如くでありましょう。

1.　運動状態を異にするいろいろな観測者は，自然現象の観測によりて，只他に対する相対的運動を決定することが出来るだけであります。
2.　各の観測者はそれぞれの運動の相対性を保持するように時間及び空間の判断を要求せられています。自然現象の観測によりて識別されるような絶対の時間及び絶対の空間は存在しないのです。
3.　あらゆる自然現象の法則は，観測者の運動状態のみによりては差別を生じません。夫等のすべての観測者にとりて共通な形式をもって与えられます。

相対性原理はつまりどこまでも観測者の相対性を主張するのです。絶対な観測の立場というものが否定せられてその代りにすべての個々の立場が皆同等な権利をもって保証せられるのです。そうしてそれらの観測の結果として導かれる自然法則はいつも同一の形式になることが主張せられます。ここに法則の絶対性が生れて来るのであります。この点が相対論のおもしろい処なのであって，自然の実在というようなことを哲学的に理解するうえにも重大なる影響のあることがらであると思われます。

私たちが相対論をもたなかった場合を顧みて見ましょう。私たちは絶対な空間を一度力学的に宇宙の全質量の中心に固定するものとして

想像しました。それから又これをエーテルの静止せる空間として認めなければならないようにもなりました。勿論之等の場合に絶対という言葉は, 他の空間とは物理的に役目を異にしているという意味で用いられているのですが, 私たちは只それを物理的事実として見做すだけでは満足が出来ないのです。そうして更に何故にこれが特別の役目をもっているかを尋ねなければ気が済みません。私たちは絶対論の立場から恐らくこれに答えてそれが絶対空間なる特別のものであるからだと云うでもありましょう。しかし絶対性の帰せられるものは唯一に限られねばなりません。その必然の結果は宇宙の全質量の中心は亦エーテルに対して静止していると云う論断に導かれるのでありましょう。けれどどんな物理的実験がこれを私たちに証明してくれるでしょう。それは明らに不可能な事実であることを私たちは経験しています。それならばどんな理論的考察がエーテルと宇宙の全質量とをそういう関係に結付けてくれるでしょう。エーテルに惰性的質量を認めることの出来ない私たちは両者の間に超え難い罅隙のあることを思わなければなりません。又絶対な時間というものの外にローレンツの局所時をゆるすときに，之等の時間が光や電磁気の現象をしるすに必要であるにも拘らず，エーテルと直接に相識らない力学的現象の場合には何故に必要でないかを考え及ぶと，この罅隙が更に大きくなって，両者の間に空間時間の認識を劃り別けていることを肯定しなければならないのです。絶対論は之等の障礙のためについに滅びなければならなかったのです。そうして私たちは今まで気づかなかった相対論の特性に眼を向けるようになるのです。

相対論の特性は前に述べたようにすべての観測者から見て法則が同一になるという点にあります。自然法則はこれがために絶対論に於けるよりも著しく普遍的になっています。一体自然法則の普遍性ということは自然科学の成立のうえに大切な要件でありました。観測が個々

の人間の官能や感覚に依るにも拘(かかわ)らず，なおそこに普遍的な要素のあることをまず認めたうえで，私たちは始めて法則的関係をつくることが出来るのです。この意味の普遍性は心理学的にゆるさるべきものであって，少くとも法則に対して必要な條件なのです。然(しか)るに相対性原理は自然法則に対してこの心理学的普遍性の外に更に物理学的普遍性を与えたものであると云うことが出来ます。異なった運動状態にある観測者が普遍的に同一の法則的関係に到達するということは著しい事実なのであります。私たちは自然法則の普遍性がそれだけ増されていることを，軽く見過ごしてはなりません。普遍性が増されれば増される程，その必然性が相伴って大きくなるからであります。自然法則を只(ただ)普遍的なものとしてでなくこれを必然的なものとして解するということは，自然の唯一性，従って亦実在性のうえに直接に相連(つらな)っていることであります。この問題に関してはなお最後に私は言い及ぼしたいと思いますから，ここでは単に相対性原理が之等(これら)の哲学的考察を背後にもって物理学上の革命を持ち来したことを説くのに止めて置きましょう。

# 第 4 編

## 1.　ミンコフスキーの四次元世界の双曲線的性質

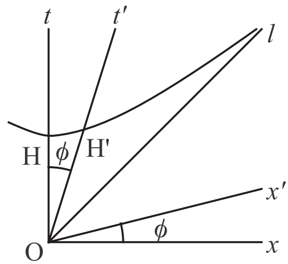
私は前編に於て相対性原理の大体を説きましたが，茲にはそれがミンコフスキーの物理学的世界にどんな性質を与えているかを考えることによりて，なおこの原理の内容を明らかにしたいと思います。アインシュタインの原理はこのミンコフスキーの表現を待つことによりて，どんなに美しい本質を発揮し得たかをそこに知ることが出来るのです。

四次元の世界にゆく前に，通常の幾何学に就て一言しましょう。平面図形の幾何学を解析的にあらわすには二つの座標が要ることは既に前にも述べました。例えば二つの直角に交る直線を引いて之を座標軸となし，これに関係させて一般に点や直線や其の他の曲線の位置を数式的に云いあらわすことが出来ます。この場合に座標軸をどこに引いても，即ち各点の座標はどんなに変ってもそれらの間に成立つ幾何学的関係は変化しません。この事実は既に座標の相対性をあらわしているのです。立体幾何学でも勿論同様であります。空間のなかに互に直角に交る三つの直線を引いて之を座標軸に選びますと，たとえこの軸の位置をずらしても，又は其の方向を廻転させても，幾何学的関係は少しも変りません。又直交座標を用いないで，他の種類の座標に移っても事柄は同じなのです。即ちすべての幾何学的座標はその空間の一定せる限り全く相対的であります。（空間の歪む場合は第 6 篇に説明しますからここでは省きます。）ところで空間の三次元の外に時間の一次元を合せて想像したミンコフスキーの四次元世界はどういう性質をもつでありましょうか。それを考えて見なければなりません。

四次元世界の特性は空間と時間との関係にありますから，簡単のために空間の一つの軸，——それは物体の運動の方向に引かれたものとするのです——と時間の軸とを含んだ平面で切った四次元世界の截り

口を描いて見ればよいのです。第1編の終(おわり)に説明した様に，この平面のなかに引かれた世界線は物体の運動をあらわしています。しかし観測者の運動状態が変ると，この世界線が移動しなければならないことを見ました。世界線がもとの図形を保たずに移動するということは，その座標たる空間及び時間の完全なる相対性に相当してはいないのであります。何故(なぜ)なればすべての観測者から見て法則が同一形式に保たれないからです。この点から見てアインシュタインの原理はこの四次元世界の構造を著しく改造せしめたことが判りましょう。どうすれば世界線が移動しないようになるか。それが出来れば完全な相対性が得られます。

相対性原理の根本の仮定は光速度不変の法則にあることを前に述べました。そこで私たちは先ず光速をあらわす世界線が終始不変の位置にあることを要求しなくてはならないのです。簡単のために私達は光速を1と測るような長さ及び時間の単位を用いたといたしましょう。そうすれば光を原点から最初の時刻に発せしめた場合の世界線は空間及び時間の軸を二等分する直線になります。



**第6図**

**第6図**に於て $\mathrm{O}x$ 及び $\mathrm{O}t$ はそれぞれ空間及び時間の軸をあらわし，之を二等分する $\mathrm{O}l$ が光速の世界線をあらわすことにします。即ち光速の世界線は空間及び時間の軸に対して丁度(ちょうど)対称的関係をもつことになります。私たちは観測者の運動状態を変化させたときに，光速不変の法則を実現するためには，世界線 $\mathrm{O}l$ の位置を移動せしめないと共に，この対称的関係をも維持させなくてはなりますまい。

私たちは第一の観測者に対して運動せる第二の観測者を想像しましょう。後者の世界線は $\mathrm{O}t$ と $\phi$ なる角をつくる $\mathrm{O}t'$ であらわされるものと仮定します。第二の観測者に取りてはこの $\mathrm{O}t'$ は時間の軸でな

ければならない筈(はず)です。何故(なぜ)なればこの線であらわされる質点は彼に対して常に静止しているからです。私たちはこの場合に時間の軸 O$t'$ をもとの軸 O$t$ の処まで移動させることをせずにおきましょう。それによりてすべての世界線の移動を起してはならないからです。即ち O$t'$ と共にあらゆる可能な世界線をもとの儘(まま)に残しておかなくてはなりません。しかしそうすると光速の世界線 O$l$ が時間及び空間の軸に対して依然として対称的関係を保(たも)たせるためには，新らしい空間の軸 O$x'$ をもとの O$x$ に対してやはり $\phi$ なる角だけ傾いた処に持ち来らなければならなくなるでしょう。私たちはつまり第二の観測者に属する時間及び空間の軸として O$t'$ と O$x'$ とを選ばなければなりません。それではこの両軸は互に直角に交わらなくなるではないかという非難が起るでありましょう。この平面がユークリッド幾何学の成立する性質をもっているならば，それはほんとうです。けれど私たちはこの平面の性質を適宜に仮定することによりてこの点に於ても相対性を保(たも)たせることが出来るのです。それは双曲線的幾何学の成立つ準ユークリッド平面と解すればいいのであります。

双曲線というのはおもしろい性質をもっています。今 **第 6 図**に於て O$l$ を漸近線にもち，O$t$ を軸にする双曲線の一部 H$l$ を描き，それが O$t$ 及び O$t'$ を切る点をそれぞれ H 及び H$'$ といたします。そうすれば H$'$ に於ける双曲線の接線は O$x'$ に平行なのでありまして，それは丁度(ちょうど) H に於ける接線が O$x$ と平行なのと同じ関係を有しています。之を言い換えれば O$x$ 及び O$t$ の一対の線がこの双曲線に対する関係は，O$x'$ 及び O$t'$ の一対の線がこれに対するのと全く同等なのであります。それ故に前の一対を両軸にして双曲線を考えても，又はその代りに後者を両軸にしても全くこれに対しては差別がない筈(はず)です。図のうえで見ると H よりも H$'$ の方が少し右へ倚(よ)っている様ですが，H から測っても H$'$ から測っても双曲線の長さは無限に遠くまで行っているのです

から，双曲線だけから見れば差別をあらわさないのです。そこで私たちはこの立場即ち双曲線的幾何学から云えば，H も H′ も両方に無限に長い双曲線の真中にあると見られ，O$t$ および O$x$ が互に垂直に交っていると同様に，O$t'$ 及び O$x'$ も互に垂直であると解することが出来ます[1)]。即ち前者が垂直であるのに，後者が垂直でないと云う様な差別は却(かえ)ってそこには少しも存在しないのです。斯(こ)れを考え合せると，私たちの仮定した第一の観測者と第二の観測者とはこの平面を双曲線的に解することによりて全く相対的の関係にあることが出来るでありましょう[2)]。

アインシュタインの相対性原理は四次元世界を上述のような双曲線的空間につくりなおしたのであります。これによりて時間及び空間の座標軸は完全に相対的になり，そうしてすべての世界線は座標軸の廻転に際しても，もとの儘(まま)に残ることが出来るのです。相対性原理の驚くべき結果は悉(ことごと)くこの微妙な幾何学的関係のなかに包含されていることを思えば，この四次元世界なるものがどんなに本質的にこの原理と相結び付いているかを想うことが出来ましょう。

相対性原理は光速度の有限なる処にその特質を保っているのです。もしこれが無限大になると前図の O$l$ は O$x$ に重なってしまいますから，もはや前述の対称的関係をつくることが出来ません。そうしてこの場合には双曲線は開いて直線になってしまいますから，四次元世界は双曲線的の性質を失い，従って相対性も隠れて，もと第一編に説明したものになってしまいます。この点から云えば従来の時間空間世界

1) 垂直ということの定義をかようにつくってあると解すればいいのです。軸の回転によりてこの場合には双曲線の位置が変化しません。之に反して通常の幾何学では．原点のまわりの円が軸の回転によりて其の関係を変化しないようになっています。円の半径と其の接線とがどの位置に於ても互に「垂直」になつているからです。

2) 四次元世界の全体は **第 6 図**の平面内の時間軸のまわりに他の三次元空間を通常の意味で廻転することによりて得られます。双曲線的の性質はこの時間軸の方向にのみあらわれて来るので，之に対して空間の三次元は全く対称的に関係しています。

は此新らしいものの一つの極限の場合に過ぎません。ミンコフスキーは純粋に数学の立場から見て一般の双曲線的空間の方がこの直線的になった極限の場合よりもよほど解し易（やす）いものであって，もし数学者に自由なる空想をゆるして選ばせたならば，自然現象が行わるる世界空間としては勿論（もちろん）極根的な場合でなく寧（むし）ろ一般的なものを取るに違いないであろうと云っています。そうして実際に相対性原理が自然法則をそこに導いて来たことは，以上の意味に於て純粋数学の異常なる勝利に外ならないのだと云っています。数学の普遍性及び絶対性が自然法則のそれらの性質の基礎に横わっていることを私が前に述べたのも之と同じ意味であると云ってもよいのです。相対性原理は数学的に必然な構えのなかに経験的な物理的世界を嵌（は）め込んだものだということが出来ます。否少くとも自然法則と数学との関係に含まれたる之等（これら）の認識論的の意味を私たちはこの原理の出現によりて始めて明らかにすることが出来たのです。

## 2. 四次元世界に於ける時間的区分

ミンコフスキーの世界は最も能（よ）く時間及び空間の相対性をあらわしています。互に運動せる二人の観測者はその各（おのおの）が判断せる時間及び空間の軸を共に垂直と見なすことが出来，しかも一方の軸は他の観測者の軸に対して或る角度だけ廻転されたに過ぎないのです。私は再び **第6図**に就（つい）て説明を続けましょう。

第二の観測者の見ている空間の軸 $\mathrm{O}x'$ の上のすべての点は彼から見れば同時刻なのであります。その上では一様に $t'=0$ なる時刻，即ち原点と同時刻なることを時計が示しているのです。けれども第一の観測者から見れば之等（これら）はもはや同時刻ではありません。その上では $x$ が増すに従って $t$ が増してゆくからであります。即ち原点を遠ざかるに従い時計が進んでいなければならないのです。第一の観測者から見て

は同時刻ならぬ点が，第二の観測者から見れば同時刻になるということは著しいことでありますが，この世界の截断図(せつだん)からそれをよく理解することが出来るでありましょう。

次に **第 6 図**に於ける $xOl$ の範囲にある点はどんな場合でも，或る速さで動いて観察することによりて之を原点 O と同時刻と見做(みな)すことが出来ます。何故ならばその点と O とを結付ける直線を空間の軸にする様な運動状態を取れば明らかにそれが可能になるでありましょう。又空間の軸がこの点を通らないで，その上か又は下を通るようにすれば，この点に於ける時刻は原点 O よりも時間的に後になったり又は前になったりします。つまりこの範囲内のすべての点は，適当な運動状態で判断することにより，原点 O と時間的にあらゆる関係に於て結びつけることが出来るのです。即ち時間的に前にもなり後にもなり又は同時刻にもなるからです。過去，現在，未来という様な言は夫故(それ)に之等(これら)の点に対しては一義的に定まったものでなく，観測者によりて変化し得るものであることを思わなければなりません。これが時間の相対的である所以(ゆえん)なのです。

しかし過去とか未来とか云うことが一定して云えないとすると，ここに重大な疑問が生ずるに相違ありますまい。私たちは過去に生れて未来に死ぬことを信じています。誰でも現在に生きているものはそうである筈(はず)ですのに，他の観測者によりてはたしてこの判断と相異せるものが許され得るのでしょうか。過去と未来との順序を逆にすることが出来るのでしょうか。すべての物理的現象は時間的には其の原因の後に結果の来るのが当然であります。この因果律を仮定して始めて自然法則の成立すべきことを私たちは認めているのです。原因の起る以前に結果があってはならないのです。しかるに観測者によりて時間的の前後の判断が変るとすれば原因の前に結果の存在すると見られるような不都合な場合は起らないでありましょうか。

この事情を明らかにする為めに私たちは今原点 O に或る物理的原因が起ったとします。この原因から由来する結果は空間的に同じ場処で起るかも知れません。または異った場処へ伝達されてゆくこともありましょう。もしその結果が $x\mathrm{O}l$ の範囲内にある或る世界点に起ったとしたらどうでありましょう。私たちは空間の軸をこの世界点より上へ引くことによりて，この点を O よりも時間的に前であると判断することが出来るのです。そうなるとこの結果は O にある原因に先だつという不都合が実現してしまいます。私たちはこの不都合を実現させてはなりません。之を避けるには，O にある原因に対しては少くとも $x\mathrm{O}l$ の範囲内の世界点にはその結果が起り得ないということを論断しなければならないのです。これをもう少し言い換えると次のようになります。

もし仮に O に原因があって $x\mathrm{O}l$ 内の或る点 P に結果が起るものとすれば，この現象の経過をあらわす世界線は O から P に向わなければなりません。世界線は曲ってゆくかも知れませんが，簡単のために先ず OP を結び付ける直線であらわされるとして見ましょう。この OP は光速の世界線 $\mathrm{O}l$ よりも，もっと多く時間軸に対して傾いていますから，その速度は光速より大きくなければなりません。私たちが上に論断したことは少くとも斯(か)ような光速以上の速さで伝わる物理的現象を否定していることになります。又 O から P へ至る世界線が直線でなしに曲っているとすれば，その接線は或る処に於て OP なる直線よりもっと多く時間軸に対し傾く筈(はず)でありますから，その場処では速度がなお更に大きいのです。それ故に私たちがすべて光より速く伝わる様な現象を一切否定するならば，O なる原因に対し $x\mathrm{O}l$ 内の点はすべて因果的に結び付くことは不可能になります。従って結果が原因に先だつという様な判断は之等(これら)の場合と共に滅ずるでありましょう。

上の場合に反して O にある原因に対しその結果が，$t\mathrm{O}l$ なる範囲内

の点に起ることは常に矛盾なしに可能であることは少し考慮すれば判りましょう。この範囲内の点はどこにあろうとも，それを通して O から時間の軸を引くことは出来ますけれども，空間の軸は引かれません。何故(なぜ)なれば **第 6 図**の $Ox'$ なる空間軸をだんだんに上の方に廻転させると共に $Ot'$ なる時間軸は之と等しい角だけ右へ傾いて来ますから両者は遂に $Ol$ の線の処で合致してしまいます。それが私たちの実現せられる極限の場合であって，それを踰(こ)えて $Ox'$ を上方に $Ot'$ を下方に廻転させることは出来ません。$Ot'$ が双曲線を切る点 $H'$ は双曲線に添うてだんだん右へ移動しますが，$Ot'$ が $Ol$ を踰(こ)えて下方に来れば $H'$ はもはや実点ではなく虚点になってしまうからです。斯(こ)の理由で $tOl$ の範囲内へは空間の軸は引かれないのであります。即ちこの範囲内の点はどんな観測者から見ようとも，決して原点 O と同時刻であるとは判断することが出来ないので，必ず時間的に後なのであります。それ故之等(これら)の点を私たちは安心して O と因果的に結びつけることが出来ます。物理的現象は O に於て起りて或る世界線に添うて常にこの範囲内の世界点に来ることが出来るのです。そうしてどんな観測者から見ても原因の後にその結果が起るという一義的な結合を来すのであります。勿論(もちろん)この場合にても此間を連ねる世界線はそのすべての点に於て時間軸に対し $Ol$ よりも大きな傾きをなすような接線をもつことは出来ません。それはこの現象が其の点の附近で光より速く伝わるということであって，既に私たちの否定した処であるからです。

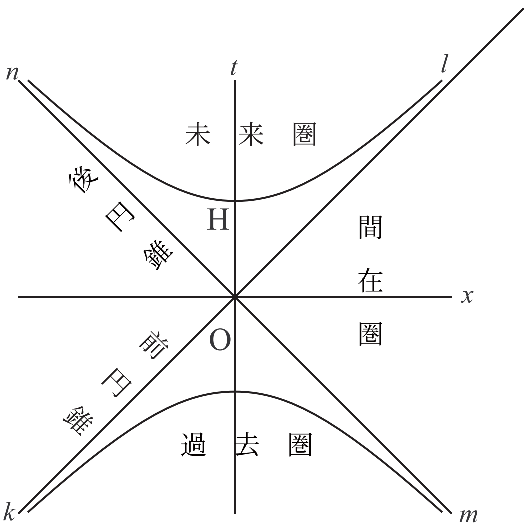
$tOl$ の範囲内に空間の軸が引けないと同じ理由で，$xOl$ のなかに時間の軸が引けないのです。もし仮に時間の軸が引けるとすれば，この時間軸はその観測者自身の世界線をあらわしているのですから，これは時間軸を $Ol$ の彼方に有する観測者に対して光速以上の速さで動いていることになります。即ち斯様(かよう)な事実を私たちは不可能なこととして否定しなければならないのです。前に私たちは因果律と矛盾しない

様にすべての物理現象が光より速く伝わってはならないと云う結論に達しましたが，ここでは世界空間の構造のうえから既に観測者同士は互に光速以上に速く動くことの出来ないことを明らかに知ったのです。観測者の運動も他方から見ては実在の物理現象でなければならないのですから，之等(これら)の結論は互に相容れるものとなっています。物体が光速以上の速さで動くことの出来ないのはローレンツ短縮の度合から推しても至当のことであります。

世のなかに相対性原理に関聯(かんれん)したように次の話が行われて居ります。もし一人の観測者が地球から出立(しゅったつ)して光の速さ以上の速さで真直ぐに進んだなら彼はその出立(しゅったつ)の以前に地球から発した光の波を追い越えてだんだん昔の光波に出遇うから, 地球上の過去の出来事をそれらの光によって逆に見てゆくことが出来るであろう。彼にとりて時間は逆に進んでいるように見えると。この話は時間的前後の必ずしも一義的でないことを単に想描的に説明するとしては巧妙であるかも知れませんが, それを実現の可能な一つの例と見ることは相対性原理からは誤であると云わなければなりません。観測者が光より速く動くと云うことは全く否定されているからです。又光の波の代りに音響の波を考え，之を追い踰(こ)えて進むとしたなら，音響的に彼は過去の波面に出遇うことは事実でありましょう。しかしこの故に彼に取りて時間が逆に進むのであるとは云えますまい。彼に対しての時間は地上に静止せる観測者に対すると同じ方向に進んでいるに違いないので，只(ただ)音波面を逆に横ぎるという特種的の事情が現象を特種に見せるに過ぎないのです。相対性原理に於ける時間の判断の変化は決してかような任意の特種な物理的事情のために起るのではなくて，一般に相対的運動者が互に光速度不変の法則を維持しようとするのに基くのであることを知らなければなりません。

以上述べた事実からミンコフスキーは世界空間を其の性質によりて

三つの部分に分けました。今上にもとの **第6図**と同じ截断(せつだん)平面の全体を示しましょう。即ち O$t$ 及び O$x$ を或る一人の観測者から見た時間の軸及び空間の軸といたします。之を二等分する直線 $kl$ 及び $mn$ を引けば，之等は共に光速の世界線でありまして，前者は $x$ の方向に進むもの，後者は之と反対方向に進むものであります。前の説明から $l$O$n$ の範囲内のすべての点は時間的に O よりも後の時刻に属するものですから，この部分をミンコフスキーは「O の彼方」として云いあらわしました。即ち O を現在と見たときに未来圏と云ってもよいでありましょう。之と同じ様にして $k$O$m$ の範囲内の点はすべて O よりも時間的に前なのであって，ミンコフスキーは「O の此方」と名づけました。過去圏と云うことが出来ます。此の二つを取り去った残りの部分，即ち $l$O$m$ 及び $k$O$m$ の範囲は O に対して時間的に前ともなり，後ともなり，又同時刻とも見られる部分であって，これは間在圏とでも名づくべきものであります。過去圏及び未来圏のなかの諸点は O と因果的に連結することが出来ますけれども，間在圏内の諸点は然(そ)う出来ません。即ち O を通るような世界線は必ず過去圏から来て未来圏へ出るのであって，決して間在圏の方へは向いません。



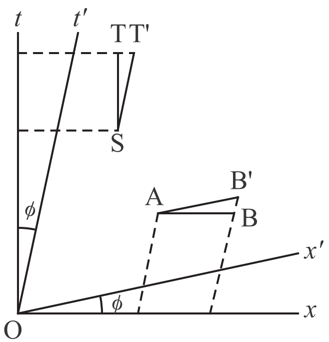

**第7図**

**第7図**は四次元世界の一つの截断(せつだん)面に過ぎないのですが，その全体はここに図示することは出来ませんけれども O$t$ を

軸にしてこの図形を四次元空間のなかに廻転すればいいのでありますから，私たちは頭のなかで之を想像して見ることは必ずしも難かしくはありますまい。$lOn$ 及び $kOm$ はこの場合に三次元の円錐体をつくります。之等は光速の世界線によりてつくられた円錐面であって，丁度(ちょうど) $kOm$ の円錐面の一点から O に向ってゆく光は $t=0$ に O に到着し，之を通りて $lOn$ の円錐面を走ります。ミンコフスキーはこの円錐面をそれぞれ前円錐，後円錐と名づけました。

## 3. 時間及び空間の長さの相互関係

私は次に観測者の運動状態によりて長さ及び時間的継続の異なることをミンコフスキーの世界構造から説明して見ましょう。これがために本編第1節に考えたような互に運動せる二人の観測者を再び仮定しましょう。彼等の判断による時間及び空間の諸軸は双曲線的四次元世界に於てそれぞれ垂直になって居り，或る廻転によりて一方から他へ移ることが出来ます。今時間の軸と相対運動の方向とを含んだ平面で切った截断(せつだん)面をもう一度 **第8図**に示します。$\mathrm{O}t$ 及び $\mathrm{O}x$ が一人の観測者に属する時間及び空間の軸でありて $\mathrm{O}t'$ 及び $\mathrm{O}x'$ が他の観測者に属するそれらであります。私たちは今第二の観測者が或る物指(ものさし)の棒を相対運動の方向に置いたとして見ましょう。此長さを彼が同時刻的に測りて $\Delta x'$ だけあったとしましょう。同時刻的な長さは図のうえでは空間の軸 $\mathrm{O}x'$ に平行な線分 $\mathrm{AB}'$ であらわされます。之を第一の観測者が見れば同時刻的ではありません。私たちは其の両端 A 及び $\mathrm{B}'$ から各 $\mathrm{O}t'$ に平行な線を引いて線分 $\mathrm{AB}'$ を $\mathrm{O}x$ 軸のうえに射影します。この射影の長さは丁度(ちょうど) $\mathrm{O}x$ に平行に



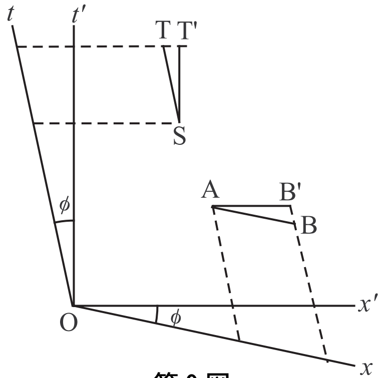

**第8図**

Aから引いた直線を$\mathrm{B}'$からの射影が切り取った部分ABに等しいこと勿論であります。これが即ち第一の観測者の測った棒の長さであって，$\mathrm{AB}'$に比べてAB短くなっているのは，即ちローレンツ短縮に外ならないのです。この場合に私たちがA及び$\mathrm{B}'$からの射線を$\mathrm{O}t'$に平行に引いたことを注意しなければなりません。それはこの棒が第二の観測者に対して静止しているからであって，之等の射線は即ちこの棒の両端の点A及び$\mathrm{B}'$の世界線を示しているのです。この世界線は決して他の観測者の如何には依らずに固定しているものであります。もし第三の観測者がありて同じくこの棒を測るとしたならば，彼の空間の軸がこの二つの世界線で切り取られる部分の長さが彼の測ったものに相当するのでありましょう。もう一つ注意すべきは三角形$\mathrm{AB}'\mathrm{B}$は双曲線的三角形でありまして，$\mathrm{B}'$に於ける角が直角であることです。何故ならば棒の相対的に静止せる第二の観測者からしては$\mathrm{O}x'$は$\mathrm{O}t'$と直角に交っているからです。更にもし第二の観測者が第一に対する運動の速さがだんだん増して光速に限りなく近づいたとしますと$\mathrm{AB}'$は$\mathrm{O}x$に対し多く傾いていって遂に **第6図**の$\mathrm{O}l$線に平行になり，同時にA及び$\mathrm{B}'$からの射線も$\mathrm{O}t$に対する傾を増して$\mathrm{O}l$に平行になりますから，$\mathrm{O}x$の上の射影の長さは限りなく0に近づくでありましょう。ローレンツ短縮の正確なる知識をこの図形からも得られることが之等の考察から判りましょう。

　なお第一及び第二の観測者の全く相対的であることに関し誤解のないように附言しておいた方がよいと思います。即ち棒がもし第一の観測者に対し静止しているときに第二の観測者の判断を問うことにした場合には，私たちは後者を本位にした様に図を書きなおす必要があります。つまり$\mathrm{O}x'$と$\mathrm{O}t'$とを垂直に交るように表わしますと，$\mathrm{O}x'$と$\mathrm{O}t'$とは$\phi$なる角だけ開いて見えています。（この事は勿論双曲線的平面を通常のユークリッド平面のうえに図示しようとするために起る

のです。）そうすれば棒 AB の両端の世界線は O$t$ に平行であってその O$x'$ 軸に於ける射影は AB$'$ に等しく，これはやはり AB に比べてローレンツ短縮を生じていることが判るでありましょう。

棒の長さに就(つい)て上に述べたのと全く同様な事が時計の進みに就(つい)ても云われます。時計が先ず第二の観測者に対して静止しているとしましょう。そうすればこれが示す時間的継続は O$t'$ に平行な或る長さ ST$'$ であらわされます。そこでこの時間の始めに時計のある場処での時刻を第一の観測者がどう見ているかということは, 世界点 S から O$x$ に平行線を引いて O$t$ 軸を切る処を求めればいいでしょう。又この時間の終(おわり)に相当する時刻は T$'$ から同様に平行線を引けばよいのです。この二つの平行線が O$t$ から切り取る線分は即ち第一の観測者の測る始と終との時間的隔たりでなければなりません。私はこの図形を **第 9 図** に描きあらわす方が大さの関係を見易(やす)くすると思います。何故ならば双曲線的直角三角形の直角に隣る一つの辺はその斜辺より大きいという性質をもっているからです。 **第 9 図**の $STT'$ は T に於て直角なる双曲線的三角形でありまして，ST は ST$'$ よりも大きいのです。そうしてこの ST は丁度(ちょうど)前の説明により第一の観測者から見た時間に相当するでありましょう。即ち第一の観測者は彼に対して動いている時計を見ると自分のよりも遅く進むように見えるのです。この関係は第二の観測者に取りても同じでなければならないので，彼が相対的に動いている第一の観測者の時計を見ていれば，やはり自分のより遅れてゆくように判断しているのでありましょう。つまりこの両者は互に他方の時計が自分のよりも遅れていると主張するのであります。二人の観



**第 9 図**

測者をA，Bと名けて見ると，Aが自分の時計を丁度（ちょうど）12時を示すものと思っているときに，Bは同じAの時計を見てまだ11時幾分にしかならぬと云うならば，逆にBが自分の時計の12時であると思うときに，Aは其の時計を見るとやはり12時にはなっていない筈（はず）なのです。この事情はAとBとが互に運動していて遠方に離れていることから起るのであります。ここで私が注意しておきたいことは，もしAとBとが或る同じ場処に同時にいて両者の時計を合せた後に，互に運動をなしてから再び或る場処に再会したとしたならば，両者の時計はどうなっているであろうかと云うことは，直接に上の関係だけからは定まらないという事実です。Aから見ればBは運動しているのであるし，またBから見ればAが相対的に運動しているのですから，両者が各（おのおの）の時計の進みをこの相対運動だけから比べることは出来ません。それをするためには，両者が各（おのおの）どんな世界線に添うて運動して来たかを比べて見なければならないのです。世界線の形及びその長さはどんな観測者から見ても一定なのでありますから，それで始めて比較が出来ることになります。そうしてこの世界線の長さは実はその観測者自身が自分の時計で測った時間を示しているのでありましょう。この事はなお次編に於ての説明にゆずりますが，ここでは相対的運動に於ける時間の判断の相対性からすぐに斯様（かよう）な場合の二人の観測者の時計を比較することは出来ないのを明らかにしておきたいと思うのです。

## 4.　速度合成の法則

相対性原理は光速度不変の法則を最初に仮定しています。二人の観測者A及びBが一直線上を互に遠ざかつてゆくとして見ましょう。AがBの走り去る方向へ光を送り出したとします。Aはこの光の速さを測りて$c$なる値を得るといたします。Bは之と同じ方向に動いてゆきますけれど，光の速さは彼に対してやはり$c$でなければなりません。

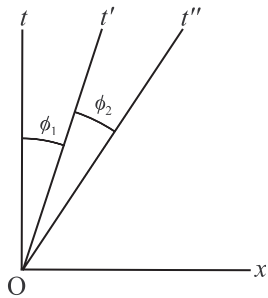
しかも光速不変の法則によれば常にそうであることが仮定されているのです。B がだんだん速くなりてそれ自ら A に対する速さが限りなく $c$ に近づいたとしても，光はやはり A および B に対し同じく $c$ なる速さを保たなければならないのです。ちょっと見ると斯様(かよう)なことは一つの迷理(パラドックス)の如くに思われます。しかし之等は当然ミンコフスキーの双曲線的空間の性質に含まれているのであります。

これだけの事実から相対性理論に於ては一般の速度合成の法則が従来の力学に於て知られているものとは，甚だ異っていることが既に解るでありましょう。私たちが地上に立って例えば汽車の走るのを見る代りに，自動車に乗りて，汽車と同じ方向に之を追い走りながら見るときは，汽車は著しく遅く進む様に感ずるでしょう。もし汽車と同じ程の速さに走りながら見ると，恰(あたか)も汽車が自動車に対して止まっている様に感じられます。もし又自動車と汽車とが互に逆の方向に走(は)せ違ったとしたら非常に大きな速さで互に遠ざかっている様に見えるでしょう。之等(これら)の場合に単に地面に対する両者の速度の差又は和が相対運動の結果としてあらわれるからであります。然(しか)るに私たちは相対性原理に於て之と大に趣を異にした事実を見るのです。汽車の代りに光の伝わるのを想像して見ます。私たちはどんなに速い自動車で之と同じ方向に走っても又は逆の方向に走っても，光は遅くも速くも見えません。やはり地上にいて測ったのと同じことなのであります。つまり光の速度はこれに何を加えようとも，または之から何を減じようとも，其の値を変化しないのです。かような加減算が光に対してゆるされなければなりません。

私たちは推理をたやすくなし得るようにもう一度従来の速度合成の場合にもどって考えてみましょう。そうしてその場合に或る一つの速度に何を加えても又は之から何を減じてもその値を変えないようなものがあるかどうかを尋ねてみましょう。私たちはこれに対して無限大

の速度というものを見出します。無限大の値に有限の何ものを加減しようとも，やはり無限大なのであります。丁度(ちょうど)この無限大の速度が相対性原理に於ける光速度に相当すべきことが判りましょう。私たちは既に一方に於て光速度が無限大の値を取ったときにミンコフスキーの世界の構造は双曲線的から直線的に変り，そうして従来の力学に於ける時間及び空間の関係に移ってゆくことを見ました。他方に於てまた相対性原理に従えばすべての観測者同士の相対的速度も，亦すべての物理的現象の各観測者に対する速度も，どんなに大きくなっても光の速度を超ゆることが出来ないことを見ました。之等(これら)の事実は悉(ことごと)く光速度が一つの極限の速度をなし，恰(あたか)も従来の力学に於ける無限大の速度に相当していることを示しているものです。

相対性原理に於ける一般の速度合成はこの結果としてかなり複雑になっています。一人の観測者 A の時間軸を O$t$ としますと，これに対し或る速度 $v_1$ で O$x$ の方向に動いている観測者 B の世界線は $x$O$t$ の面内にありて O$t$ と $\phi_1$ なる角をつくる O$t'$ であらわされます。更に B に対して $v_2$ なる速度で同じ方向に動いている第三の観測者 C の世界線は同じ面内で O$t'$ に対し $\phi_2$ なる角をつくる O$t''$ であらわされます。この場合 O$t''$ が O$t$ となす角は $\phi_1$ と $\phi_2$ との和に等しいのですけれども，C が A に対する速度は $v_1$ と $v_2$ との和ではありません。之は計算の結果



**第 10 図**

$$\frac{v_1 + v_2}{1 + \dfrac{v_1 v_2}{c^2}}$$

となるのです。$c$ は光速度です。この式で例えば $v_2$ が増して $c$ に等しくなったとしますと，これに更に $v_2$ を加えた結果は

$$\frac{c+v_2}{1+\dfrac{v_2}{c}}$$

となり，やはり $c$ に等しくなるのです。丁度（ちょうど）光速度不変を満足していることが判りましょう。

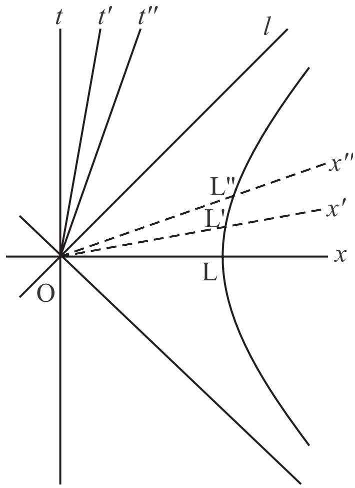
次にもし $v_1$ と $v_2$ とが同じ方向でなくて互に異なる方向にあるとしますと，$\mathrm{O}t$，$\mathrm{O}t'$ 及び $\mathrm{O}t''$ は同じ平面にないのです。**第 6 図**又は **第 7 図**にあった様な双曲線を OH が 1 に等しくなる様に選び，之を $v_1$，$v_2$ の方向及び $\mathrm{O}t$ で定まる三次元空間内で $\mathrm{O}t'$ のまわりに廻転しますと，双曲線的の面を描きますから，この面を $\mathrm{O}t$，$\mathrm{O}t'$ 及び $\mathrm{O}t''$ は三点で貫くでありましょう。そこでその面上の最短距離で此三点を結びつけると，双曲線的三角形が出来ます。此場合に $tt'$ 及び $t't''$ なる二辺がそれぞれ $v_1$ 及び $v_2$ なる速度に対する関係は丁度（ちょうど）第三の辺 $tt''$ が合成速度に対する関係と同じになるのであります。$v_1$ 及び $v_2$ が互に $\alpha$ なる角をなしているとき，この合成速度は,

$$\frac{\sqrt{v_1^2+v_2^2+2\cos\alpha-\left(\dfrac{v_1v_2\sin\alpha}{c}\right)^2}}{1+\dfrac{v_1v_2\cos\alpha}{c^2}}$$

となることが計算せられます。

右の事実から等加速運動と云うことに就（つい）て疑問が起らなければなりません。等加速度と云うことは同じ時間毎に同じづつの速度が加わってゆくのであると解しましても，この同じ時間とか同じ速度とか云うのは誰の判断によるのであるかを決めなければなりません。簡単のために直線運動の場合を見ましょう。前に述べた関係で $\phi_1$ と $\phi_2$ とを等しいとしても A なる観測者から見ては速度は二倍にはならないのです。実際 A から見て同じ時間に同じだけ速度が増すと，速度は遂には限

りなく増すことになるので，それは相対性原理では不可能になるのであります。それで等加速度と云うことを，A なる観測者からでなしに，これに対し動いている物体に固着し之と運動を共にしている観測者から云うのであると解すれば，斯様（かよう）な不都合はありません。そうして斯（こ）の等加速運動をあらわす世界線は，世界の截断（せつだん）面に於ける双曲線であることが容易に判ります。速度がだんだん増してゆけば遂には光速度に近づくのでありますから，この双曲線は光速の世界線を漸近線にもつことが考えられます。光速を 1 と測るような単位を用いれば漸近線は空間及び時間の軸に等しい傾きをなすのです。今この運動物体が観測者 A に対し静止している時刻を時間の原点として測りますと，之（これ）の等加速運動をあらわす世界線は，空間軸 O$x$ を垂直に過（よ）ぎり光速の世界線 O$l$ に漸近する双曲線であります。これを理解するために私たちは物体に固着して共に動いてゆく観測者を考えて見ましょう。等しい時間を経過する毎に一定の速度を増すのですから，この観測者の時間軸は一定の角度 $\phi$ だけずつ O$t$ から傾いてゆくでしょう。之れを $Ot'$O$t''$ といたします。これに相当した空間軸を O$x'$O$x''$ としますと，夫等（それら）は O$x$ からやはり同じ角度 $\phi$ ずつ傾きます。この空間軸が世界線を切る場処，即ちその時間の経過毎に，世界線の接線は O$t'$，O$t''$ 等に平行になっていなければなりません。今 $\phi$ を無限小に取りて O$x$ から順次 O$x'$O$x''$ 等を引き，又 O$x$ 上の一点 L から順次 O$t$，O$t'$，O$t''$ 等に平行なる方向を取る様に，線を繋いでゆくときはその極限に於て **第 11 図**の如き双曲線となる



**第 11 図**

のでありましょう。それは即ち L から始まって光速度まで増す等加速度運動をあらわすのです。O$l$ の距離は加速度の大きさによって定まります。O$l$ の短い程，双曲線の彎曲度が多くなりますから，それは加速度の大なることを意味します。精確に計算すれば丁度O$l$ はこの加速度に逆比例するのであります。

斯様な等加速運動が相対性理論に於て大切なものであることは始めてボルン (Max Born, 1882–1970) が示したので，之をボルンの双曲線運動と名づけることもあります。等速運動の世界線は直線であらわされますが，之から外れるもののうち最も簡単な世界線は右の双曲線であるということになります。それで一般のもっと複雑な世界線もその極小部分を取ればこの双曲線によりて近似的に云いあらわされるのでありましょう。それは恰も通常物体の描く曲線軌道の極小部分を適当な半径の円によりて近似的にあらわすことが出来るのと同様であります。この場合の円の半径に相当して，双曲線の特質を与えるものは前図のO$l$ なる長さであります。

## 5. 光速度を超ゆる速度の吟味

相対性原理に於ては私たちの実在的に認める最大の速度は光速度であることを要求しています。これが果してすべての実験的事実と相容れるかどうかに就ては少しく慎重に考慮しておく必要があると思います。

最初に私は一つの例を挙げてみましょう。今一人の観測者 A とこれに対して動いている長い車があるとします。車の上にはその動く方向に一列に並んでいる沢山の人があって各正しい時計を用意しています。この沢山の人が申し合せて自分自分の時計が一様に 12 時を指すときに手をあげて合図をすることにします。この 12 時の合図をさきの観測者 A が見ていたならどんな現象が起るでしょうか。これを容易く知

るために私たちは世界空間を考えて見ればいいのです。A から見て車の運動の方向を O$x$ 軸に取り時間軸を O$t$ に取ります。車上の人はこれに対して動いていますからその世界線は O$t$ に対し例えば $\phi$ なる角だけ傾いています。時間の原点を適当に選べば之をやはり O を通る直線 O$t'$ あらわすことが出来ましょう。車上の人が判断すればこの O$t'$ は時間の軸にならなければなりません。そうしてこれに相当する空間の軸 O$x'$ は O$x$ に対しやはり $\phi$ だけ傾きます。車上に並んでいる人が同時刻として見る現象はこの空間軸 O$x'$ に平行な直線であらわされなければなりません。之は彼等には同時刻なのですけれど，観測者 A に対してはもはや同時刻ではないのです。何故(なぜ)なればこの世界線は A の空間軸 O$x$ に対し傾いているからです。そこで A は車上の人々の 12 時の合図を同時刻的とは見ずに，却(かえ)って $x$ の増すに従い遅れてゆく様に見ています。言い換えれば手を挙げると云う合図の現象が先ず $x$ の小さい方の場処からだんだん向うへ伝わってゆく様に思います。その伝わる速度は世界線の O$t$ 軸に対する傾きによりて定まります。而(しか)もこの場合にそれは光速度を超えていること勿論(もちろん)であって，もしこの世界線が O を通るとすればそれは明かに間在圏のなかへ過ぎるものであります。斯(こ)の事実は第 3 節に述べたことと矛盾しはしないでしょうか。

この疑問は上に仮定した合図の性質によりてすぐ解決せらるべきものであります。各(おのおの)の時計が 12 時を指すときは手を挙げるということは，予(あらかじ)め申し合わせてはありますが，その一々の行為は互に独立なのであって因果的に結びつけられているのではありません。隣りの人が手を挙げた為めにその次のものはその影響をうけて手を挙げるようになったのではないからです。つまり合図が光速度以上の速さで伝わるように見えると云うことは直接に因果的な現象ではなく，単に独立な現象が一定の時間を隔てて各(おのおの)の場処に起ったというのと同様なのですから，少しも不都合はないわけであります。若(も)し約束的に手を挙げる

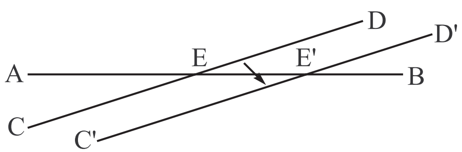
代りに，隣りの人の欠(あ)くびが次の人に伝わるというような生理的現象があって，それが因果的に起るものであるとしたならば，それは決してどんな観測者から見ても光速以上に速くは伝わらなかったでありましょう。

物理的の現象のなかに光速より大きな速さのものを探してゆくと私たちは剛体内の圧力伝達という作用を見出します。しかし剛体というものは理想的に想像されたものであることを注意しなければなりません。私たちの実際に経験せる物質はすべて一定の弾性をもっているのであって，之を圧すると，その力は有限な速さをもって伝わります。剛(かた)いもの程この速さは大きいので私たちはとうとうその理想的の極限を想像し，圧力の無限大に速く伝わるもの，従って圧力によりて少しも形体を変えない程剛(かた)いものを仮定して之を完全な剛体と名づけたのでありました。斯様(かよう)なものは力学のうえに最も簡単な性質をあらわすから理論の便宜上導かれたのであります。けれど私たちは相対性理論に於てはもはやそう云う極限的性質を考えることは出来ないので，弾性体の極限としては，圧力伝達の速度が光速度に等しいものに止めなければならないのです。即ち同時的に力の伝わる様な剛体というものは否定されなければなりません。況(ママ)して同時的ということが観測者の判断によりて変化することをも考え合せると，それによりて定義されるものは，物理的の普遍性を有しないことにもなります。そう云う剛体を否定すれば少しも不都合は起らないでしょう。

私はこれに関聯(かんれん)してもう一つ実験的の例を挙げます。今二本の長い真直ぐな棒 AB 及び CD を取りて之を僅か傾けて重ねたとします。この一方例えば CD を一定の速さでそれ自らに垂直の方向に動かしたとしますと，これが CD′ の位置に来る間に AB と相重なれる点 E は E′ まで動きます。AB と CD との傾きを小さくすればする程，E が E′ へ移る速さは増します。たとえ CD の移動の速度を一定にしておいても私

たちは傾きを減ずることによりて，E の移動の速度を限りなく大きくすることが出来るでありましょう。これが光速度を超えることは差支（さしつかえ）ないでしょうか。

この問題を解決するに当りて先ず注目すべきことは，交点の移動は棒 CD の移動と因果的に結びついていると云うことです。従って，E が光速度以上に速く動き得るかどうかという疑問の一切は，棒 CD がそれ自らに垂直に同時的に動き得るかどうかと云うことに係わりて居なければなりません。そこで見遁してならないことは「同時的に」という言葉なのであります。眼につかずに見過してしまい易（やす）いこの点に謎らしき秘密が隠れているのです。私たちは改めて問うて見なければなりません。棒 CD をそれ自らに垂直に「同時的に」動かし出すことが出来るであろうかと云うことをです。もしこの棒の或る一箇処に力を加えて動かし出させるとすれば，これがどんなに剛（かた）い棒であろうとも，同時的にはすべての点に其の作用が伝わりません。それは光速度より速くは伝わらないのですから，従って遠方の点は瞬時的にはまだ動き出さずに居ります。つまり棒はこの場合に曲っているのであって，それが移動しても，AD との交点の移動はそれが曲らずにいる場合よりも遅れるに相違ないのであります。



**第 12 図**

この事情を考慮すれば交点 E の移動の速さは光速を超えることの出来ないのを証せられるでありましょう。もし又棒を動かすのに一箇処に力を加えるのでなくて，全部同時に力を加えて動かしたとすれば，その結果は **第 12 図** に示すようになり E は実際光速より速く動くことが出来ます。しかし同時的に力をすべての点に加えるためには，丁度（ちょうど）この節の最初の例に於ける合図の如く各処に於て予（あらかじ）め約束されなければならないのであっ

て，それは同じ一つの作用の結果ではなく，各独立の作用と見なければなりません。この場合にはＥが移動すると云うことは実は之等の独立の現象の結果が順次に起ったと云うに過ぎません。CD が一本の棒でなくて，切れぎれのものを一直線に並べておいたとしても同じになるのでしょう。従ってＥが光より速く移動してもそれは不都合ではないのです。

私は序にここに，一つの棒の或る点を固定してこの棒を廻す場合を考えてみましょう。もし棒が真直ぐに保たれているとすれば，棒の先端の速度は，その長さを充分に長くすることによりいくらでも速くなるでしょう。しかし之はやはり実現の出来ないことであって，棒の各点の速さはどんなに増しても光速を超えることは出来ず，棒は斯様な廻転の場合に真直ぐになっていることは出来ないのです。円柱を軸のまわりに廻転するときでも同様の現象が起らなければなりません。但しこの廻転の場合は単なる速度ばかりでなく加速度があらわれますから，これに対してはなお後の説明を待たねばなりません。又観測者それ自らが廻転するとき，非常に遠方にある物体が之と相対的に異常な速度を得わせぬであろうかと云う疑問についても同様に後に論じます。

速度に関してもう一つ問題にせられのたは，或る特種の物質内に於ける光波の速度についてであります。光に関する物質の屈折率と云うものは通常真空中の光速度に対するその物質内の光速度の比として知られています。それ故屈折率が１より小さな物質のなかでは光は真空中に於けるより，もっと速く伝わるのではなかろうかと云う疑問があります。しかしこの場合に物質内部の光速度として云いあらわしているのは，どう云うものであるか。その意味を究めなければなりません。光の反射や屈折の法則は光の定常的の状態に於て成立つのです。即ち光波が絶えず同じ有様に反射面及び屈折面に到着していてその始めや終の影響のない場合なのです。このときには光の振動はすべての場処

に存在しているので，そのうちで振動の位相の等しい相隣れる点を結びつけたものが光の波面をつくっているのです。つまりこの波面は位相の等しい点の並列に過ぎないのです。そうして私たちがこの場合に光の速度と云うのは，この波面の進行の速度なのでありますから，それが或る特種な場合に真空の光速度を超えたとしても，この事実は前の諸例に於ける合図の進行や，一直線上に並べられた「繋ぎ棒」が動くために之と他の棒との交点の進行するのと比ぶべきものに外ならないのです。これに反して物質のなかでほんとうに光のエネルギーが進むのは，因果的に起る物理的現象であります。これがどんな速さで伝わるかを見るには，定常的の状態でなく，光線の先頭の進む模様を究めなければならないので，なかなか困難でありますが，ゾンマーフェルド (Arnold Johannes Sommerfeld, 1868–1951) は之を詳しく論じてすべての物質の内部で光の先端の進む速さは真空に於けるものに等しいことを証しました。これでいろいろな事情が明らかにされたのであって，等位相面としての光波面の速度が之より速くなることは相対性理論と矛盾するものでないこともなお確められました。又針金を伝わる電磁波の場合にも之と同様なことがあるのをゾンマーフェルドは指摘して居ります。

# 第５編

## 1. 特殊相対論的剛体

前二編に於て述べた相対性原理は亘に一定の速度を有する相対運動に向ってのみ厳格に成り立つのであって，加速度ある場合には当て嵌めることが出来ません。実際に於て力学の原理たる惰性及び力の法則は物質の質量中心に固着せる観測者かもしくはこれに対して等速運動をするものに向っては成り立ちますけれども，之等に対し加速度をもっている観測者に向ってはこれを移すことは出来ないのです。即ち斯様な観測者に対しては私たちは適当な力学的法則を立てることが出来ないのであって，之等の立場は最初から否定されなければなりません。これは果して至当であるかどうかは重大な問題であり，まして既に早くから議論もあったことであり，又これに関する見解を全く新らしくすることによりてアインシュタインは驚くべく一般的な相対性を求むることが出来たのでありますけれども，それらは第六編に譲って，ここでは従来の如く加速度を除外して論ずることにします。この立場即ち謂わゆる特殊相対性は私たちが一般的相対性を知った後でも，近似的には実際に必要であることが多いのですから，これを考究するのは無益なことではないと思います。

観測者の加速度をすべてないものと仮定しますけれども，実際の物体は力にはたらかれて是非とも加速度を得るようになります。そうすれば物体に固着した観測者を考えようとするときにはどうしたらいいでしょうか。私たちはこの場合に或る瞬時に物体のもつ速度を眼にとめ，その前後の極小な時間には物体はこの速度で動いているものと見做し，これと等しい速度の観測者を想像すればいいのです。斯様な観測者から見た場合に物体は「静止状態に転換」せられたと申します。この見方は物体のどんな運動に就いても可能であるとは言われますまい

が，少くとも之(これ)の可能である場合[1]に私たちはまず力学的法則を作ろうとしているのであります。

力学的に一番簡単な物体はいわゆる質点であります。これは一つの理想的な場合でありますけれども，実際に大さある物体の運動が近似的に，又は特種の制限のもとには厳格に質点の場合に帰せられることが多いので，理論上大切になるのです。質点の世界線が通常の意味で角立たないとき，即ちどこでも接線をもち得るときには，いつもそれを静止状態に転換することが出来ます。そうしてこの接線に平行に世界原点から直線を引けばこれがその点に固着せる観測者の時間軸になります。

大さのある物体になると極めて特種な場合の外はこれを静止状態に転換することが出来ません。これの可能なのは物体が移動するときだけです。ここに移動と云うのは物体の内部のすべての点の運動が皆互に平行に起るようなものです。従って一つの点がどう運動するかが定まれば他のすべての点の運動も一義的に決定されます。そう云う物体の運動をあらわすには，任意の一点の世界線だけで足ります。それですからこれは質点の運動と全くその性質を等しくしているのです。

しかしながら相対性理論に於ては大さある物体と質点との間になお一つの相異が存在します。それは物体はすべて運動によりてローレンツ収縮を生ずると云うことです。昔の力学に於ては形体の常に不変なるような理想的の物体を考えこれを剛体と名づけましたが，そうしてそれは前編の終(おわり)に述べたような弾性体の理想的極限の場合と一致させることが出来ましたが，相対性理論ではその両方とも不可能となってしまったのです。圧力伝達の速度の最大な場合にそれは光速度を超えることが出来ないと共に，一方に於て形体の絶対に変らないものはなく，どんな物体でも運動によりて収縮しなければならないのです。そ

1) 斯様な運動を準定常的 (quasistationary) と申します。

れ故相対性理論に於て可能なる理想的な物体としてどんなものを取ったらいいかという問題が起ります。ボルンは物体を静止状態に転換したときに形体の常に同じであるものを仮定し，これを相対論的な剛体と定義いたしました。斯様な剛体は各瞬時の速度に応じて，ローレンツ収縮をなすものでありますから，この関係に於て質点とは異なっています。言い換えれば大さを有しない質点は相対性理論に於ては実在の物体の最も簡単な極限として見做すことは出来ないと云うことになります。少くとも質量その他の物理的量の分布的密度を是非論じなければならない相対性力学等に於ては，私たちは常に或る体積――それは無限小であろうとも――を物体にもたせて考えなくてはならないのです。

ボルンの剛体はこれをいつも静止状態に転換したときに同じ形体を保たなければなりません。従ってこの剛体が実現し得る様な運動には或る制限が与えられます。前に述べました移動のような運動では物体内の一点を静止状態に転換すると同時に他のすべての点もそうなります。そうしてそれらの点の世界線は皆平行になっていますから，或る瞬時に静止状態に転換した形態をその儘次の瞬時の静止状態に重ねることが出来ます。これは剛体の定義と一致するのであって，言い換えればボルンの剛体は移動して位置を転ずることが出来ると云うことになります。けれども一般の運動はこの移動の外に廻転運動が加わってあらわれます。それが剛体に取りて可能であるかどうかは廻転に就て考慮して見なければなりません。

廻転ということは一つの軸が固定されて，各点がそのまわりに円運動をするということであります。点が軸から遠ざかるに従い円運動の速度は大きくなります。それ故或る一点を静止状態に転換しても軸からの距離を異にする他の点は静止にならないのです。この事情のために移動に比べて困難が生じますけれども，そのうちで絶えず一様な速

さで廻転している場合は比較的簡単であります。私達は各(おのおの)の点の近所の極小部分毎にこれを静止状態に転換して見ますと，その形体は常に不変に保たれていることが解ります。それ故ボルンの剛体の定義と相容れるのでありましょう。しかしこの事は一様な廻転速度の場合に限ります。もしその速度が少しでも変ればもはや各部分は静止状態に転換されたときに同じ形になりません。これは明らかに次の事実によりて証明せられるでしょう。簡単のために一つの円柱が静止している場合と，或る速さで一様に廻転している場合とを比較してごらんなさい。円柱の半径が $R$ なるときにその周辺の長さは $2\pi R$ である筈(はず)です。然(しか)るに廻転せる円柱の小部分を静止状態に転換したとすれば，半径の方向には運動がないから合せて丁度(ちょうど) $R$ になるでありましょう。けれども，周辺に沿うてはその方向に運動がありますから，これと共に動いている観測者の測った長さは各小部分に於て，この運動を共にしない観測者よりも大きくなっている筈(はず)であります。従って後者が $2\pi R$ と云う長さに対して前者の合計は之より大きいわけでありましょう[1]。この事実は最初エーレンフェスト (Paul Ehrenfest, 1880–1933) によりて指摘されましたので，エーレンフェストの迷理(パラドックス)と呼んでいます。ところが実際の事情をなお考えて見ますと，前者は円柱の各小部分を静止状態に転換して測っているのですから，その転換した形態は，円柱が実際に静止していた場合とは異っていなければならないことが之(これ)でわかります。即ち円柱は静止から或る速度の廻転に移るまでに，之(これ)の各小部分はボルンの剛体の定義を満足することが出来ません。つまりボルンの剛体はたとえ一様な廻転を最初から続けていることは出来ましても[2]，静止からこれに移ることは出来ないのです。従って事実上これ

1) 半径の円が $2\pi R$ にならないのは，非ユークリッド幾何学の特徴です。即ちこの場合に円柱の占める空間がそう云う非ユークリッド空間であるという見方をゆるせば問題は別になります。次篇で論じられるのはつまり之に外ならないのです。

2) 軸から遠い点の速度が光速度を超えてはならないという制限がこの上にもう一つ加わらなくてはなりません。之は同時刻的に或る半径上の点に目じるしをつけて

は不可能になるのであって，一般に物体の運動の自由度は単に移動に対してだけもっていると云ってよいのです。

ボルンの剛体の廻転が不可能になった理由はどこにあるか。なぜ運動の自由度が制限されなければならぬかという疑問はここになお残っています。これは極めて重大な問題に相違なかったのですが，畢竟(ひっきょう)これは何故(なにゆえ)に加速度をもっての観測の立場が許されないかということと直接に関聯(かんれん)しているのであります。そうしてこれは後にアインシュタインの解いた一般的相対論を待って始めて答えられるのであって，それ迄はその儘(まま)触れられずにあったのです。私は後に此(こ)の問題に言い及ぼすでありましょう。

なお弾性論の方から最も変形度の少ない弾性体を考えて，理想的な物体とすることは，ボルンの剛体のように運動の自由度を制限しない点に於て実在の物体に近づくことが出来ます。しかしながらこの物体の変形に就(つい)ては，純粋に運動にのみ関して，弾性に関しないものがあるのですから，通常の意味の弾性力学とはやはり異って論じられなければなりません。ローレンツ収縮に於て既にそうであり，また前述の円柱の変形に於てもそうなので，之等(これら)の変形はたとえ物質が存在しない抽象的空間を想像しても，観測者との相対的運動によりて実現すべきことを注意しなければなりません。この意味に於てボルンの剛体の如(ごと)きはやはり弾性論によらずして考えられていいのであると思います。

## 2. 世界空間と物理的量

相対性原理はすべて自然法則が観測者の相対運動によりて変化しないことを要求しています。然(しか)るに観測者の相対運動はミンコフスキーの世界空間に於て時間及び空間軸の廻転として云いあらわされることを前に説明しました。そうしてこの軸の廻転に際して変化せずに残る

---

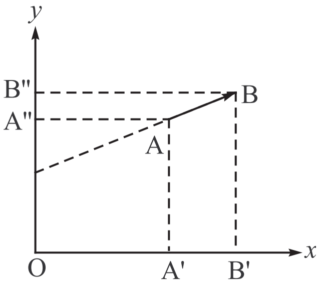
も次の時刻にはそれは一直線にならないと云う結果を来します。なお第６編を参照せられたい。

ものとして私たちは世界空間そのもの並にそのなかに想像される幾何学的形体を指摘する事が出来ます。ミンコフスキーは之だけの事実から次の大切な命題を導きました。それは

「自然法則のなかに入るすべての物理的量は，時間及び空間の作る四次元世界に於ける幾何学的量としてあらわすことが出来る」

と云うのです。ここで幾何学的量というのはいろいろな幾何学的形体によりて大さ及び方向等を代表させたものですが，これらは軸の廻転には無関係に世界空間に定まったものでありますから，従って之等の諸量間の関係式として自然法則が云いあらわされるならば, 亦どんな観測者から見ても変らないと云うことになります。このミンコフスキーの命題は自然法則を幾何学に依存せしめる点に於て極めて重要な且つ興味深いものであります。相対性原理がその不思議な関係を一般に是認せしめ，驚くべき革命を成し途げることが出来たのは，悉くこれに基くと謂ってもよいのです。私たちはこの意味に於て常にアインシュタインと共にミンコフスキーの名を忘れてはなりません。

一般の幾何学的量の特徴は大さの外に位置的関係をもっていると云うことです。之等の量を一般の多次元解析幾何学におきましてはテンソルという言葉であらわします。尤もこの場合に位置的関係と云いましたのは，それの現在する場処をいうのではありません。場処はどこに在るとせられてもいいのですが，只その形体が座標軸に対してどんな関係に向けられているか，即ち広い意味に於ての「向き」をあらわすのです。この向きと大さとを完全に決定するためにはいくつの独立な数量を必要とするかは，空間の次元数と形体の性質とによりて違います。たとえば直線的線分 AB が平面の上に与えられているときは二つの独立な量で足ります。互に垂直な二つの座標軸 $\mathrm{O}x$ 及び $\mathrm{O}y$ を取りて之の各へ射影した長さ $\mathrm{A}'\mathrm{B}'$ 及び $\mathrm{A}''\mathrm{B}''$ を以て定めることが出来ます。なおこの場合に A から B に向いた方向を正とすれば，**第 13 図**




第 13 図

のような場合にはそれは射影の上で軸 O$x$ 及び O$y$ の正の方向と一致するから，その長さ A′B′ 及び A″B″ を正量としていいあらわせばよいのです。（これに反しもし B から A に向う方向を正とすれば，両射影の長さを負量としてあらわします。）又射影をつくる代りに，AB の正の方向が軸 O$x$ もしくは O$y$ の正方向となす角と，AB の長さとの二つの量で定めることも出来ます。AB を平面上に想像すれば右の如く二つの独立な量で定められますが，これが三次元の空間にあるとすれば，三つの独立量が要ります。一般に $n$ 次元の空間では直線的線分は $n$ 個の独立の量で定められるのです。斯様な量を特に第一階級のテンソルもしくは単にヴェクトルと申します。

次に線分の代りに平面形 F を考えて見ましょう。若しこれが **第 13 図**の座標面 $x$O$y$ の上にあるときは，位置的関係としては単に表裏の変化だけであります。即ち私たちは F の表側と裏側とを区別しこれがどちらに向いているかを決定しなければなりません。この区別は通常次の方法で規約します。F の面積の周囲に沿う廻転方向を，面の表側から面に向って見たとき，いつも左廻りになる様に定めます。同様に座標面 $x$O$y$ に於て軸 O$x$ を O$y$ の方に廻転させる方向が左廻りに見える側を，その表側といたします。そうしてもし F の表側が座標面の表側と一致している場合に，F の向きを正となし，これに反する場合を負となし，面積の大さに正負量を区別してあらわします。つまりこの場合には F なる平面形の大さと向きとは，正負量を含んだ面積量只一つであらわされます。しかしこの F なる平面形が三次元空間のなかにあったときにはその大さと向きとは三つの独立量で始めて定められます。即ち空間のなかに互に直角に交る三つの座標軸 O$x$，O$y$ 及び O$z$

を取り，之等の軸の二つ宛が作る三つの座標面 $yz$，$zx$ 及び $xy$ の上に F を射影してその大さを測り，なお F の表裏を別する廻転方向が射影の上でそれぞれ O$y$ から O$z$，Oz から O$x$ 及び O$x$ から O$y$ に向う廻転と一致するか否かによりて之に正負を区別するのです。この場合には三つの独立量で大さと向きとが定まるという点でヴェクトルと同じことになりますから，三次元空間だけを取り扱っていた従来の物理学では規約的に之等をヴェクトルで置き換えてしまっていました。即ちこのヴェクトルの大さを平面形の大さに等しく取り，その正の方向を平面形の表側の垂線と一致させることにしました。斯様なことはしかし三次元空間にのみ当て箝るのであって，私たちが次に四次元空間に進んで考えると，平面形の大さと向きとを定める量が多く要ることが判ります。四次元の場合に直角に交る座標軸を取ると四つありますから，その二つ宛で作られる座標面は六つになります。それ故一つの平面形 F は之等の座標面上の射影に正負を附することによりて定まるのですから，畢竟六つの独立量で決定せられるのです[1)]。之等の例で示されました通りに，一般に $n$ 次元の空間のなかで一つの平面形の大さと向きとをあらわすには

$$\frac{n!}{2!(n-2)!}$$

箇の独立量が要ります。この数は丁度 $n$ のなかから二つ宛異ったものを取り出してつくる組合せの数なのです。これをもう少し一般にしまして $n$ のなかから同じものなり異ったものなりを二つ宛取り出して錯列をつくると

$$\frac{n((n-1)!+1)}{(n-2)!}$$

個出来ます。之だけの独立量に幾何学的意味をもたせて，それで定ま

1) ゾンマーフェルドは之を六元ヴェクトル (Sechservektor) と名づけ，之に対し通常の四次元のヴェクトルを四元ヴェクトル (Vierervektor) と名けました。前者は実際に電磁気力に於てあらわれます。

るものを一般に第二階級のテンソルと申します。平面形は之の特別の場合と見做してもいいのです。平面形に就て説明したことは立体に就ても当て嵌まります。$n$ 次元の空間のなかに $m$ 次元の立体を考えると

$$\frac{n!}{m!(n-m)!}$$

個の独立量で定まります。それからこれを更に押し拡げてゆくと第 $m$ 階級の一般のテンソルは

$$\frac{n\{(n-1)!+m!-1\}}{(n-m)!}$$

個の独立量で定められることになります。

そこで今度は逆に簡単な場合に戻りて $m$ の $0$ なるときを考えますと，上式を応用して，第 $0$ 階級のテンソルはただ一個の量で定められることが判ります。斯様な量を特にスカラー量と申します。それから $n$ 次元の空間のなかに同次元の立体を考えると，元来は第 $n$ 階級のテンソルなのですが，やはり只一個の独立量で定められる点に於てスカラー量と等しくなります。それでこれを準スカラー量と申します。直線分，平面形，立体等をそれぞれ二次元，三次元，四次元空間内に考えたときはそうなるのです。

以上の一般的の説明を済ませた後で，私たちはミンコフスキーの世界に於けるテンソルを考えて見ましょう。これは四次元空間でありて，そのうちの三次元は私たちの経験的の空間であり，他の一次元は時間であります。それ故このなかに一つの直線分を描きこれであらわされる第一階級のテンソル即ちヴェクトルを考えますと，四つの独立要素をもっており，そのうちの三つは空間の方への射影を定め，他の一つは時間の方向への射影を定めるものであります。もしこの直線分が世界線の一部であるとしますと，その空間への射影は空間内に於ける移動経路をあらわし，時間軸への射影はこれに要した時間経過をあらわ

します。私はこれを移動ヴェクトルと名づけておきましょう。この場合にすぐ眼につくことは，たとえヴェクトルの大さは一定していても，空間及時間の軸の方向が変るに従って其の射影の大さが変ることです。つまり観測者の異なるに従って移動経路とこれに要する時間とはいろいろ異なるのです。しかも之等が相融合して不変な四次元ヴェクトルをつくっていることは著しい事実でなければなりません。ミンコフスキーが有名な「空間及び時間」と題せる講演の始めに

「今後，空間それ自ら及び時間それ自らは全く陰影のなかに隠れ失われて，独りその両者の或る結合のみが独自性を保つといわねばなるまい。」

と云うたのはかような事を指したのであります。

移動ヴェクトルは常に時間軸に対して二分の一直角以内の傾きをもっていなければなりません。即ち時間軸を傾けてこれに平行な方向まで持って来ることが出来なくてはならないのです。そうすれば空間への射影は消えてしまい，純粋に時間的経過をあらわすことになります。これに反してもし四次元世界に於ける或る直線分が空間の一方向と二分の一直角以内の傾きをなす場合には，もはや時間軸をこれに平行に傾けることは出来ないで，却ってこれと直角の位置に持ち来ることが出来ます。そうすればこのヴェクトルは時間軸への射影を失って純粋に同時的距離をあらわします。これを前の移動ヴェクトルに対して距離ヴェクトルと名づけましょう。この二つのヴェクトルはその時間及び空間軸に対する関係に於て代表的なものであって，他の種々の物理的ヴェクトルもこの両種のいずれかと同様な関係にあります。ミンコフスキーは之等をそれぞれ時間的及び空間的ヴェクトルとして区別しました。

右と同様に或る物体の長さとこの物体が移動した世界線の長さとは四次元世界に於て等しく或る長さであらわされますけれども全く種類

を異にしたスカラー量なのです。物体の長さは四次元世界のなかで距離ヴェクトルに沿うて測られるときに一義的に定まります。これはつまり物体と相対的に静止せる観測者の測った同時的の長さなのであって，前節の言で云えば物体を静止状態に転換した場合の長さということになります。又物体の移動をあらわすヴェクトルの大さは同様にこれと相対的に静止せる観測者の測れる時間的経過であって，これはやはり一義的に定まる不変量であります。世界線が直線でなくて曲ってゆく場合にもこれに沿うた長さは右の如き一義的な時間的経過を示すものですから，この物体の移動に際してどれだけ時間が経ったかを一義的に云いあらわす為めに世界線の長さそれ自らを用いることは至当のことでありましょう。ミンコフスキーは斯様な時間を固有時と名づけました。これは相対性理論に於て最も大切なスカラー量の一つであります。

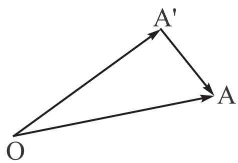
この外のいろいろな量に就ては　なお次に述べましょう。

## 3．　力学の諸法則

前節に述べたように自然法則はすべて四次元世界のなかで不変であるように作られなければなりません。ミンコフスキーはこの仮定のもとにまず力学の法則を改めました。そうしてこれは実験によりて確められるばかりでなく私たちにいろいろな大切な基礎的関係を教えました。

通常物体の運動状態をあらわすには三次元空間に於ける二つのヴェクトル即ち速度と加速度とをもってします。しかし之等はもはや四次元世界に於ける不変量ではありませんから，そのままでミンコフスキーの力学法則に入ることは出来ません。彼は速度の代りに次の四次元ヴェクトルを考えました。即ち物体の移動をあらわす世界線の無限小の部分を取りて移動ヴェクトルを作りこれとその部分の長さとの割

合を取ったものです。これは勿論(もちろん)移動ヴェクトルと同じく時間的ヴェクトルであって，しかもそれ自らの大さで割ったものですから，絶対値は 1 になります。ミンコフスキーはこれを運動ヴェクトルと名づけました。このヴェクトルの方向は即ち世界線の方向を示すもので，これが時間軸に対してどれ程傾いているかにより，物体の運動の速度を測ることが出来るのです。次にこの運動ヴェクトルが世界線に沿うて如何(いか)にその方向を変えるかをあらわすために，無限に近く隔たれる二点に於ける運動ヴェクトルの差をその二点間の世界線の長さで割ったヴェクトルを考えます。これは速度が変化する割合即ち加速度を測るもので，ミンコフスキーはこれに加速ヴェクトルという名を与えました。運動ヴェクトルの大さは常に 1 であって変化しないのですから，その差である加速ヴェクトルは運動ヴェクトルに垂直になります。**第 14 図**で OA 及 OA′ が二つの運動ヴェクトルの方向と大さとをあらわすとすればその差 AA′ の方向は，OA と OA′ とのなす角が無限に小さくなった極限に於て之等(これら)両者のいずれにも垂直になることは容易に了解せられるでしょう。夫故(それゆえ)に運動ヴェクトルが時間的なるに反して加速ヴェクトルは空間的ヴェクトルであります。



**第 14 図**

物体の運動状態をあらわすために右の運動ヴェクトルと加速ヴェクトルとが用いられる外に，私たちはなお物体の惰性をあらわす量を考えなければなりません。これは通常惰性的質量又は略して単に質量と云うスカラー量をもってせられて居(お)ります。しかしこの質量は速度によりて変化するものであることが。電子の運動の場合にまず理論的に，次で亦実験的にも証せられるようになりました[1)] から，そうして又

1) 電子の質量が運動速度によりて変ることは始めてジェー・ジェー・トムソン（1881 年）によりて論ぜられましたが，之れは速度の小さい場合の近似的の結果でした。之を厳格に論じたのはアブラハム（1902 年）であって，カウフマンの陰極線電

一方にすべての物体が電子から構成せられていることを認めるようになった上は，もはや一般に質量を四次元世界に於けるスカラー量とすることは出来ません。夫故（それゆえ）に，ミンコフスキーは彼の力学法則をつくる場合に，物体を静止状態に転換せるときの質量を考えました。これは物体の物質的内容の変らない以上変化しない量でなければなりません。即ち四次元世界に於けるスカラー量であります。物体に固有な惰性，即ち観測者に対する速度に依らない惰性をこれによりて測ることが出来ます。私たちはこれに静質量と云う名を与えておきます。

惰性と運動ヴェクトルまたは加速ヴェクトルとの外に力の概念を導き入れることによりて力学の法則は立てられます。力は明かに一つのヴェクトルでありまして，少くとも物体の速度が光速度に比して小さいときには従来の力学と一致しなければなりませんから，私たちは物体を静止状態に転換した場合には静質量と加速ヴェクトルとの積をもって力に等しいと定める必要があります。けれどこの関係はその儘（まま）任意の運動の場合に拡げることは出来ないのです。どこにその原因があるかというと，物体の同時的の体積が観測者に対する運動速度によりて変ずるからであります。そこで私たちは不変的な関係を得るためには，各々の観測者から見て一定せる体積例えば単位体積毎に成立つものを基礎的に仮定すればいいのです。即ち一方に単位体積の静質量を考え他方にこの単位体積毎にはたらく力を考えて，それぞれ静質量密度及び力の密度と名づけますと，茲（ここ）に

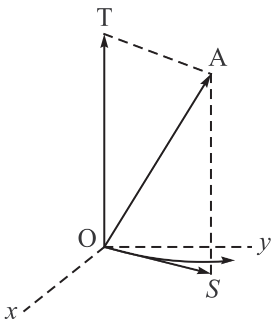
$$\text{静質量} \times \text{加速ヴェクトル} = \text{力の密度}$$

なる関係を得ます。そうしてこれは四次元世界に於ける不変的なものであり，従ってミンコフスキーの力学の基本法則なのであります。

---

子に於ける実験と比較して電子の全質量は悉く斯様な速度の函数たる電磁的質量であって，その外に不変の力学的質量は存左しないことを結論しました。しかしアブラハムは電子を昔の力学の意味で剛体的な球体と見なして，その結果を導いたのでしたが，その後ローレンツ（1904年）は運動によりてローレンツ収縮をする球体と仮定して，質量と速度との関係を別に求めました。丁度それは後に述べる相対性原理からの結果と一致しています。

ニュートン力学は一般には相対性理論によりて変改せられなければならなかったに拘(かかわ)らず，此の基本法則に於ては其の形式をそのまま保たれていることは箸しいことでありましょう。固(もと)よりこの法則は力や質量の概念の定義であると見られるのですから，いずれかの形に於て保存せられなければならなかったので，ニュートン力学の本質的な要素も之にあったのです。そう見ればこれに附随した近似的経験が多少の変更を受けたことは，ニュートン力学の破壊ではなくて却(かえ)ってその補足と見なしていいのでしょう。



**第 15 図**

ともかくこの基本法則は大切なものであって，これを従来の法則と比較してその相違を明らかにしておく必要があるのです。その為めにもう一度四次元ヴェクトルのことを考えて見ます。それは三次元空間への射影と時間軸の方向への射影と，二つの独立な部分から成立っております。例えば移動ヴェクトル OA（**第 15 図**）があったとき，それの空間への射影 OS は通常の三次元空間に於ける移動経路をあらわし，時間軸への射影 OT はこれに要する時間的経過をあらわすことは既に述べた通りであります。次に速度をあらわす運動ヴェクトルは OA をそれ自らの長さで割ったものですから，その空間への射影は OS を OA の長さで割ったものになります。通常の速度はこれに反し OS を OT で割ったものですからそれだけ運動ヴェクトルの空間射影とは異っていることが解るでしょう。又運動ヴェクトルの時間射影は OT を OA の長さで割ったもので，従って世界線が時間軸に対し傾く角の双曲線的余弦になるのです。更に私たちは加速ヴェクトルに進みますと，これは世界線に沿うての運動ヴェクトルの変化を世界線の長さで割ったものですから，その空間射影は必ずしも運動ヴェクトルの

空間射影の変化を世界線で割ったものと一致しません。然るにこの後者は通常の加速度と比例するものですから，一般に加速ヴェクトルの空間射影はその方向と大さとに於て加速度と一致しないのです。ミンコフスキーの基本法則は力を加速ヴェクトルと比例せしめて居りますから，従ってその空間射影は通常の加速度と比例しないことになるのです。そうしてこれが力と加速度との比として定義せられる質量に複雑な関係を与える所以なのであります。

相対性力学に於ては力の密度と加速ヴェクトルとの比が静質量密度として物体に固有な量となるのですが，力と加速度との比はもはや単純にそのようなものではありません。上に述べたように速度の変化する場合に力と加速度とは比例しないのです。即ちその両者の方向が相一致しないと共に，その方向の差や大さの割合は速度によりて異なってゆきます。私たちはこの両者を比較するために運動の方向とこれに垂直な方向とに両者の射影をつくりてその割合を取ります。そうしてこれをそれぞれ縦質量，横質量と云う名であらわします。之等の量が速度によりてどんなに変るかと云うことを実験的に見出すならば，それが基本法則の一つの確めになるわけです。上の法則から計算すると，静質量が $m_0$ なる物体が速度 $v$ で動くときの縦質量は

$$\frac{m_0}{\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

横質量は

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

であります。この関係は電子の場合に実験的に証明されました[1)]。

加速ヴェクトルの外に運動量なる概念を導き入れますと，基本法則

1) 電子の質量に関する式は，ここに述べた相対性原理と一致するものの外に，125ページ註1) に述べたアブラハムの導いた式があります。アブラハムは電子をボルンの剛体と異って，昔の力学で取り扱った剛体と仮定しましたから，相対性原理から云えば，それは反って複雑なものなのです。従ってその質量と速度との関

を稍(やや)異った形に云いあらわすことが出来ます。通常運動量を質量と速度との乗積として定義すると同様に，四次元世界に於けるヴェクトルとしての運動量を静質量と運動ヴェクトルとの乗積として定義しましょう。そうすれば

運動量の時間的変化の割合 = 力

と云う関係の成立することが容易(たやす)く証明せられます。この関係のなかへは通常の力学の運動量の法則と共に，エネルギーの法則が対称的に含まれているという点で，極めて興味深く思われます。即ち四次元運動量の空間射影は通常の三次元運動量に比例するものでありますが，これに対して四次元運動量の時間射影はエネルギーをあらわすものと見られるので，その時間的変化の割合に等しい四次元の力の時間射影は，通常の三次元の力のなす仕事をあらわすことになります。エネルギーと運動量とがそれぞれ一つの四次元ヴェクトルの時間的及び空間的射影と見なされる処に，ミンコフスキー力学の極めて本質的な特徴を帰することが出来ると思います。

斯様(かよう)にして相対性力学は物体のエネルギー含有量として

$$\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

なる値を与えることが算出せられます。この結果の大切な点は，それが物体の速度の 0 なる場合のエネルギーとして $m_0\,c^2$ なる量を確定することです。従来の力学では運動のエネルギーのみを質量及び速度の

---

係が茲に記したものに比し遥かに複雑になっていることも当然なのでしょう。カウフマンは更に 1906 年にラジウムのベーター線電子に就て之を精密に実験し，一方にアブラハムの関係と，他方にローレンツ及びアインシュタインの関係とのいずれが事実と一致するかを検しようとしましたが，稍前者に傾いた結果を得ました。しかし之は必ずしも疑のない結論ではないことをプランクなどが論じました。その後ベステルマイヤー（1907 年），ブッヘレル（1908 年），ウォルフ（1909 年），フプカ（1910 年），ノイマン（1914 年) などが度々実験を種々の方法で行いましたが，之等の結果はすべて相対性原理の方に都合のいいことを示しています。勿論両者の差異は極めて小さいのでまだ充分確実に然うであると断ずることは出来ませんけれども，恐らくはその疑はだんだんに少なくなってゆくでありましょう。

函数として与えますけれども，物体が静止せる場合にどれだけのエネルギーをもつかに就ては何も規定してはいなかったのでした。ところがエネルギーの全量が静質量に比例することを相対性原理は要求したばかりでなく，静止せる場合に於ては両者の比は単に光速度の二乗に等しくなってしまいますから，エネルギー恒存の法則はやがてまた質量の恒存をも直接に結果するようになります。この意味でエネルギーと惰性的質量とは同一根源の物理的量と見てもよいのです。そうしてこの事から私たちは光や熱の輻射の場合にそのエネルギー移動に相当した質量の移動をもゆるさなければなりません。ただ輻射エネルギーの静質量はかなり小さいものであることは次の例などで推知されるでしょう。ラジウムが 1 時間に放出する熱は 1 グラム原子即ち毎 225 グラムにつき 30240 カロリーであることが実験的に知られています。これは $1.27\times10^{13}$ エルグのエネルギーに相当し，従ってその静質量は $1.27\times10^{13}\div(3\times10^{10})^2=1.4\times10^{-8}$ グラムに過ぎません。現在に於てはかような小さな質量の差をその運動に対する惰性によりて測定することは到底不可能ですけれども，その重さとの関係に於ては或は測れないこともないのです。なおこの重さの問題に就ては後に述べます。

質量とエネルギーとは昔は全く異った種類の量として解せられていましたけれども，それがまるで関係のない独立のものかどうかは，そう速断することは出来なかったのです。質量はその重さとの密接な関係によりて多少直接経験によりて知ることの出来るものでしたが，エネルギーに至りては実ははなはだ間接につくられた概念に過ぎなかったのです。その増減は物体のなす仕事によりて測られるといっても，これは決して直観的に知られるものではありません。それが実質的な何ものかのように思惟せられたのは，その恒存の法則が一般に成立つと云うことから帰結せられたに過ぎません。ところが相対性原理は物体の静止の場合に質量とエネルギーとの両恒存法則を同一事実として帰

着せしめてしまいました。私たちが質量として直接に感ずる処のものが，又エネルギーとして感ずるものと同一であることが判ったと云うのは，よほど重要なことに違いないのです[1]。それればかりでなく一般の運動量とエネルギーとが融合して一つの四次元ヴェクトルをつくることも同様な大切さをもつべきことと思います。みんな四次元世界の幾何学というものの御蔭なのです。

## 4.　最小作用の原理

ニュートンの力学の法則は力学現象をあらわすに微分方程式を用いたものであります。これを解り易（やす）く云いますと，或る物体の運動経路のうちの微小な部分と，これにはたらく力とを与えれば，次の瞬間はどう云う経路を取るかを定める式であります。或る一つの点 A からこれと有限な距離を隔てた B に到る経路は，斯様（かよう）にして順次微分的に定められるのです。この法則に対して A と B との間の実際の経路の性質を部分的に与えるものがあることを私たちは力学の歴史のうえで知っています。それは最小作用の原理です。私たちはまず A と B との間のあらゆる可能な経路に就（つい）て作用量と云う概念をつくります。簡単のためにまず外力のない場合を考えましょう。この場合に作用量というのは各点に於けるエネルギーと経過の微小時間との積を各（おのおの）の経路に就（つい）

1) エネルギーと質量との関係は最初洞空輻射 (Hohlraumstrahlung) に就て論ぜられました。洞空輻射と云うのは，熱や光などの如き輻射エネルギーを質量のない壁で囲んだものです。すべての波長の輻射エネルギーが，その壁のなかに閉じ込められると通常熱平衡の状態を作ります。之を全体として動かすときに惰性を示すことが明らかにせられたのです。この惰性は年始めてハーゼンエールによりて計算せられました。物質を含まないエネルギーが惰性的質量を有することは之から導かれます。すべての物質はその内部に常にエネルギーを含むことからして，それの質量をもみんなこのエネルギーに関してしまえば，質量とエネルギーとは常に相伴うものでなければなりません。相対性原理はこの考を確めたものと見ることが出来ます。128 ページ註 1) に述べた電子の電磁的質量というのも，電子の有する電磁気力の場のエネルギーに相当する質量に外ならないのです。その意味で最初は之を「外見的」な質量というように思われ，別に本質的な物質の質量があるように見られたのでしたが，今日ではこのエネルギーに属する質量が唯一のものとせられるのです。

て積分したものでありますが，この作用量をお互に隣接する無数に多くの経路に就て比較したときに，そのうちの最小なものが，実在の経路であると云うのがこの法則なのであります。

最小作用の原理はその形式の甚だ簡単な点に於て，最も基礎的な自然法則としての価値を多く認容せられているものであります。それでミンコフスキーの力学に於てもかような原理が見出し得るかどうかは大切な問題として見なされました。もしミンコフスキーの力学に於て成立するとすればその原理のなかには四次元世界に於て不変な量ばかりが入らなければなりません。この原理はニュートンの法則のようにヴェクトル方程式ではありませんから，それに入る量はスカラー量に限るのです。私たちはそう云うものを探すことにしましょう。まずエネルギーの代りにはこれと同等でしかも不変的な静質量を入れればいい訳です。微小時間の代りには，これと同等なスカラー量として，固有時間の微分を取ればいいのでしょう。そうすると最小作用の原理は

> 静質量と微小固有時間との積を各経路に就て積分したものが最小であるような経路が実在のものである。

ということになります。一定の物体に就ては静質量は変りませんから，畢竟 A から B に達する固有時間即ち世界線の長さの最小[1] のものが実際の運動の経路になるわけです。この法則はガリレイの惰性の法則と一致することは容易く証明されます。つまりこの四次元世界の不変関係から運動量並にエネルギー恒存則を導くことが出来るのです。

外力のはたらく場合におきましては，その力のポテンシャルによりて定まる作用量が上の積分のなかに加わる必要があります。これによりて経路の変化が起るわけでありますが，その詳細は数学的な論述を

1) 最小作用の原理は，数学的に云えば実は作用量の変分 (Variation) が 0 になることだけを要求するのですから，作用量が最大若しくは最小の極限値をとりさえすればいいので，必ずしも最小には限りません。只通常最小値があらわれるというに過ぎないのです。それでこの現在の場合にも世界線の長さは測り方によりては最大になるのです。即ちこの節の後に述べたような双曲線幾何学で測りますと，実際然うなることが証明せられます。

要しますからここには省きます[1]。ただこれに関してもう一度ちがった見方から後編に述べることが出来るでしょう。私たちはそこでなおこの原理の極めて重要な意味を見出すでありましょう。

外力のはたらかない場合につきまして私はもう一つ大切な考慮をここに記しておきます。それは光の進行に関してであります。

光は従来輻射エネルギーとして知られていました。輻射エネルギーが惰性的質量をもつことは 1906 年始めてハーゼンエール (Friedrich Hasenöhrl、1874–1915) によりて理論的に結論せられたことでありました[2] が，相対性原理は更に明らかに質量とエネルギーとの同起源的な関係を示しました。それ故光の進む経路も，物体の運動する経路と同じ法則のもとに云いあらわされるであろうことが予想せられます。しかも私たちは通常光にはたらく外力を考えませんから，それはこの節の始に述べた最小作用の原理にその儘(まま)従っていい筈(はず)です。現に昔からの光学に於ても光は最小時間の経路をとることがフェルマーの原理として知られていました。私たちの場合にもこれに相当する原理の成立つことはすぐ解りますが，通常の時間の代りに固有時間が考えられなければなりません。

真空に於ては光速はすべての物理的の速さの極限であることが既に度々(たびたび)述べられました。これに相応して光の経路に関しおもしろい事実があらわれます。それを説明するために私は少しくミンコフスキーの世界空間に於ける線の長さの測り方に就(つい)て説明しなければなりません。

世界空間は双曲線的空間であります。今空間の一軸 O$x$ と時間軸 OT とを含む平面で截(き)った四次元世界の切り口を考えますと，第四編第一節で説明したように，$x$OT の軸に関しても，これと $\phi$ なる角だけ傾い

1) 物体が若し或る表面の上に動くように限られるときは，この表面から外力を受けますけれども，物体の動く径路はこの表面上の最短距離になることは知られています。世界線も之に応じて表面上の最短距離になるのです。一般の力の場合にもヘルツは斯様な原理を立てようといたしました。

2) 128 ページ註 1) を見て下さい。

た $x'\mathrm{O}t'$ の軸に関しても双曲線 $\mathrm{HH}'l$ は全く同等な関係をもつのであります（**第 6 図**）。従ってそれをどこまでも保(たも)たせるためには OT 軸が双曲線を切る点 H も $\mathrm{O}t'$ 軸が切る一点 $\mathrm{H}'$ も，共に原点 O に対し同等な位置関係を有しなければなりません。つまり私たちは OH の長さと $\mathrm{OH}'$ の長さとを互に等しいと測らなければならないのです。ところが今 $\mathrm{H}'$ から OT 軸に下した垂線の足を J としますと，双曲線の性質からして必然 $\mathrm{OH}^2 = \mathrm{OJ}^2 - \mathrm{JH}'^2$ という関係が成立っています。逆に云えば斯様(かよう)な関係を満足する H と $\mathrm{H}'$ とを取れば，それがいつも同じ双曲線上の二点なのです。そこで私たちは前の要求に従って $\mathrm{OH}'$ を測ることにしますと，即ち $\mathrm{OH}'$ を OH に等しいと置きますと，$\mathrm{OH}'^2 = \mathrm{OJ}^2 - \mathrm{JH}'^2$ なる式が成立しなければなりません。これが双曲線幾何学に於ける長さの測り方なのです。

Ot$'$ 軸がだんだん OT に対し傾くに従い，これが双曲線を切る点 $\mathrm{H}'$ と O との距離は，図の上ではだんだん増してゆきますけれども，右の測り方によれば，いつも OH に等しいのです。それが極限の場合になって漸近線 $\mathrm{O}l$ に行ってしまうと，$\mathrm{H}'$ は無限の遠方にゆき，OJ と $\mathrm{JH}'$ とは互に等しい値に近づくように見えますが，その差はやはり有限であって，$\mathrm{OH}'$ は一定であると見なければなりません。図の上でこの場合 $\mathrm{OH}'$ を無限大と見るのはこの図をユークリッド平面と見ての上です。これに反して双曲線幾何学では之これを OH に等しいと測るのです。それですから図の上で $\mathrm{O}l$ の線の有限な部分は，この測り方では OH を無限に分った大さ即ち 0 に等しくなるでしょう。一方に私たちは $\mathrm{O}l$ は O を通る光の世界線であることを知っています。それ故に光の世界線はその各部分の長さが 0 であるということによりて特色づけられてもいいわけなのです。世界線の長さは固有時間を測るものですから．更に言い換えれば

光が進行するのに要する固有時間は 0 である

ということになります。この結果を聞いて驚いてはいけません。光より速いものはないのですから，これが却(かえ)ってその理論的極限をあらわす内容として至当のことなのであります。

この最小作用の原理が最も根本的な法則として保たれることは，なお後にいう相対性原理の拡張に於ても著しく見られます。

## 5.　種々の物理学的現象の法則

ミンコフスキーは力学の法則の外にすべての他の物理的法則をも，彼の四次元世界のなかに不変であるようにつくり上げようと企画しました。そのうちで著しいのは電磁気現象に対する法則であります。

この法則は諸物体が観測者に対して静止せる場合においてはマックスクウェル (James Clerk Maxwell、1831–1879) によりて完成せられ，すべての実験と一致することが証明せられたばかりでなく，光現象も亦これと全く同一の法則中に包含せられることが確められましたけれども，運動せる観測者に対する法則をもとめるに当りて，いろいろな困難を生じそれが漸(ようや)くにしてローレンツの理論によりて解決せられるようになったことは，既に第 3 編に詳述したとおりであります。そうしてこのローレンツの導いた諸法則は丁度(ちょうど)アインシュタインがその儘(まま)用いて相対性原理の根拠にしたものに外ならないのでありますからそれはまた自然にミンコフスキーの世界形象のなかにそのまま移すことの出来る関係でなければなりません。ミンコフスキーはこれを明らかにすると共に，この法則中に内在するおもしろい関係を示したのでした。

電磁現象を空間内の一点で決定するものは，電気力及び磁気力の場の強さであります。この両者は共に三次元空間のヴェクトルであって，従って各三つの独立の要素をもっています。四次元世界では丁度(ちょうど)この両者は相合して一つの特種なテンソルを作ることが出来ます。前に説明したように四次元空間内に平面形を考えますと丁度(ちょうど)これに相当する

ので，六つの独立要素によりて完全に決定せられるのです。そこで電気力及び磁気力の場の強さをあらわす一つのテンソルを考えるとこれが電磁現象の根本法則に入る重要な量でなければなりません。これを電磁場テンソル（または六元ヴェクトル）と申します[1)]。

電気力及び磁気力が四次元世界で唯一つのテンソルになるということは，よほど深い立ち入った両者の関係を示しているのです。テンソルそのものの大さは座標軸の方向に関しないで一定すべき筈でありますが，その各座標面に対する射影の大さは軸の変化と共に変ります。従って電磁場テンソルを作る電気力及び磁気力の大さは変ります。電気と共に動くときには電気力の場のみを認めますが，これと運動を異にする場合に磁気力の場があらわれる事実はこの関係に相当しているのです。しかもこの場合に磁場の強さの二乗と電場の強さの二乗との差，丁度それが私たちの四次元世界の双曲線的空間で測った電磁場テンソルの大さの二乗になるのですが，この差はどんな観測者から見ても不変でなければならないことを示しています。

次に電気力及び磁気力の場の分布を確定する量として私たちはその源泉としての電気量の位置及び其の運動を見なければなりません。体積の変化を避けるために私たちはここでも単位体積の電気量即ち電気密度を考えましょう。丁度この電気密度並びにこれと運動速度との相乗積即ち電気の流れをあらわす四つの量があります。私たちはこれで一つの四次元ヴェクトルをつくります。それは時間と三つの空間座標とで一つの移動ヴェクトルをつくったのと全く同様であります。これを電気密度ヴェクトルと呼ぶことにしましょう。そうすればこの一つ

1) 電磁場テンソルは幾何学的に四次元空間の平面形と同じ性質をもっているのですから，之の各座標面への射影が六つ出来るのです。そのうち三次元の空間軸 $xyz$ で作った三つの座標面への射影は磁気力を定め，時間軸と各空間軸とで作った三つの座標面への射影は電気力を決定します。若しこの電磁場が運動せる帯電体から起るものとすれば，私たちが之に相対的に静止して観測すると電気力だけにならなくてはなりません。この事実は電磁場テンソルが世界線に平行であることを示しています。何故なればそのとき世界線に垂直な三次元空間への射影が $0$ になるからです。即ち一緒に動く観測者に磁気力があらわれないのです。

のヴェクトルによりてすべて電磁場の有様（ありさま）を確定されなければならないのです。電磁現象の根本法則はかくてこの電気密度ヴェクトルを電磁場テンソルと結合させる等式であらわされなければなりません。

私は不幸にしてこの法則を数学の使用なしに適切に簡単に云いあらわす言語を知りません。ここでは止むを得ませんから，只（ただ）この法則は四次元空間に於て電気密度ヴェクトルと電磁揚テルソルとの関係を，丁度（ちょうど）三次元空間に於て静電気の場合に於ける電気密度と電気力の場との関係と全く同様に与うるものであることを附言しておくにとどめましょう。電磁場の最も一般な法則が斯様（かよう）な簡単な関係としてあらわれることは注目に値いする処であると思います。

上の外に電磁場の性質としては，丁度（ちょうど）静電気のときに電気力の場が常に一つのポテンシャルを有する如（ごと）く，一般の場合にもポテンシャルをもっていることです。但（ただ）しこれは前者が一つのスカラー量であるのと異って，一つの四次元のヴェクトルであります。之等（これら）に関しても私はおおく説明の自由をもたないような気がします。が，ともかくこの関係と前の電磁場テンソルの関係とこの唯二つによりて，電磁現象の法則が最も一般に云いあらわされるのであります。そうしてこれがマックスウェル及びローレンツの理論と同一のものであることも容易（たやす）く示されるのです。ミンコフスキーはその最初の論文でこの間に含まれた種々のおもしろい数学的関係を論じ，又之から電磁的運動量及びエネルギーなどの関係を導いています。その後になってゾンマーフェルドはなお之等（これら）諸式に関するたくさんの数学的な微妙な関係を発展させました，電磁作用が有限な速度で空間を伝播（でんぱ）すると云う現象が，四次元世界の幾何学的関係のなかへいかにみごとに折り込まれているかが，それを味うとよく判ります。

電磁気力の外に真空に於てあらわれる物理学的作用として私たちの能（よ）く知っているものは万有引力であります。この現象の法則はもと天

体運動の観測から演繹せられたケプラー (Johannes Kepler、1571–1630) の法則に基づいて，更に一般にニュートンによりて整えられて，謂わゆる距離の逆二乗の法則として与えられました。そうしてそれは地球や月や，太陽系諸星の軌道を計算することによりて，どれ程精密に事実と一致するかは，私たちの驚くに値するくらいでありました。その後この逆二乗の法則はポテンシアル論の発展によりて，いわゆるポアソン (Siméon Denis Poisson，1781–1840) の微分方程式の一積分であることが明らかになりました。ポアソンの式というのは，静電気のポテンシャルと静電気密度とを結びつける式と同一のものであります。つまりこれは時間的の変化を含まないものであって，単に物体の瞬間的位置だけでその間の作用を決定することになります。問題の理論的研究はまず第一にこの点に疑問を発しなければなりませんでした。万有引力は果たして時間的変化を全くあらわさない現象であろうか。もし二つの物体の間の引力が瞬時的に作用をあらわすものならば，言い換えれば引力の伝達に時間を要しないものならば，上の法則が一般の場合に厳格に成立っていいのかも知れません。けれども物理的現象が遠隔の場処に全く時間を要しないで達するということは，電気の場合に於けると等しく疑われなければなりません。万有引力は果してどんな速さで空間を伝わるかということを，事実のうえに見究めることはこの根本的な問題を決定するのに最も大切なことなのであります。けれども一方に天体が種々の運動をしているにも拘らず，その間の引力が能くニュートンの法則で云いあらわされ，そうして天体の速度に関係することの少ないという事実は，たとえ万有引力の速度が有限であるにもせよ，それが天体運動の速度に比べて非常に大きくなければならぬことを示しているのです。それだけにこの決定は観測上の値からはかなり困難であって纏まった結果には達しませんでした。ラプラス (Pierre-Simon Laplace, 1749–1827) などの計算では少くとも光速度に比べてよほど大きくなけ

ればならないように云われていましたが，それも勿論確ではありませんでした。処が意外にも相対性原理の出現がまるで万有引力とは縁のないと思われる方面から起って，すべての物理現象の伝達速度は光速度を超えてはならないことを要求するようになり，万有引力もやはりこれに除外されてはならないものとなってしまいました。勿論万有引力の速度が光速度を超えないとした処で，天体運動の事実に対しては観測の誤差や其の他の副影響を考慮すれば予盾するところは幾んどないと謂ってよいのです。つまり私たちは万有引力の法則をもいずれかの関係に於て相対性原理と結びつけなくてはならないことになったのです。そうしてそれと同時にミンコフスキーの理論によって，万有引力の法則も亦四次元世界のなかで不変な形式につくり変えられなければならぬように余儀なくされていました。何故なればポアソンの式やニュートンの法則は三次元空間のなかだけで対称的になっていますがそれは四次元世界のなかで不変ではないからです[1)]。

万有引力の法則を四次元世界に於て不変にしようという最初の企てはやはりミンコフスキーによりてなされました。けれどそれは只電気間の引力との類推を示しただけでその本質的な理論や，事実との精密な比較の如きはまるで手をつけられずにありました。その後になってアブラハムはポアソンの式を四次元世界に於て対称的関係をもつように拡張して一つの理論をつくりました。これはミンコフスキーの要求にかなう最も自然な，そうして最も簡単なニュートン法則の拡張であると思われますけれども，不幸にして天体観測の事実に就てニュートン法則に比して精密度を進めることが出来ませんでした。それは水星の近日点移動に関することがらで，後になお説明いたしますけれども，

1) ニュートンの法則では二つの物体の万有引力が両者の質量の相乗積に比例し距離の二乗に逆比例することを云うていますが，質量が速度によりて変るならば静質量を取るべきかどうかの疑も起りますし，また距離も各観測者によりて異なるから，どういう値を入れていいか判りません。之等の疑点は皆その怯則が観測者に対し不変でない為めに起るのです。

ともかくニュートン法則よりももっと一般的な完成的な理論としてこの点に関し私たちがよりよき一致を期待することは至当なのでありましょう。アブラハムの理論がこれを果すことが出来ないのは遺憾なことでした。ところが万有引力の法則を之等（これら）とは異った出発点からもとめ辿（たど）って行ったアインシュタインの理論が丁度（ちょうど）これに成功するようになったので，私たちは始めてニュートン法則の至当な拡張を事実と一致して求め得られるようになったのでした。しかもこのアインシュタインの理論は同時に彼の最初つくった相対性原理そのものの異常な一般的拡張によりて遂げられたのであって，斯（か）ようにして私の茲（ここ）まで述べ来った相対性原理は殆（ほとん）ど面目を一新して私たちのまえにおかれたのでした。私はこれを更に編を改めて説かなければなりません。

力学現象と，それから真空に起る物理的作用としての電磁気力及び万有引力とによりて，謂（い）わゆる可逆的物理現象を尽していると謂（い）っていいのです。これに対立する非可逆的現象としては熱力学の現象があります。相対性原理に於てこれを取扱う場合に基礎的な仮定はこの現象を支配するエントロピーなる量の性質に就（つい）てであります。分子論的な見方から云えばエントロピーは一つの熱力学的状態を現出する 確度（プロバビリチー）によりて定まるのですから，これはどんな運動状態にある観測者から見ても不変な量でなければなりません。つまり四次元世界に於ける一つのスカラー量としてエントロピーが位置を占めます。この結果として温度は丁度（ちょうど）エネルギーと同じ様に観測者の運動速度に関するようになることは容易（たやす）く推論せられます。ともかくかようにして熱力学もやはり相対性原理に従うようになることは明らかでありましょう。

この外に近時の量子論と相対性原理との関係に就（つい）ては　なお考究すべき重要な問題がそこに潜んでいるように私は思いますが，これは暫（しばら）く措（お）いてミンコフスキーの四次元世界がすべての物理現象のうえにどれ程根本的な意味をもつべきかを，私たちは既に充分に見ることが出

来たでありましょう。すべての自然法則はいまこの世界のなかに於てのみ不変な形式をとりて始めてその正当な云いあらわし方を得ると謂わなければなりません。

# 第 6 編

## 1. 加速度及び力の絶対性に関する疑問

既に前編の始にちょっと云い及ぼしました如(ごと)く，私たちの従来の力学では運動の絶対速度を実験的に知ることを否定していますが加速度はこれに反して絶対にもとめることの出来るものと仮定しています。つまり惰性の法則では力にはたらかれない物体は或る観測者に対して相対的に一定な運動状態にあること即ち静止しているか又は或る一定の等速運動をすることを要求しますが，これに反し物体がこの状態から外れるならば，即ちどんなかの速度の変化が起るならば，そこに力のはたらいたことを示しています。そうして力の所在は必ず或る物理学的対象として私たちの実験的に知り得るものと仮定せられているのです。よく通俗的に引かれている例は汽車の軌道若(も)しくは地上の物体に対する相対的な運動です。これが一様に軌道を走っているなら私たちは汽車のなかで却(かえ)って他の地上の物体の方が汽車の後方へ走り去る様に感ずることがあります。けれども汽車が急に止まって衝動を受ける場合にこれは軌道が汽車に対して速度変化を起したためだと判断することはしないでしょう。速度が相対的であり，加速度がそうでないことは，私たちに取って単に直観的な事実のみではなくて，力学の法則がそれを真実として教えているのであります。私たちは地球の上にいてそれがどんな速さで空間を動いているかを感じません。又すべての物理学的実験はその速度をもとめ得るであろうという期待に背いて，ついに運動に対する絶対空間を否定しました。私たちが測り得る地球の速度は他の天体に対するその相対的な速度に過ぎません。これに反して私たちが地球と共に動いているときその有する加速度は絶対に定むることが出来るものと思われています。つまり地球はその軸のまわりに廻転しているので，これがために地上にいる私たちは地球の軸に向う

方向に加速度をもっているのです。この廻転はたとえ天空が常に雲に掩(おお)われて星が廻るような事実を見られないとしましても，私たちは実験的に知ることが出来るのです。それはフーコー振子と称(とな)えて，フーコー (Jean Bernard Léon Foucault, 1819–1868) が始めて試みた実験であります。彼は長い振子を高い屋根裏から吊してこれを最初正しく南北の子午面内に振らせて見ました。ところがこの振子の振動面は時間の経つに従って廻転して遂(つい)に一昼夜に一廻転を了することを見出したのです。この事実は振子の振動面がその惰性によりて常に空間内に於て一定の方向を取る間に，地球はこれと相対的に廻転することを示すのであると解せられています。この意味でフーコー振子の与うるものは空間に於ける地球の絶対廻転でなければなりません。又地球は大きく見て一つの弾性的流体であります。これが空間に静止しているならばその自然な平衡状体は球の形をとるのでありますが，それが一つの軸のまわりに廻転するときには，廻転楕円体とならなければなりません。現に地球が大体に於てかような形をなしているのは，やはり空間に於ける地球の絶対廻転の事実を示しているのです。ともかく之等(これら)の実験的事実は私たちが加速度や従ってまた廻転の絶対の値を知ることが出来ることを承認しています。これは果して何を意味しているでありましょうか。

加速度や廻転が絶対に定まるためには私たちがそれらを測る立場が限られていなければなりません。私たちは地面上で物体を落下させてその加速度はいくらいくらであると云って測ります。しかし物体と一緒に落下運動をする観測者があったならその人に取って物体の加速度は 0 になるわけです。加速度の値を一義的に定めるには観測者はどこか一定の立場にいて測らなければなりません。廻転運動にしてもそうであります。地球の廻転を絶対に定めるには，これに与(あずか)らない一定の空間が仮定せられなければなりません。私たちは力学の法則を成り

立たせるために或る絶対な拠り処を必要とするということになります。その立場にいる特定な観測者に対してのみ加速度や廻転は始めて絶対に定まるからです。この特定な立場は何であるか，之れの存在は果してどう云う物理的意味をもつか。こう云う疑問が次に湧かなければなりません。

私たちは力学の原則中に惰性及び力の法則の外に，もう一つ，作用と反作用とは互に相等しいという法則のあることを見遁してはなりません。この法則が今の疑問に対してまず幾分の手がかりを与えるものなのです。

今簡単のために二つの物体が互に万有引力をもって作用する場合を考えて見ましょう。之等の物体はお互の力にはたらかれて加速度をもって運動するでしょう。もし作用と反作用と等しいならば，両者の加速度は互に大さが等しくて反対の方向に向わなければなりません。しかしこれはどんな観測者についても成立つというわけには勿論ゆきません。その観測者は丁度謂わゆる両物体の質量の中心として知られた点に対し静止しているかもしくはこれに対し一定速度で動いているものに限られるのです。つまり反作用の法則は，斯ようの観測者に対する加速度が絶対のものであることを指定しているのだと云わなければなりません。例えば太陽のまわりに地球がまわっているか又は地球のまわりに太陽が廻っているかいずれがほんとうかと云う問題に対して，単に相対的に云えばそのどちらの見方も明らかにそれぞれの観測者に向ってはほんとうであるに拘らず，私たちの力学は次のように答えるでしょう。

それは反作用の法則の成立つために太陽と地球とはいずれもその両者の質量の中心のまわりに廻っていると。この質量の中心は太陽が地球に比べて著しく大きな質量をもっていますから，太陽の中心に極近い処にあるのです。そのために通常太陽のまわりを地球がまわると見做

しても地球の軌道を知る上には大差がなくなります。けれどもこの云いあらわし方は反作用の法則には適しません。何ぜなれば太陽を動かないと見ればその加速度は 0 になるからです。

次に二つ以上の物体の運動体系がありますと，之等が相互に作用する力の廻転能率がお互に等しくなるために，私たちはその能率をつくる軸の方向を適当に固定しなければなりません。之等が謂わゆる不変面[1] の位置を定めます。私たちはこれに対して廻転の絶対性を導くことが出来るのです。

上に説明したとおりに力学の法則は絶対の加速度や絶対廻転の存在をゆるし，これを測るべき観測者の立場を限定するものでありますけれども，私たちはこれを単に実験的に帰納せられた法則と見なしてすますことは出来ませんでした。力学の歴史は多くのこれに関する論議を包容しています。

私たちはまず次の問題に出遇わねばなりません。抽象的に選び出された有限の物体系に於ては，その質量の中心や不変面の位置を確定することが出来ますけれども，現実に与えられた全宇宙の物体系に対して之等は果してどこにどのように存在するかを実際的に決定することが出来るでありましょうか。私たちは天体の運動を論ずるに厳格にはそういう観測の立場に自分をおかなければならない筈です。ところがこの問題は私たちが実験的に判断することの不可能であるのを容易く見出すでありましょう。何故かといえば私たちはどんなに精緻な望遠鏡をつくり得たとしても，到底宇宙のすべての天体を見尽すことは望み得られないからであります。私たちは只逆に或る物理的現象から全宇宙の物体系の有限であることを想像することが出来るものと仮定するならば，そのとき始めて真の観測者の立場を限定せられ得ることを

1) 不変面 (Invariable plane) と云うのは，之に立てた垂線を軸として，すべての力の回転能率をつくったときに，その和が常に 0 になる性質をもったものです。斯様な面の存在及びそれが唯一つあることは容易に証明せられます。

予期されるだけであります。力学の法則が成立つためには斯ような標準的な絶対な立場が理想的に存在しなければならないとノイマンは仮定しました。そうしてそれは或る理想的な物体アルファなるものが宇宙にあってこれに結びついているのだと云ました。このノイマンの理想体アルファ[1] は加速度を絶対とする私たちの力学の法則の産物なのであって，丁度それは或る意味に於て電磁気力や光波の絶対観測者をゆるしたために存在していたエーテルに似ているのです。

茲でもう一つ注意すべき極めて大切な事柄は，従来の力学ではノイマン理想体は宇宙の質量の中心や不変面に固着せられるものと見なされ得るとしましても，この質量の中心や不変面の決定の考察のなかには力の近接作用の観念が入っていないと云うことです。力を遠隔的にはたらくものと見れば少くとも理論的に之等は簡単に決定されますけれども，すべての力の近接性が仮定されなければならない今日の立場から云えば，**厳格に**之等を決定することは極めて困難であることが理解せられます。力学の諸原則を作る場合に既に力の近接性の観念を入れることは，重要な問題でなければなりません。

全宇宙の物体系がその総質量に於ても，又その拡がりに於ても有限であろうと云う予想は，従来純理論的に万有引力の法則から信ぜられていました。宇宙にある天体は各処に散在していますが，これを全体として見るときは，それらの物質が平均な密度で宇宙の空間を埋めていると見てもよいでしょう。もし天体がどこまでも無限に一様に散らばっているとしたならば，それらから起る万有引力の場の強さは私たちのいる場処から限りなく離れるに従い無限に大きくならなければな

---

1) ノイマンの理想的に仮定した物体アルファは，どこまでも想像のうえに立っているものですけれども，それは是非とも惰性の法則を認容するために必要なものであります。それ故，単に惰性のみを有する物体が直線的な等速運動を続けると判断し得る観測者の立場として導かれた惰性座標系 (Inatialsystem) と結局同一のものなのです。かような惰性系の座標軸は，亦相互に無限に遠く離れてその間に力を及ぼすことなく，且つその他の一切の力を受けない三つの質点によりて決定されるものであると見做されます。しかしこの様な質点の存在はやはりどこまでも仮想的であることは勿論です。

らぬことが証明せられます。何故かと云いますと，私たちは自分のまわりに大きな球面を想像しますと，その球面がつつんでいる全質量がその外部に及ぼす引力はそれが全部球の中心にあると同じようにはたらくことを私たちは知っています。ところがこの球内の全質量は球の体積に比例し従って半径の三乗に比例するに反し，一方で力は中心からの距離の二乗に逆比例して減じますから，結局球内の全質量がその球の表面のすぐ外の点に及ぼす引力は，球を大きくするに従い，その半径に正比例して増すことになります。それ故私たちは無限の遠方に一つの天体を想像すると，それは之より近い全天体から無限に大きな引力をもって引き寄せられるということになるでありましょう。それにも拘らず宇宙の天体は無限に拡がっているというのは，一つの矛盾を含むことになります。これを避けるためには，私たちはぜひとも宇宙に於ける天体の分布をどこまでも一様と見みなしてはなりません。つまり星の世界には或る中心があってそれから無限の遠方ではだんだんに星の密度が稀薄になることを仮定しなければならないのです。かようにして星の世界は近似的に有限になります。そうして私たちはその全体系の質量の中心の実在を予想することが出来ます。

以上述べたことはニュートンの引力の法則から導かれることではありますが，その結果をなお考えて見ますと，必ずしも私たちの理性の究極の満足を得られないような処がいろいろ見出されます。宇宙の空間そのものは無限に拡がっているに拘らず，私たちの星の世界即ち全物体系は何故或る中心のまわりに集団をつくっているのでしょうか。此の中心は限りない宇宙の空間のなかに何故特定な場処として標示せられなければならないのでしょうか。それらを私たちは宇宙構成に関する原理的理由なしに単に偶然な事実として認めなければならないのでしょうか。そればかりではありません。たくさんの星のうちで，たまたまその星の世界の集団の端の方に或る速度をもって向ってゆくもの

は，これを引き戻す有限な引力に逆って永劫(えいごう)にその運動を続けてゆきますから，それらは私たちの世界から失われてゆくより外はありません。偶然の法則が支配する限り，私たちの星の世界は斯(か)くして離散してしまわなければならないのです。宇宙の全物体系が一の集団をつくっていることも偶然な一時的の現象に過ぎないのでありましょうか。私たちはなおおおくの星から送り出される光に対しても同様な離散の運命を仮定しなければなりません。エネルギーを荷(にな)い惰性的質量をもっている意味に於て光も物質と同様に考えようと私たちはしています。それらが無限の宇宙に放散せられて失い滅びてゆくときに，私たちはやはり現在の世界がどんなに一時的な仮の姿に過ぎないものであるかを知らなければなりません。私たちの星の世界は斯(か)ような解釈のみしかゆるされないものでしょうか。

加速度を絶対とし従って観測者の立場を限定することに関し，もう一つの疑問は次の点にあります。前に述べたことによりて，実際に宇宙の全物体系に対してその運動を厳格に正しく測り得る理想的な観測者の立場は，たとえそれが存在することを仮定したとしましても，それがどこに在るかを実験的に認知することは不可能であります。只(ただ)宇宙の全物体系のうちから私たちの観測に入ることの出来る幾つかを取り出して，その部分的体系に関して力学の法則の成立つ観測的立場を見出すことが出来るだけです。けれどこれがほんとうの全体系に関する立場と近似的な関係にあることを誰が保証し得るでしょう。要するに私たちは現実な観測者として力学の法則に入る諸量を近似的にすら正しく決定することが出来ないことを虞(おそ)れずにはいられないのです。私たちは寧(むし)ろそういう心配なしに立てられる力学の法則を望み得られないものでしょうか。つまり各(おのおの)の観測者が自分に対する物体の速度や加速度のみを観測することによりて，その運動を決定する式をつくり得ないものでしょうか。この疑問は私たちをして速度ばかりでなく加速

度をも相対的に見なすことが出来るかどうかと云う重大な問題に導いてゆくのであります。私は更にこの見方の可能であるかどうかに就(つい)て，説明してゆかなければなりません。

## 2.　廻転運動の相対性の可能に関する論議

従来の力学は加速度を絶対となし従って絶対の廻転運動の認識をゆるしていることは前節に述べたとおりであります。地球が空間に於て どんな速さで廻転しているかはフーコー振子の実験によりて明らかに知ることが出来ます。なお私たちの認識する廻転運動は相対的なものではなくて，いつも絶対的のものであることをニュートンは次のような実験を引いて説明しています。

今一つの桶(おけ)を糸でつるし，この桶(おけ)をぐるぐる廻して糸の捩(ねじ)れを起させておいて後，これに水を注ぎいれます。この桶(おけ)を其の位置で放すと糸の捩(ねじ)れが戻るために桶(おけ)は廻転を始めるでしょう。この廻転運動はだんだんと桶(おけ)の中の水へ伝わってこれも廻り出し，終(つい)には水はこの廻転のために中央が凹んで桶(おけ)の縁の方で高まるようになるでしょう。この場合に水の表面の変化は其絶対廻転によって起るのであって，決してこれと桶(おけ)との相対的な廻転によるのではありません。何故(なぜ)なればこの相対的廻転は最初桶(おけ)が急に廻り出すときに最も大きく，廻転が水に伝わるに従って漸々減ずるからであります。即ち私たちは水の表面の凹みによりてその絶対廻転を認識することが出来るのであります。

この議論はおおくの人々によりて承認せられて来たので，これによりて絶対廻転を標示する空間がなければならぬことがずっと以前には信ぜられていました。しかしこの見方が決定的のものでないことは既にマッハによりて鋭く指摘されました。彼はニュートンがその実験の説明に於て水と桶(おけ)との両者のみを眼中に入れて他を見ずにいることを難じました。私たちが桶(おけ)に水を入れて実験するときに，決してそこに

は水と桶とばかりが存在するのではなく，相互に位置を変じないたくさんの物質が其の周囲に存在しているのです。水は桶に対する相対的廻転をなすと同時に，之等の多くの周囲の物質に対しても相対的廻転をしています。しかもその質量に於て後者は遥かに前者に優っているとすれば，水がその表面の変化を後者に対する相対的廻転によりて著しく起すことは当然ではありますまいか。斯ように考えれば私たちが水に認める廻転運動はそれが行われる絶対空間の存在を証明するものではなくて，やはり私たちの認識に入るすべての物体系に対する相対的なものでなければならないのです。マッハはなおそこへ附け加えました。もし私たちが桶をつくる物質の厚さを増して数キロメートルに至らしめ，その質量を充分に大きくしたなら，水の表面の凹みはやはり前の実験と同じ様に起ると誰が予言出来るであろうと。彼の心のなかではこの場合に水の桶に対する相対的廻転の著しくあらわれることを寧ろ予期していたに違いありません。

　廻転運動に於けるニュートンの絶対空間を否定して，物質の相対的廻転を説く限りに於て，マッハの論は正しいことを私は思います。水は桶に対する廻転を示すよりも，寧ろその周囲にあるすべての物体系に対する廻転を示すのであるということは至当な解釈でありましょう。しかしこの物体系は何であるかをもっと究めて見なければなりません。それは地面でも太陽系でも恒星系でもない，私の前節に述べたノイマンの理想体アルファでなければならないのです。この理想体は宇宙の全物体系によりて始めて定まるものですが，私たちがいつもそこに標準をもとめなければならないという意味で絶対となるのであって，これに対する廻転を絶対廻転として云いあらわすに外ならないのです。それ故もしマッハの想像した如く，水の相対的廻転が著しくあらわれる程に桶の壁の厚さを増すとすれば，これは桶そのものを近似的にノイマンの理想体に近づかせるということに外ならないので，従ってそ

の場合にはもはや桶をまわすということは意味を失って，只これに対する水の運動を見ると云うことに過ぎなくなるでしょう。フーコー振子の場合も丁度これと同様であってそれがノイマン理想体に対し振動面を変えない間に，地球のこれに対する廻転を観測すると云う意味をもっているのです。

斯ように見るとマッハの廻転の相対性に関する論も，彼が従来の力学の法則を捨てない限り，畢竟私たちの前に述べた関係に帰着するのであります。しかし理想体に対する廻転を絶対という代りに，どこまでもこれに対する相対的な回転であると云いあらわしているなかに，事がらは同じであっても，一つの大切な事実が含まれているのです。それは彼が之等の言葉の保持によりて始終，惰性の相対性を意味しようとしていたことです。新らしい力学への路はここに展かれる可能性をもっていたのです。

マッハによれば桶のなかの水の表面が凹むのも，フーコー振子の振動面が変化しないのも，それはみんなノイマン理想体に対する惰性現象なのであります。そうして之等は対手なしには起り得ないという意味で，どこまでも相対的であったのです。ノイマン理想体はこの意味では単に空間的所在を標示する幾何学的体であってはなりません。宇宙の全物体系の惰性を荷うた実体でなければないのです。彼はたった一つの物体が宇宙に存在していたときにはそれの惰性ということは意味がないと思ったのです。お互に二つの物体が対き合ったときに始めてそれらの運動を支配する惰性が生ずるのであると解したのです。この事は物体間の作用というものが始めて二つ以上の物体の間にあらわれること，そうしてこの力のはたらきによりて始めて惰性が測られることを考えるならば自然のように思われます。それですから今宇宙の全物体の惰性と云ったのも，それ自身では意味がないので私たちが取り出す一つの物体に対して示さるる惰性でなければなりません。

惰性が相対的であるということは，同時にまた加速度の相対的であるのを意味するでありましょう。一つの物体の加速度はそれが単独に存在するとしたら生ずることが出来ないのです。これに力を及ぼす対手（あいて）があって始めてその両者に力が作用し加速度が生ずるのだからです。けれども私たちはこの加速度や惰性を測るのに単に両者の存在だけに眼を向けていたのではいけないので，もっと他の宇宙のすべての物体を考慮し，その物体系によりて定まるノイマン理想体を想像して，それに対して測らなければならないということになってしまうのです。つまり両者間の相互の惰性よりも，もっと余計に，之等（これら）がノイマン理想体に対する相対的惰性を考にとる必要があるからなのです。惰性や加速度がその根本に於て相対的なものでありながら，私たちの力学がこれに絶対の意味を附してしまうのは，ここに理由があるのです。各（おのおの）の個々の物体とは比較にならないノイマン理想体の存在，それは宇宙の全物体系の孤独的存在から結果するものであることは前節に述べたのですが，これが実に私たちの力学に絶対者を持来す原因でなければなりません。

こう論じて来ると，惰性や加速度の完（まっ）たき相対性をゆるす力学の可能性は即ちノイマン理想体をもたない宇宙の全物体系が思惟せられ得るかどうかに帰するでありましょう。現にニュートンの水桶（おけ）実験に対するマッハの解釈は，桶（おけ）の厚さの増すことによりて惰性の相対性を観察し得られるであろうことを述べていますが，これは私の前の説明に反して，彼が寧（むし）ろノイマン理想体の存在を無視することによりて相対性を徹せしめ得ることを暗示していると見なければなりますまい。新らしい力学は只（ただ）これによりて可能になるのであります。

マッハは恐（おそ）らく斯（か）ようにして新らしい相対性力学の可能を信じていたかもしれませんが，それがどうして具体的につくられるかということは非常な困難な問題であります。宇宙の全物体系が或る有限な拡が

りを無限の空間のなかに占めるであろうというような結論を導いたニュートンの万有引力の法則，そう云うものをさえノイマン理想体と共に捨てなければならないことになるでしょう。そのうえで何を私たちがこれに代えたらいいのでしょうか。これらの問題の解決は異常なる天才の異常なはたらきを待たなければ出来ないものに違いなかったのです。マッハの之等(これら)の論議の後 50 年，アインシュタインのあらわれるまでは時代はそのままに推移して行ったのでした。

## 3.　惰性と重力との相等の原理

惰性や加速度の相対性はマッハからアインシュタインに移るに及んでその意味のうえに一歩を進めたことを注意しなければなりません。前節に述べたのは惰性や加速度はいつも少くとも二つ以上の物体の存在によりて，その間に相対的に観測せられるものであるということでした。しかしそこにもう一つ見遁(みのが)してならないことはそれらを測っている観測者の存在であります。従来の力学はこの観測者の所在を制限していたことは既に説明したとおりです。そうして宇宙の全物体系を考に取り入れればこれはノイマン理想体になってしまうのです。けれどもマッハの見なしたようにノイマン理想体はただこれに対して個々の物体が一相対的な惰性を示す対手(あいて)に過ぎないとすれば，たとえ宇宙の全物体系の孤独的存在のために，それからノイマン理想体は結果して存在するとしても，これに対する相対的惰性の観測者が後者に結びついていなければならぬという必要はない筈(はず)です。どうにか力学の法則を変更したなら，斯(か)ような任意の所在にある観測者に対しても惰性や加速度が測られていいわけではありますまいか。つまり惰性や加速度は物体相互の相対的存在のために成立つものであると共に，これを観測するものの所在に応じてこれに対していろいろな相対的の値をもつものであることがゆるされはしまいかと云うのです。もし之等(これら)のい

ずれに対しても同様な力学的法則が立てられ得るならば，そこに始めて惰性や加速度の完全な相対性が成り立つのです。アインシュタインは実にこの相対性をもとめたのでした。

観測者に対する加速度の相対性を成り立たせるために私たちはどんな法則をつくったならばいいか。これを究（きわ）めるにはまずお互に加速度を有する二人の観測者が同一の現象をどんな風に異って見るかを知らなければなりません。そのうえでこの相異を陰影のなかにかくす一般の法則があり得るかどうかを探せばいいのです。私たちは今簡単のために二人の観測者がお互に一定の加速度をもっているとしましょう。一定の加速度が起るためにそこには質量にはたらく一定の強さの力の場が存在しなければなりません。この力がどんな種類の物理的の力でなければならないという理由はない筈（はず）です。たとえば電気の力であろうとも，物質に一定の電気量が固着せられて居りそれが一定の強さの電気の場に置かれてあるならばやはりこの物体の質量に一定の力がはたらいて一定の加速度を生じます。アインシュタインはしかしここに一定の重力の場を取りて論じました。私もまず解り易（やす）いように重力の場が存在するものとして説明しましょう。もしこれが実際重力の場に限るとしたならばその理由は別に示さなければなりません。この論は後に補うことにいたします。

重力の場が事実の闡明（せんめい）に最も簡単であるわけはすぐに解ります。それは一定の重力の場に於てはすべての物体はその重さの如何（いかん）に拘（かかわ）らず一定の加速度を得るからであります。一人の観測者はたとえば一つの大きな箱の中にあって，これと一緒に地面上の一定の重力の場に於て或る加速度で落下していると想像しましょう。もう一人の観測者はこの箱の外にありて地面に静止しているとして見ましょう。後者は箱及びそのなかのすべての物体を通常の力学の法則に従って重力にはたらかれてこの運動をしていると見るでしょう。もし箱が地上に静止して

いるなら箱のなかの物体にはたらく重力は箱の底を圧する力としてあらわれ，箱はこの物体にその反作用を及ぼしているわけです。これが物体の重さとして感じられるのです。ところが箱が或る加速度をもって落ちていると，そのなかの物体にもこれだけの加速度を惰性に逆らって起させるために重力の幾分が費されなければならないのです。それだけ物体が箱の底を圧する力は減じているわけです。加速度が漸々増して箱全体が地上で自由に落される場合には，箱のなかの物体に向っても，重力の全部がそれだけの加速度を起す力として役立ちますから，もはやその物体が箱の底を圧す力はなくなってしまうでしょう。この場合には物体にはたらく重力が丁度惰性の力と釣り合っているのです。そこで私たちは更にこの現象が箱の中の観測者にとりてどう見えるかを考究して見なければなりません。

箱の中の観測者は箱と共に動いていますから，自分に対して箱のなかの物体は少しも加速度をもっていないのです。従ってこの物体にははたらく惰性の力を認めないでありましょう。またこの物体は箱全体が自由に落下している最後の場合には箱の底を圧すこともなく従って箱からも何の反作用も受けないのですから，要するにこの物体は重力以外に何の力も受けずに箱のなかに静止しているということになります。私たちはこの箱の中の観測者に対してやはり同様な力学の法則を成り立たせるために何をしたらいいでしょうか。惰性の法則，それは静止している物体には全体として力がはたらかないというのですが，今の場合にこれを保守しようとするならば，箱のなかに静止している物体には重力がはたらいていないとするより外に仕方はありません。つまり箱のなかの観測者には惰性の力と共に重力もなくなって見えるのであります。重力は斯ような特種な状態にある観測者に対しては少しもあらわれないということになります[1]。

これと同様な例は次の場合にも見られます。地球の上で私たちは物

1) エディントンの書物に引いてありますが，ジュール・ヴェルヌの「月を廻りて」と

体の重さを感じています。これは主として地球がこの物体に及ぼす万有引力によるでありますが，その外になお地球の廻転のために起る遠心力がこれと反対に加わっていることはよく知られていることでしょう。けれどこの遠心力に就てはむつかしい解釈が必要とせられています。それは実在の力ではない。何故ならもし万有引力がなくなったと想像してもこの場合に物体は遠心力の方向に加速度を得はしないから云々と云うような註釈であります。しかしこの遠心力は実は地球の中心に静止して廻転を見ている観測者の判断した惰性の力に外ならないのでしょう。地球の上にいてこれと共に廻転している観測者に取っては，物体は静止しているのですから加速度に逆らう惰性の力は存在しない筈です。従って物体の重さが前の遠心力に相当するだけ変更されていると見なければなりません。これは実は極めて判りきったことなので，私たちが通常地球上で物体の重さと感じているものは斯ように変更された力なのであります。従来の力学ではこの観測者の立場を認めないのですけれど，ここではそれを正直に云いあらわしているに過ぎません。簡単のために地球上の観測者がその赤道の上にいると仮定すると，万有引力と遠心力とは丁度反対の方向に向っていますから，この観測者に対する物体の重さは単にこの両者の大さの差に等しいのです。それ故もし仮りに地球の廻転速度が増して或る程度に達すると遠心力が大きくなりて丁度万有引力を打ち消すことになる場合がありましょう。そのときに地球赤道上の観測者にとりて物体の重さは消滅したと謂わなければなりません。現にその人のまえでは手にもっている物体は少しも手を圧すこともなく，またこれを空間に放しても落ち

云う小話のなかに，三人の人間が砲弾のなかに閉じこもりて空中に射出され，地球と月との中間の丁度重力の消失する点へ行って不思議な経験をすることが書いてあります。しかしこの砲弾のなかの人間は地球と月との重力の釣合う点にゆかなくとも，既に砲弾が大砲の口を出た瞬間から，もう重力を感じていない筈なのです。何故ならはこの砲弾は勿論地球に引かれて，恰も本文の例に引いた自由に落下する箱と全く同じ加速度を地球に対してもっているのですから，その内部では丁度重力が打消されていなければなりません。すべて空間に自由に放たれた物体の上では，他の物体からの重力の場を感じないのです。

ることはないでしょう。丁度(ちょうど)前の例で箱のなかの観測者がその内部だけを見ていたときと全く同じ現象が起ります。もしこの人が生れた最初から始終斯様(かよう)な事実のみを経験していたなら，物体の重さと云うことはその人に取りて寧(むし)ろ不思議な性質でなければなりますまい。

アインシュタインは斯様(かよう)な観察のもとに惰性の力と共に重力をも観測者に対する相対的の力と解する事によりて，すべての場合に加速度の相対性をゆるそうとしたのです。そればかりではありません。彼はこの論結を更に進めて大胆にも惰性の力と重力とを全く本質的に同一なものと見なそうとしたのです。彼はこれを簡単に相等原理と名づけました。これによれば一つの力を惰性の力と見るか重力と見るかは只(ただ)観測者の立場の如何(いかん)によるのであります。前の落下する箱の例に就(つい)て云いましても，地面上からこの箱の落下を見ている人に取っては，箱のなかの物体が箱の底を圧しないのはその物体の重さと落下の加速度のために起る惰性の力とが丁度(ちょうど)相釣り合っているからだと解するのでありますが，これに反し箱の中の観測者に取っては物体は静止していますから惰性の力が現われないので，それにも拘(かかわ)らず物体が箱の底を圧しないのは地球の重力が前に述べた如(ごと)くなくなったものとしなければなりますまい。しかもその人は地球の存在を肯定するためには地球に固有な重力に釣合う他の重力がそこにはたらいていると解するより外はないのです。この後者は地上の観測者には惰性の力と見えたものであり，箱のなかの観測者には一種の重力と見えるものに外ならないのです。これと全く同様に地球の廻転の場合の遠心力は地球の廻転を外から観測しているものには惰性の力であり，地球上に固着せる観測者にはやはり一種の重力と見なされるものであります。之等(これら)の論は従来の力学に執着している人々には余りに奇矯(ききょう)なように思われますけれども，以上の論理を虚心に辿(たど)って来た人には必ずしも肯(うべな)われないことではないでしょう。只(ただ)ここに疑問となるのは私たちは重力の場をいつも

現実の物質の分布に附帯して起るものとのみ考えて来た事実に対して，今述べた箱のなかの観測者や，地球上の観測者が判断した一種の重力の場，それは一般に云えばノイマン理想体に結び付いた観測者には惰性の力として見なされる筈(はず)のものなのですが，そう云う重力の場が由来すべき物質の分布をもとめ得るかどうかと云う問題であります。またそう云う物質は果して現実の物質であり得るか又は一種の想像的なものに過ぎないのかと云う問題がこれに続いて必然に起ります。之等(これら)はかなり困難な疑問でありますが，それはとにかく後にまわして，私たちはもう少しアインシュタインの議論に附いてゆくことにいたしましょう。

## 4.　惰性的及び重力的質量，重力の場に於ける光速度の変化

重力と惰性の力とが密接に関係しているであろうということは従来の力学に於ても私たちの経験していることでありました。それは物体に固有であると信ぜられていた質量の意味を通じてであります。最初物体の質量の概念はその重さということから発達して来たのです。地球上一定の場処でいろいろな物体を比べているうちは単にその重さ即ち之等(これら)にはたらく重力の大さだけの差違をいえば充分です。けれども場処が変ると，言い換えれば重力の場の強さが変ると，同じ物体でも重さが変って来ます。つまり物体の重さと云う概念のなかには二つの要素が入って居るので，そこで重さと重力の場の強さとの割合を物体に固有な要素であるとして，これをその質量と名けました。その定義から云うてこの量は詳しくは重力的質量というべきものであります。ところがこの外に物体に固有の量がその惰性からも定められるのです。即ち物体に力がはたらいて加速度が生ずる場合に，同じ物体ではその力と加速度との比はいつも一定なのでこれを惰性的質量としていいあらわします。尤(もっと)もこの惰性的質量は既に第 5 編で述べた如(ごと)く速度によ

りて変ることが解り，電子の運動などで実験的に証明せられるようになりましたが，その場合になお静質量というものを考えればそれはやはり一つの物体に固有な量であります。一方で重力的質量というものを私たちは同様に物体の静止している場合の固有量と解しますと，ともかく惰性的静質量とこれとの間に何等かの関係がある筈(はず)だということが予想されるのです。

この関係を探す手がかりになるのは，すべての物体は同じ重力の場で同一の加速度を得るという事実です。これは勿論(もちろん)速度の小さい場合になされた近似的実験の結果でありますが，私たちは少くとも物体の静止している場合の極限的性質を運動の有様(ありさま)から抽象的に見出そうというのですから，この目的のためにはその近似的な結果を用いてちっとも差支(さしつかえ)はないのです。そこでこの事実は明らかに惰性的静質量が重力的質量に比例することを示していなければなりません。もし此の両者が比例しないなら，同じ重さの物体でも惰性のちがうために異った加速度をもつ場合が起らなければならないからです。それ故この両者が比例する限り適当な単位でこれを測ればいつも両者を同一の量として云いあらわすことが出来るでしょう。この様な理由から従来の力学ではこの両様の意味の質量を，同じ名であらわし同一の量として区別を認めずに過ごしで来たのでした。

けれどもこの惰性的静質量と重力的質量とが果して根本的に同一の者であるか，又は偶然的に互に比例する量として測られるのであるかと云うことは惰性と重力との関係を深く究(きわ)めようとするために，ぜひとも必要なことにちがいないのでした。只(ただ)従来私たちの経験する物体に於てはそれが惰性をもつと云う事実と，又重さをもつと云う事実とは，云うまでもなく常に伴ってあらわれるのですから之等(これら)の疑問を起す余地もなく，また疑問を起したにしてもこれを判断する方法を殆どもち得なかったのですが，近ごろになってこの問題に関聯(かんれん)した重要な

事実が見出されたのでした。それはエネルギーの惰性ということであります。熱や光のような輻射エネルギーを或る質量のない物質壁で囲んだと想像しますと，そのエネルギーが運動の変化に対して有限な惰性を示さなければならないと云うことが理論的に示され，また相対性原理は一般に静止エネルギーと惰性的静質量とは比例すべきことを結論するようになりました。このことを私は前編に述べましたが，その際例に引いたようにラジウムが熱を放散するために失う質量は非常に小さいのでこれをその惰性によりて験出することは不可能でありますが，しかしもしこの理論を私たちが正しいとして認めるならば，即ちエネルギーと共に惰性的静質量が失われていることを疑わないならば，この現象は更に今私たちの問題としている惰性と重力との関係を考究するのに役立つことが出来るのです。何故（なぜ）なれば私たちが重さを測るに用いている天秤（てんびん）はその適当な構造によりては非常に小さな重さの差違を験することが出来るものであるからです。輻射エネルギーは惰性をもってはいるけれども，それは果して重さをもっているであろうか。惰性的静質量と重力的質量とは果してここにも同一の量として見なし得るであろうか。これは私たちに取って実に重大な問題なのであります。それは全く理論的の予断をゆるさない事がらであって，只（ただ）実験的に拠りどころを求めるより外に方法がなかったからです。ラジウムが熱と共にその重さを減ずるかどうかを見るのは，この意味で非常に大切なのです。しかしこの実験に於ても直接にこれを測るためにはその量の小さいために今日まで確かな結果を望むことが出来ずに居りますけれども，やがて私たちが実験的の困難に打ち勝つことが出来るようになるでしょう。

物体の惰性的静質量と重力的質量との関係に就（つい）てなされた最も精密の実験はエトヴェシュ (Eötoös Loránd, 1848–1919) が 1890 年に行ったものであります。これは両質量が比例すべきことを巧に次のような現象

によりて証明したのでした。地球上にある物体には地球の万有引力と地球廻転のための遠心力とがはたらきますが，前者は本来の重力的質量に比例し，後者は惰性的質量に比例します。もし此の両者が互に比例しないならば重さが同じでも惰性の異なるものがあり得るわけですから，従って引力と遠心力との合力の方向が異ならなければなりません。然(そ)うすると或る複雑な組成分をもった物体は各部分にはたらく力の方向が全く平行でなくて多少異った方向をもつ場合が起るでしょうからそれらは必ずしも一つの合力に合成することが出来ないで偶力を形づくることがあります。それ故斯(か)ような物体を捩(ねじ)れのない糸でつるすと偶力のためにどちちかに廻転しようとします。エトヴェシュはいろいろな物質に就(つい)てこの廻転性があるかどうかを精密な捩(ねじ)り秤で測ったのでした。しかし彼の実験の示した限りに於てこう云う現象を認め得られなかったのです[1]。ラジウムなどの放射性の物質でもしエネルギーと共に惰性のみが減って重さが減らないとしたら勿論(もちろん)エトヴェシュの実験で指摘されなくてはならないのです。スーザーンスは 1910 年ウラニウムに就(つい)てこれを験しましたけれども，やはりこの現象を見ることが出来ませんでした。

之等(これら)の実験はまだ完全とは云えませんが，それでも惰性と重さとが常に相比例するものであることを余程確らしくするに足りるものです。アインシュタインはこれを考慮しながら前節に述べたような考察によりて，その両者を本質的に同一なものであると結論しようとしたのです。彼は此の結果として従来誰も思い到らなかった著しい現象を予言したのでした。それは光線が重力の影響をうけて屈曲するであろうと云うことです。光線は輻射エネルギーが空間を進行する現象であって，真空のなかでは常に直線に沿うて進むことが信ぜられていました。けれ

1) エトヴェシュは，ガラス，コルク及びアンチモン結晶などと真鍮の錘りとを比較したのですが，その結果から之等の物質に惰性と重さとの相異があるとしても，その重さの二千万分の一を超えないことを導きました。

どもし輻射エネルギーが惰性をもち，そうして又それが重さをも有っているとしたなら，大きな物体の近傍に於て強い重力の場を通過するとき，通常の物体が曲った軌道を描くように，光線も亦曲って進むであろうということが予想されるわけでありましょう。けれども一方から見れば光は一つの波動であってその波面は光線に垂直になっていることを私たちは実験的に知っています。波面が進行する場合にそれが曲った方向にゆくとしたならこれは波面の各処に於て波の進行速度が異なることを意味しなければなりません。光線が重力の場で曲るためには光の速度がそこに於て変化していることを必要とします。そうして物体に近い程速度が遅くなるときに始めて光は物体に引き寄せられる様に曲ることが出来るのでしょう。斯ような事実が果してあるかどうかをアインシュタインはまず考究しなければなりませんでした。

彼はその考究の出発点として前編に述べた相対性力学からの重要な結果を利用することが出来ました。それは物体の静止せる場合のエネルギーは惰性的静質量と光速度の二乗との相乗積に等しいと云う事実です。このエネルギーはその物体の有するすべての種類のエネルギーを包括しています。今この物体が重力の場で静止しているとしましょう。たとえば地面上にあるとしまして，この物体をそこから静に高い処へ持ち上げたといたします。この場合に私たちは重力に対して或る仕事を費さなければなりません。それだけ物体の重力的エネルギーが増すわけであります。このエネルギーの増加は上述の関係によりて惰性的静質量の増加か又は光速度の増加に相当しなければならない筈です。然るに私たちはアインシュタインと共に惰性的静質量と重力的質量との同一を仮定し，従って又これは重力の場に依らない物体固有の量であるとすれば，必然的に重力の場に於けるエネルギーの増加は光速度の増加に依ることを結論しなければならないでしょう。地面から高処にゆけば重力の場の強さは減ずるのです。そうしてそこでは地面

に於けるより光速度が増すでありましょう。此の結果は丁度（ちょうど）上に予期した処と一致して居ります。

実際に光線が重力の場に於て曲るかどうかは，光速度の大きなことと強い重力の場を実現させることの困難なために実験的にはかなり判断に苦しまなければならないのです。只（ただ）星から来る光が太陽の近傍を通る場合にその屈曲の大さは観測に適する程度に達することが出来ます。これに関して理論が確められるようになった著しい事実は更に後に述べることにいたしましょう。

## 5.　世界空間の変形と一般相対性

アインシュタインは物体の惰性と重さとが同一のものであるという仮定をエネルギーの場合にも拡張することによりて，光速度が重力の場に於て変るという結論に達しましたが，これは単に上の性質から導き出された結果という以上に根本的な意味をもっている事実として解されなければならないのでこれは光速度というものの特殊な役目から云って肯（うなず）かれるでありましょう。私達が前編までに述べて来た特殊相対性原理は観測者のお互の速度が一定の値を保っている場合に限られていましたけれども，そこには光速度が常に一定不変であるということが基礎的な公理として含まれていたのでした。私たちはその場合に重力の場のことは少しも考えに取っていなかったのです。ところが今観測者の立場をもっと一般に拡めようとして，それと同時に重力の現象をも取り入れて議論を進めた結果として，図（はか）らずも光速度が重力の場で変るという事実にぶつかったのでした。そこで当然私たちはこう云うことを思い浮ぶでありましょう。それは光速度が変るということが，重力の場の存在するということの特質ではなかろうかと云う予想です。勿論（もちろん）アインシュタインに依（よ）れば重力の場が存在するとしないとは観測者に対する相対的の現象です。地面上に静止する人に取って地

球の重力の場は存在していますけれども，地面上の空間で自由に落下する箱を想像すればこの箱の中の観測者に対しては重力の場は消失してしまいます。けれど箱のなかで光速度が一定であり従って光は一直線に進むとしましたなら，この現象を地面上で見るとやはり光の速度が変りそうして光線は必ずしも直線に進むものでないことが容易(たやす)く理解されるにちがいありません。それですから，どんな場合にも重力の存在と光速度の変化ということは相伴うものと謂(い)ってよいので，従って私たちは一歩を進めて, 光速度の変化そのものによりて重力の場の成立を説明してもよいことになるのでしょう。私たちはここに重力の物理的意味に就(つい)て新らしい手がかりを得たようにも思われるのです。ともかく光と重力とは斯(か)ようにして密接な関聯(かんれん)を与えられることになりました。

然(しか)るに茲(ここ)に一つの大きな困難がこの理論をすすめる途上にあらわれました。私たちが一度つくり上げた相対性原理は光速度の不変を公理的な仮定としてもっているのに，今それを捨てて光速度の変化をゆるすとしたなら，この原理はその土台から崩されたと謂(い)わなければならない。折角(せっかく)広い処に出ようとして今迄の成功をみんな失ってしまうとしたらそれは堪えられない遺憾であります。前に築いた相対性原理の美事(みごと)な住居をどう繕ったなら，この新しい要求をも容れることが出来るようになるでしょうか。この問題の解決は当時非常なむつかしいものとなっていろいろな議論を沸き立たせました。アブラハムの如(ごと)き人はこれを極端に悲観して相対性原理を捨て去ってもとの絶対論にかえろうとさえした程です。又ノルドシュトルム (Gunnar Nordström，1881–1923) 及びミー (Gustav Adolf Feodor Wilhelm Ludwig Mie，1868–1957) などはもとの相対性原理をどうにか拡張して重力の場合を包括させようと試みましたが，多少アインシュタインの上述の論とは異なる点もありましたし，又その結果が充分に満足なものにはならなかったのです。

之等(これら)は 1911 年から 1913 年頃までの間のことでしたが，丁度(ちょうど)その年にアインシュタインはグロスマン (Marcel Grossmann, 1878–1936) と共に全く新らしい基礎のうえに相対性原理の拡張を企てたのでした。そうしてこの論はその後多少の変更と補足とを加えて漸(ようや)く 1915 年になってアインシュタインの手で完成されました。それが今日一般的相対性原理と称えられているものなのです。

私はここで新らしい基礎と云ったものが何であるかを説明しておかなければなりますまい。それは空間幾何学の最も一般な理論であったのです。もと私たちは一定の公理の系統から発達したユークリッド幾何学のみを知っていました。ところがその公理のうちで平行線に関する公理を否定しても，なおそれ自身のなかに矛盾を含まない他の幾何学的論理系統の成立し得ることがだんだんに明らかになって，謂(い)わゆる非ユークリッド幾何学が生れ，更にその公理を一般に整えることによりてリーマン，クリストッフェル (Elwin Bruno Christoffel, 1829–1900) などの一般的な幾何学理論が発展して行ったのでした。之れによればたとえば二次元的表面の場合に，いろいろな面がありますが，その上に一定の幾何学の成り立つような表面同士は皺(しわ)をよせることなしに変形させてお互に他の上に重ねることが出来ますけれども，之れに反して皺(しわ)がよらなくては重ね合されない二つめ表面の上では異った幾何学的関係が成立ちます。例えば平面と円柱面との如(ごと)きは前者に属し共にユークリッド幾何学が成立しますが，平面と球面とではそうゆきません。球面幾何学はもはやユークリッドの平面幾何学とは，ちがわなければなりません。これと同様なことは三次元若(も)しくはそれ以上の高次元空間でも行われるのであります。同一の幾何学が成立つかどうかを判別し得るものとして，一般の幾何学理論は之等(これら)の空間の各(おのおの)に固有な唯一の量があることを見出しました。これをその空間の曲率として云いあらわします[1)]。曲率の同じものはどんなに形は異っていてもお互に

1) 一般の空間の性質は，各点に固有な，微小線分を決定する基本テンソルと名づけ

皺にならず重ね合うことが出来るもので，之の異るものは然う出来ないものです。ユークリッド幾何学の成立する空間は丁度二次元の平面と等しく曲率の 0 なる場合[1) ]で，その外に曲率の一定な球面や準球面に相当する空間も考えられますし，又曲率の場処毎に変る複雑なものも想像せられます。アインシュタインはこの一般的な幾何学理論をミンコフスキーの四次元世界のうえに応用したのでした。ここに今日の偉大な一般的相対性原理を生んだ彼の卓見があったのです。

前に述べた特殊相対性原理に相当するミンコフスキーの四次元世界は双曲線幾何学の成立する空間でありました。この幾何学は通常のユークリッド幾何学と異ってはいますけれども，或る一つの変数（時間）を虚数単位で測ることによりて容易に後者に移ることの出来るものであって，曲率の 0 であるという性質はお互に共通なものですから，私たちは斯ようなものを準ユークリッド空間として取り扱っています。なお四次元世界のうちに含まれる三次元空間は純粋にユークリッド空間として見なされていました。このなかで私たちは光速度を一定不変の量と仮定していたのです。そうして光の進行をあらわす世界線は一つの直線としてあらわされました。ところがここに重力の場があらわれると光速度が変化し，従ってその世界線は曲ることになったのでし

---

る第二階級のテンソルによりてあらわされます。私たちはこのテンソルと，その座標に対する第一次及び第二次微分係数とをもって一つのスカラー量をつくることが出来ます。これが即ち空間の曲率 (Krümmungsmass) と称えるものであって，斯様なスカラー量は唯一つしか存在しないことが数学的に証明せられます。この曲率の外になおお一般に基本テンソルから導かれる第二階級及び第三階級のテンソルがありて，それぞれ空間の変形を云いあらわしています。

1) 平面やユークリッド空間では勿論曲率が 0 になります。しかし之と同時になおお上註に述べた第二階級及び第三階級のテンソルも 0 にならなければなりません。三次元の空間のなかにある面に就ては，曲率さえ 0 になれば，従って第二階級のテンソルも 0 になり，面は平面になるか若くは皺なしに之と重ねることの出来る面になります。けれども一般に高次元の空間では曲率のみが 0 になっても，まだ全く平面的な性質をもたないで，歪んだ空間をつくります。即ち平面的（ユークリッド的）になるためにはどうしても第三階級のテンソルが，0 にならなければなりません。之が 0 にならないでも，第二階級のテンソルの 0 になるものを，第一次的に歪んでいると云います。又第二，第三階級のテンソルは消えないでも曲率の 0 になるものは第二次的に歪んでいると云います。更に曲率の 0 でないものは，全く歪んだ空間なのです。

た。私たちは前の場合からこの後の場合に移るために四次元世界に或る変形を与えなければならないでしょう。この結果として世界空間に皺(しわ)がよるかどうか，言い換えれば曲率があらわれるかどうかは判りませんが，ともかく重力の場の存在，従って光速度の変化は四次元世界の或る変形として解せられるのです。ここに注意すべきことは，たとえこの四次元世界の変形が曲率の変化を起さないようなものであっても，そのうちに含まるる三次元空間には曲率の変化の起る場合がたくさんにあるということです。そうして実際おおくの重力の場に於てこれが実現されて居ります。

アインシュタインの理論は斯(か)ようにして四次元世界の変形を重力の場と結びつけた後に更に一歩を進めて，この世界空間の曲率の特質を物理的に意味づけようといたしました。即ち世界空間は物質の存在しない処では常に曲率[1]が 0 であり，物質の存在する場処ではその密度[2]に応じて曲率が異なることを仮定しました。世界空間の曲率がこれによりて，物質の存在と一義的に結びつけられたことは，アインシュタインの理論の根本的の仮定の一つであって，これによりて始めて万有引力の場とこれを起す物質との関係が完全に決定せられるのであります。

一般相対性から見れば前の特殊相対性に於ける関係はなお一層ひろい原理に含まれてしまっているので，只(ただ)それは観測者の特別な立場，即ちその人に対して重力の場のあらわれないような場合に限って実現される関係に過ぎなくなるのであります。この一層ひろい原理が何であるかと云うことから始めて，私は次の説明を続けてゆこうと思います。

## 6.　世界空間に於ける共変性及び不変性

1) 物質のある周囲の世界空間では曲率は 0 でありますけれども，一般に第一次的に歪んで居ます（165 ページ註 1) 参照)。従ってこの世界空間中に含まれる三次元空間の曲率は必ずしも 0 になりません。

2) 物質の密度は特殊相対性の場合と等しく一般相対性に於ても一つのスカラー量と認められます。そうしてこれが曲率と一義的に結びつくことが出来ます。密度がどんな観測者から見ても変らないと云うことは，そこに物質の恒存性の核があるものと見なくてはなりません。

特殊相対性の場合に既に私は最も基礎的な自然法則として最小作用の原理を説明しておきました。これが前節の終で，光速度不変の法則よりも一層広い原理として暗示したものに外ならないのです。外力のはたらかない場合に一定の静質量をもった物体は世界線の長さが最小であるような径路を取るということが，この原理の直接の結果であったのです。私たちはアインシュタインに従って重力を惰性の力と同一のものであると解するならば，それはもはや外力ではありません。私たちは歪んだ四次元世界を考えて，そのなかで上の原理をその儘(まま)応用しさえすればいいのです。もし物体のかわりに光が進むならばその世界線の長さは 0 であるということも前に導きました。重力の場がそこにあるならば，これに相当した歪んだ四次元世界のなかで，やはり長さの 0 になるような世界線をもとめれば宜(よろし)いのです。それが光の径路でなければなりません。そうしてその径路は一般には世界の歪みによりてもはや直線ではあり得ないのでありましょう。光速度の変化はこの云いあらわし方のなかに含まれた事実なのです。それはまた世界空間の歪みのあらわれない特別の場合に，光速度不変の法則に移ってゆくことの出来るのは，容易に推断せられるでしょう。

私は更に茲(ここ)に最小作用の原理の大切な役目を述べなければなりません。それは前節の終りに述べたアインシュタインの仮定，即ち世界空間の曲率と物質の密度との関係は，丁度(ちょうど)この原理に入る作用量として私たちの前に論じた物質に属するものの外に世界空間の曲率に比例する量を附加することによりて，同じくこの原理の応用として導かれると云うことであります。まず物質の存在しない場処ではこれに属する作用量がなくなりますから，最小作用の原理は単に世界空間の曲率の最小なることを要求することがすぐに結果するでしょう。そうして実際にこれは曲率の値を 0 にすると云うことになります。又物質の存在する処では物質に関する作用量と世界の曲率に比例する作用量との和を最小にするために，物質の密度とこの曲率との間に一定の関係が必

要になるので，これがアインシュタインの仮定したものに外ならないのです。

最小作用の原理は自然法則の最も基礎的な簡単な形式であることを，私たちは之等によりて知ることが出来ると思いますが，なお私たちはアインシュタインが最初にこの原理に依らないでしかも之から導かれる関係を何故立てることが出来たかを見遁してはならないと思います。これは実にミンコフスキーの四次元世界の不変性と，そうしてそのなかに起るすべての関係の共変性というものが相対性原理の根本に横わっている事実からに外ならないのです。私たちは世界空間のどんな歪みを考えるにしても，いつも世界線の微小部分の長さが変らないということを仮定します。これは丁度ジーマンなどの発展させた一般の幾何学理論に於ける仮設と同じなのであって，その解析学的な理論が絶対微分学と云われるのも要するにこの意味からなのです。つまり一般の空間に於ける微小線分が絶対の長さを保っているようなあらゆる変数転換をそこでは取り扱っているのです。この場合に独立変数のどんな転換を行なっても形式を変えないようないろいろな関係があります。これを論じてゆくのが絶対微分学なのであります。そうしてこの関係のなかに入って来るすべての幾何学的量即ちテンソルは独立変数の転換と共に皆それぞれの転換をなし，それぞれ相当した新らしいテンソルとしてあらわれるので，之をそれらのテンソル並にこの関係式の共変性と名づけます。相対性原理は丁度これがミンコフスキーの世界空間に於て実現されることを要求するものに外ならないのです。この場合には独立変数が時間及び空間座標であり，その他のすべての物理的の量は共変的なテンソルとして，又その間に成り立つ自然法則は共変的な関係式としてあらわされなければなりません。私たちは物理的諸量の概念をこれに適合するように選ばなくてはなりません。そのうえで共変的な関係式をつくればそれが正しい法則になるのです。ア

インシュタインのもとめた関係もこの要求に相当したものなのでしたから，最小作用の原理によらないでこれと同等なものが得られたのでした。この説明をすませた後で私たちはもう一度最小作用の原理に戻ると，それが何故（なにゆえ）に最も基礎的な法則であるかと云う理由をこれまでよりももっと瞭（はっ）きりさせることが出来ます。従来最小作用の原理がすべての自然法則のうちで基礎的のものであるとする理由としては，それが最も簡単な形式をとるからと答えられるのが常であり，私も亦前にそう云う言葉を用いました。しかし相対性原理は単に簡単ということをその理由として満足させてはおかないのです。今上に説明した一般の幾何学理論におきまして，種々の幾何学的量は独立変数の転換と共に共変的に変るテンソルでありますが，そのうち特別なものとして第 0 階級のテンソル即ちスカラー量は変数が転換しても全く変らないのです。そうして絶対微分学に於てこの不変的な幾何学的量は，最初の仮設（ママ）によりてその性質をもっている微小線分の長さと，それを措（お）いては空間の曲率として定義された量の外にはないことが証明されています。

このことは大切な空間の性質なのです。ところで私たちのもとめる自然法則は一般に四次元世界に於ける共変的関係として与えられるのですが，そのなかで独（ひと）り最小作用の原理に入る量は丁度（ちょうど）世界空間に於ける不変量なのであって，従ってこの原理の形式はどんな変数転換に際しても一つの不変的関係としてその儘（まま）残るものなのであります。最小作用の原理が斯（こ）の性質を具えていると云うこと，そうして亦これが不変的の唯一のものであると云うことが，この原理を自然法則の最も基礎的な形式であるとするに充分の且（か）つ必然的な理由となるのであります。それが簡単であるということはこの性質からおのづから出て来ることでありましょう。

なおここに序（ついで）に注意しておきたいことは，上の幾何学的関係に於て

独立変数の転換は，すべての量の共変性の満足せられるように，言い換えれば微小線分が絶対不変になるように行われなければならないと云うことです。私たちが種々の観測者の立場に応じて，時間及び空間の長さをどう測るべきかと云う問題は，之等を独立変数としたとき，それが世界空間に於て右の要求を満足するようになされなければならないと云うに帰着します。この結果として私たちはもはや，絶対的に時間をしるす固定装置の時計や，空間の長さを定める剛体の物指をもつことは出来ません。世界空間のいろいろな変形に応じて時計の示す時間や物指の長さはやはり変化してゆかなければならないのです。ずっと前に述べた物指のローレンツ短縮や時計の進みの局所的変化も之れの一つですが，一般にはもっと複雑な物指の曲りや時計の変化を考えなくてはなりません。空間的には長さが絶対なばかりでなく，真直ぐとか曲っているとか云う判断も絶対ではありません。みんなそれらは観測者の状態に依るものです。

時間及び空間の長さの相対性は斯ような広い意味で成り立つようになりましたが，私たちはこの相対性のなかに潜んでいる絶対不変をもとめなければなりません。一つの物体がどんな空間的拡がりをもっているか，又それがどれだけの時間的経過をもったかということは，その上で始めて一義的な意味を得るからであります。これがためには私たちは任意の観測者の立場を去りて，その物体の世界線に追随しなければなりません。言い換えれば，この物体の世界線と同じ世界線をもつ観測者を基にしなければならないのです。これはつまり常に物体に固着している観測者と云うに外ならないので，私たちの前に用いた言葉によれば物体を静止状態に転換するということです。この観測者から見た物体の大さは世界線に垂直に四次元世界を切った截り口として与えられ，又時間的経過は世界線の長さ即ち固有時間として与えられます。しかしこのことは物体のすべての点を同時に静止状態に転換され

得ないような運動たとえば廻転の如きにありてはその儘当て嵌められません。斯ような場合には各点の世界線とすべて垂直に交わるような三次元空間をもとめなければなりませんが，それは一般にもはやユークリッド空間ではなくなります。この事実が前にボルンの剛体の定義と一致しない運動のあらわれたことに相当しているのです。ボルンの剛体なるものを固執して考えていれば，剛体は一般的な運動が不可能になりますけれども，私たちは既に空間の変形をもゆるしている上は，実際の物体の理想的なものとして必ずしもボルンの剛体を抽象するを要しないのであって，空間と同一の変形を起し得るものを考えればいいのですから，物体の観測者の立場の転換に相当するどんな運動でも可能であることは勿論認められるのです。特殊相対性の場合に残されてあった剛体の問題はこれによりて始めて完全に解決されたと云ってよいのでしょう。二人の観測者がお互に時計の進みを比較すると云う問題もずっと前にちょっと申しましたが，これは単に相対的速度だけによっては定まらないのです。同一の空間上の点から出て異った世界線を通って再び同一の空間的の点で出遇うとすれば，それらの二人の時計の進みは世界線の長さによりて定まるのであります[1]。私たちの童話にある浦島の話をこの例に引いた場合に，私たちはそれの正しい解釈を与えるように注意しなければなりません。浦島の時間的判断が海岸の漁夫等のに比べて短かかったとすればそれは短い世界線に沿うて進んだのです。それがどんな具体的の場合に相当するかは決定的には云われません。相対的な重力の場がなくなれば世界線は短くなるでしょう。又光速に近づけば固有時間は小さくなるでしょう。けれど同一の空間点に戻って来るためにはその間にもっと複雑な経過が含まれているでありましょう。なおこれの立ち入った議論に関しては次の編で云う処を参考せねばなりません。

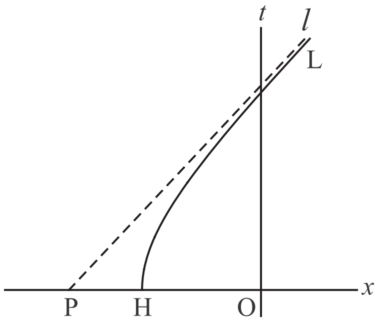
1) 世界空間の二点に於ける時刻の差が単にその二点の位置によりて，定まらないで，之を結び付ける世界線の長さに依ると云うことは，数学的に云えばその量が非積分的 (Nonintegrable) であることを示すものです。

## 7.　落下運動及び廻転運動

前節に於て一般相対性原理の理論的内容を抽象的に説明しておきましたが，なおもう少し具体的な例による方が解り易(やす)いみちを与えるだろうと思いますので，前に例示した場合，即ち地球上に静止している観測者と，自由に落下する箱のなかの観測者とをここにもう一度想像して見ましょう。後者から見ればそのなかに重力が少しもあらわれませんから，四次元世界は準ユークリッド空間であって，光の世界線は時間軸に対して 45 度の傾きをもつ一つの直線であらわされ，箱のなかに静止している物体の世界線は時間軸に平行な一つの直線になります。地面上に立てた鉛直方向を $x$ 軸に取れば，これと時間軸とを含んだ面で四次元世界を切った截(き)り口は第 6 図などに示したものと同じ性質をもっています。この観測者から見ると地面上に静止している他の観測者は $x$ 軸の方向に一定の加速度をもって動いて見えます。それ故にこれの世界線は一つの曲線としてあらわされなければなりません。

茲(ここ)で或る註釈が要ることを聡明な読者は既に私のすぐ前の言葉から悟られたでありましょう。私は前にこの例を話したときは，説明の混雑を避けるためにぼんやりと相対的の加速度ということを用いて来ました。従来の力学に於ては加速度は絶対的なものでありましたから，それは誰が測っても同じものであったのですが，相対性原理に於ては明らかに然(そ)うではありません。お互に運動している観測者に取りて，相対的速度が互に反対に向くと同しように，相対的の加速度はやはりその方向を反対にしなければなりません。またそればかりでなく空間の長さを測る物指(ものさし)が両者に取りて必ずしも同一ではなく，又各(おのおの)の測る時間の長さもちがいますから加速度の値がどんな関係にあるか予(あらかじ)め言うことは出来ないのです。それをどう定めるかが決せられないうちは只(ただ)ぼんやりと相対的な加速度と云っても実は無意味に終るわけであった

のです。そこで一般に空間の長さ及び時間の測り方に就ては，前節に述べたようにミンコフスキーの四次元世界の不変的な性質を基にしなくてはなりません。



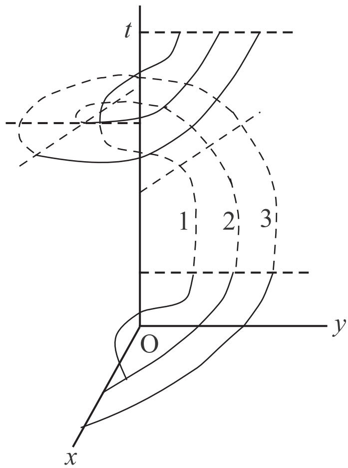

**第 16 図**

私たちはともかくそう云う関係を満足するように時間や長さの測定を行うものと仮定いたしましょう。そうして前に特殊相対性の場合に定義したと同じように運動ヴェクトルや加速ヴェクトルを定めます。加速ヴェクトルの一定な運動は丁度第 4 編第 4 節で説明した等加速運動即ちボルンの双曲線運動と名づけるもので，その世界線は一つの双曲線になってあらわれます。今私たちの選んだ例に於て箱のなかの観測者が見たとき，これに対して地面上の観測者はこの等加速運動をしていると仮定するとこれの世界線は右の双曲線になるのです。箱が地面に対し落ち始める時刻を時間の始めと取ればこれは **第 16 図**に於て HL の如き線であらわされます。

次に私たちは地面上の観測者の立場に移ってこれを見るとしましょう。この観測者に取っては **第 16 図**の世界線 HL が之に固着しているのですから，これがその人に対する時間軸でなければなりません。即ちその人はこの線を空間軸に対して垂直に且つ真直ぐに立っていると判断しているのです。世界空間はこれに相当して歪まなければなりません。この歪みが彼に対して存在する重力の場をあらわすのです。この歪みがどんなに起るかは，すべて世界線の微小部分の長さが変らないようになされなければならないので，その結果を明らかにするには稍難かしい計算が必要です。ここにはそれを詳しく述べることは出来ませんが光の世界線 P$l$ はもはや直線ではなくなり，又箱に静止して

いる物体の世界線 $Ot$ は双曲線でなくてこれと異なった形の線になってしまいます。

もう一つ私は廻転運動をなす物体の例をとりて論じましょう。簡単のために円板を考えて，一人の観測者はその中心に静止し，他の観測者は円板の上の中心から外れた点にありてこれと共に廻転していると想像します。円板の質量を度外視し又他に物体がないとすれば重力の場が存在していないのです。又後の観測者から云えば円板は相対的に静止しているのですから，その各点の世界線は時間軸に平行になっています。この円板の運動を全く見ない立場から前の観測者の立場に移ると云うことは，円板に対して廻転せる座標体系に移ることになります。従って円板に対するこの観測者の運動は，丁度 **第 17 図**に示すような螺線をつくる世界線であらわされるでしょう。1，2，3 の如き線はそれぞれ中心からの距離が 1，2，3 だけ隔った点の世界線です。そこで斯様な観測者，即ち円板と運動を共にしない立場に移ると云うことは之等の世界線が皆時間軸と平行になるように世界空間を歪ませると云うことに帰着します。



**第 17 図**

しかしここでは前例と異なって事情が複雑になります。前例では観測者が箱のなか又は地上のどの点にいるとしても，夫等は互に相対的に静止していますから，従って夫等の世界線は互に平行していますから，時間軸の一の截り口である三次元空間内のすべての点は皆同様の歪をうけて，一方の立場から他方へ移ることが出来たのでした。ところが現在の例ではこれに反して 1，2，3 の如き世界線は互に平行して

いません。それですから之等の線のすべてに垂直な三次元的の截り口は，既に複雑に歪んでいる訳です。この世界線やその截り口を皆平行になおすためには各点に与える歪みがそれぞれ異なったものでなければならないのです。これが即ち曩に特殊相対性のときに剛体廻転の問題にあらわれた難点であったのです。ともかく円板の各点はそれぞれ異なった歪みをもって，この観測者に見えることになりますから，ボルンの剛体の如きはこの廻転運動に移ることはゆるされないのですけれども，アインシュタインの理論から云えば，斯様な歪みは取りもなおさず一種の重力の場を，ここにつくるものであって，それが私たちの従来考えていた遠心力の場に外ならないのであります[1]。

前編に述べたエーレンフェストの迷理もここでなお明らかに理解されるでしょう。円と廻転を共にする観測者から云えば，**第 17 図**の時間軸に垂直な截り口は同時刻の点をあらわしますけれども，円の外にありてこれが廻転を観測する人からは，同時刻と判断すべき点が前者と一致しないで却って 1，2，3 等の世界線をすべて，垂直に截る面上になければなりません。従って円の半径をはかるに，その同時刻的の長さ[2] と云うものをとると，両者が必ずしも等しいとは云えなくなるでしょう。半径と円周との関係は後者に対しては新に非ユークリッド的に測られなくてはならないのです。

私はここでなお重要な問題に触れなくてはなりません。それは円板

---

1) ここで注意すべきことは，本文に記したように最初円板に固定せる観測者に対して力の場がないとすれば，之と廻転を共にしない観測者に対し遠心力の場があらわれますけれども，之に反して最初後者に対し力の場がないとし，次に相対的廻転によりて前者に移ると，却ってこの方へ遠心力の場があらわれます。廻転に対するこの差別は即ちニュートンの謂わゆる絶対空間，ノイマンの謂わゆる理想体アルファを決定させるに到る所以なのです。この問題に対しては次編に於て詳細に論じてありますが，廻転の相対性を完全にするためには無限に遠方に於ける事情を考慮しなければならないことはこの節からも推察せられます。

2) 同時刻的の長さを実際に定めるには，光を送りてその径路に沿うて長さを測らなくてはなりません。しかしながら光の径路は斯ような廻転系のなかでは可逆的でありません。円板の上の中心に近い点 A から之より遠い B 点にゆくのと，反対に B から A に戻るのとは明らかに異なっていますから，その長さの決定に関しなおお複雑の考慮が必要です。

の半径をどこまでも大きく考えるときには，これに相対的に廻転せる観測者に対して中心から遠く離れた点の速度は光速度を超えて速くなりはしないかと云う疑問です。この問題は既に第 4 編の終りに述べたのでしたが，そこで例に引いた如く，一本の長い真直な棒の一端を中心にして廻したと云う場合にも同じ疑問が成り立ちます。ここで私たちの注意すべきことは，棒の廻転の速さを定めるには，或る観測者から見て棒の同時刻的の位置が元に戻るまでの時間を一週期とすることであります。これがもし有限ならば棒の先端が無限大の半径の円を描くときにその速度は無限大になるのです。ところが棒の同時刻的の位置（これは **第 17 図**の 1，2，3 の世界線に垂直な線です）と云うのは何で定められるのでしょうか。棒が真直ぐであることが仮定されるならばこれは廻転の中心点から出た光の径路と一致しなければなりません。然るに光の径路は力の場がなければ一直線をなしますが，相対的に廻転せる観測者から見ると，遠心力の場が存在し従ってその歪んだ空間のなかでは彎曲した径路をとる様になります。この径路は無限の遠方では遂に中心のまわりに廻る螺線になってしまうのでしょう[1]。それですから無限に長い廻転棒の一端の速度と云うものは，決してこれを剛体的に直線であると見なして速断することは出来ないので，やはり実際にはすべて光速を超えないことが，正しく結論されるのです。円板若くは空間それ自からの相対的廻転に就ても同じことが云えます[2]。

1) この点に関しても次編に論じてある無限遠方に於ける條件が考に取られなくてはなりません。

2) 廻転の相対性に関し興味ある一つの例として近頃グスタフ・ミーの論じたものを，茲に記してみましょう。それは或る重力を起す中心のまわりに電気を帯びた質点が廻っている場合です。例えば太陽をまわる惑星が電気を帯びていると云うような例です。この場合に若し一人の観測者がその惑星に固着して現象を見ていれば，帯電せる惑星はその周囲に単に静電気の場を起しているのです。しかし惑星の外にありてこれが廻転運動を見ている観測者から云えば，帯電体のまわりの電磁場はその加速度のために輻射エネルギーを発しているであろうと思われるので，若し然うならばこの両者の観測者の間に相対性が失われはしないかと云う疑問が起るのです。ミーはこの場合の電磁場を計算して，後者の場合に帯電体から四方へ拡がる輻射波と，逆に四方から帯電体に向って収斂する輻射波との重なった電

# 第７編

## 1.　一般相対性原理と観測的事実との比較

アインシュタインの理論の最も著しい事実との一致は太陽系の惑星の運動に就て示されました。従来太陽系に属する諸天体の運動は驚くべき精密さに於てニュートンの万有引力の法則で与えられて居るので，かの有名な海王星の発見の如きは益々この法則の正確さを証明したものであったのですが，観測の精緻に進むに従って幾らか理論に外れるような点も見出されて来ました。月の運動の不規則さはその一つですが，月は一番私たちの地球にちかくその形体の影響など複雑な原因がはたらいているらしいので，斯様な不規則さの起ることも止むを得ないと思われますが，これに反してもう一つ解釈に苦しんだのは水星の近日点の移動でありました。一体ニュートンの法則によれば太陽のまわりを唯一つの惑星がまわっているときには，太陽を焦点とする一定の楕円を描く筈であります。しかし実際には他に惑星があってこれが引力を前者に及ぼしますからそのために軌道が動かされますし，又太陽自らの固有運動もこれに影響します。けれど之等の副影響を取り除いてしまえば，もはや楕円軌道を移動させるような原因は他に求められません。それにも拘らず実際の観測の結果には斯ような移動があらわれて来るのです。私たちはこの移動を測るのに，楕円の最も太陽に近い点即ち近日点が一定の期間にどれ程動くかをもってします。太陽に近い惑星に就てこれを測ると皆近日点は軌道の平面のなかで，惑星

---

磁場が，丁度前者の場合の静電気の場に全く等しいことを証明しました。しかし実際にはこの収斂する輻射波は存在していないのですから，帯電体は輻射エネルギーを失わなければならない筈です。そうして前の帯電体に固着せる観測者が之と同じ結果に到達するためには電気の或る廻転性の場を最初から帯電体のまわりに考えなくてはならなかったのです。斯様な場がどうして起っているのかと云いますと，それは帯電体から見て一方に重力中心があって，そのために空間の歪みを起しているからなのです。その歪んだ空間のなかでは静電気の場が変化されていなくてはならなかったのです。この考察によりてここでも廻転の相対性に矛盾の伴わないことが示されています。

の運動と同じ向きに或る角度ずつ進むことが判りました。勿論観測の誤差がありますから近日点の多少の移動はその誤差から起るでしょうけれども，水星の場合にはこれが最も著しく，毎百年について 43 秒の角度だけ動くことが知られていました。これは絶対の値としてはかなり小さなものですが，天体観測の誤差のあり得る範囲に比べては数倍の大さに達しているので，何か相当な原因がなければならないと云うわけでいろいろな説明が試みられました。ホールは引力の法則は丁度距離の 2 乗に逆比例するのでなくて，いくらかこれと異うであろうという仮定のもとにこれを論じて，距離の 2.00000016 乗に逆比例するという解決を得ました。又ル・ヴェリエ (Urbain Jean Joseph Le Verrier, 1811–1877) は水星よりもっと太陽に近い処に私たちの知らない惑星があって，それの影響によるのであろうと想像し，これにヴァルカンと云うような名をつけたりしました。けれど引力の法則を人為的に変えることはそれとポテンシャル論との関係に於て困難を伴うものであり，又新らしい惑星があるとすれば観測によりて確められねばならない筈でありますし，それらの点で何れも充分な承認を得られなかったのです。この外に黄道光を起すような抵抗物質が空間に拡がっていてその影響であるとも云われていますが，之も果して観測の結果を満足すべきかどうか判りません。純粋に理論的の根拠からこれを説明しようとしたのはゲルベル (Paul Gerber, 1854–1909) で，彼の 1898 年の論文には，万有引力ポテンシャルが空間を伝播するときの速度を有限であると仮定し，これに電気の場合と類似な法則をあてはめて，それから近日点の移動を導き，この値が水星の場合に観測の結果と一致するためには引力伝播の速度がどれ程でなければならぬかを計算して，丁度光速度と等しい値を得て居ります。これは大層興味あることで，ニュートンの法則が物体の静止せる場合にのみ正しく当てはまるときに，これを運動せる物体に拡張した一つの可能な解決として認められるからであ

ります。ただ相対性原理から論ずると，引力伝達の速度が光速に等しいことは満足ではありますがその外の諸関係がミンコフスキーの四次元世界のなかで共変的な意味をもたないという処に，この原理との調和を欠いて居るのです。勿論(もちろん)ゲルベルの時代に斯(か)ようなことは誰の頭にも存在しなかったので，彼がともかくも一つの理論的な解決に達したということを私たちは多としなければなりません。しかも彼が近日点移動に対して得た式は，それから 20 年後にアインシュタインの導いた式と寸毫(すんごう)の相違もないものであることは著しい事実でなければなりません[1)]。

アインシュタインの理論によりますと，太陽を静止せる球体と見なすと，そのまわりには対称的な且(か)つ時間的に変化しない重力の場が起ります。物質のない場処では四次元世界の曲率は 0 として保持されますけれども，球体の存在のために或る変形を起しています。従ってその場合の三次元空間，即ち太陽のまわりの実在の空間には或る曲率があらわれるのです。この空間がどんなものかは理論的に導くことが出来ますが，かなり複雑な性質をもったものです。このなかで一つの惑星が動くとすれば，それは四次元世界に於て最小距離をあらわす一つの世界線に沿うて動きます。これに相当した太陽のまわりの軌道はもはや一定の楕円でなくて，それが近日点移動を有するものになります。計算の結果では，楕円の長軸の半分を $a$，その扁平率を $e$，軌道の週期を $T$，光速度を $c$ とすると，軌道の一週期間に近日点が同方向にまわる角度は

$$\frac{24\pi a^2}{c^2T^2(1-e^2)}$$

に等しくなります。これを私たちの時間的測度で云って百年の間に移動する分量になおし，太陽に近い四つの惑星について観測上の値と比

1) 第 5 編の終に述べたアブラハムやノルドシュトルムの理論は相対性原理を満足していますけれども，それから計算された水星の近日点の移動は却って実際と逆の方向に起りますので，事実と一致しないのです。

較すると次の表の如くになります。

| 惑　星 | 毎百年の近日点移動角度（秒） | 前項の角度と軌道の扁平率との相乗積 | 同上観測値 | 差 |
|---|---|---|---|---|
| 水星 | ＋ 42.9 | ＋ 8.80 | ＋ 8.24 | − 0.58 |
| 金星 | ＋ 8.6 | ＋ 0.05 | − 0.06 | − 0.11 |
| 地球 | ＋ 3.8 | − 0.07 | ＋ 0.07 | 0.00 |
| 火星 | ＋ 1.35 | ＋ 0.13 | ＋ 0.64 | ＋ 0.51 |

之等（これら）の数字はアインシュタインの理論がどれ程よく従来不明であった処を説明することが出来るかを示しています。

惑星が動くのと全く同様に，太陽の近傍を光が通る径路を見出すことが出来ます。只（ただ）これにありては，固有時間が全く 0 になるという條件が前者と異なるだけです。私たちは光が無限の遠方から来ることを仮定しますと，太陽に近づくに従い，空間曲率のために屈曲して，丁度（ちょうど）之（これ）の引力によって引かれたのと同様[1)] になります。太陽の質量を $M$，万有引力常数を $G$，光線が太陽中心へ最も近づいたときの中心からの距離を $R$ とすると，全体として光線の屈曲する角度は

$$\frac{4GM}{c^2R}$$

となります。もし光線が太陽の表面を通るものとすれば此の値は 1.75 秒になるわけです。太陽以外で私たちに近い星では質量がこれに比べてずっと小さくなるので，上の角度も小さくなり，木星の場合には僅かに 0.017 秒程になります。それ故この現象を事実によりて確かめようとするには，まず太陽の場合を措（お）いては望みないのです。ところで太

1) 光線の経路が，物体の運動と全く同じ法則に従って，最短距離の世界線をもつことは著しい事実といわなければなりません。只前者では後者の極限の場合として固有時間が 0 になってきます。しかし歪んだ空間では曲った路を通ると云うことは，光に重さがあって物体と同様に引力の作用を受けたものと解釈することが出来ます。光の重さはこの意味で計算されます。この相対性原理の結果に対してニュートンの万有引力の法則の与うるものを比較しますと，即ち無限遠方で光と同じ速度をもち，且之と同じ重さをもった物体がニュートンの法則によりて引かれたときには，その軌道の屈曲は，相対性原理によりて計算した場合に比して半分にしかなりません。日蝕観測の結果はこの意味でニュートンの法則に反し相対性原理に一致するものであるとエディントンは論じています。

陽に就て観測するは日蝕皆既の際，太陽の近傍に来る知られた恒星を写真に撮りてその位置を検し，これが光線屈曲のない通常の場合の位置に比べてどれ程変っているかを見ればいいのです。アインシュタインの理論の出たすぐ後でフロインドリッヒ (Erwin Finlay Freundlich，1885–1964 ) は従来の日蝕写真をしらべてその材料を探しましたがよく判らずにしまいました。又アメリカのリック天文台では 1918 年の日蝕皆既に観測隊を出したのですが，充分の結果を得ませんでした。1919 年になって英国の王立天文学会で 5 月 29 日の日蝕に観測隊を出すことを決しました。これはブラジルの北部から太西洋を超えてアフリカ大陸の西海岸に亘る皆既蝕でありましたが，英国から行った二隊のうちクロムメリン (Andrew Claude de la Cherois Crommelin，1865–1939) 及びダヴィッドソンはブラジル北部のソブラルに，又エディントン (Sir Arthur Stanley Eddington，1882–1944) 及びコッチンガムはアフリカのギネア湾内のプリンシペと云う島に向いました。この観測の結果は星からの光線が太陽面を掠めたとした場合の光線屈曲の角度としてそれぞれ 1.98 秒及び 1.61 秒という平均値を与えました。丁度アインシュタインの理論からの値 1.74 秒はこの間に横っているので，この観測と矛盾しないことを示しています[1]。

丁度この観測の結果がロンドンの王立学会の席上で発表されたのがその年の 11 月 6 日でありましたが，これに依ってアインシュタインの理論は遽かに世に喧伝せられるようになり，これまで相対性原理の存在を知らなかった人々が驚いてこれに眼を向けるようになったのでした。しかしそれと同時にこの日蝕観測の結果について多くの学者に

1) 観測の数の少ないことと，それが，天候及び装置の欠点等のため誤謬の生じていることは免かれ難いことでありますが，理論のもう一つの試めしは次のようにして示されました。それは観測に用いた星が七つあったのですが，それぞれ太陽中心からの距離を異にしているので，その星の写真上の位置の移動も異っているのです。この移動の大さは理論に従えば，太陽中心からの距離に逆比例しなければなりません。夫故二つの座標軸上に夫々移動の大さと距離の逆数とを記せば，各の星に属する点が一直線上に横たわなければならないのです。この関係はかなりよく観測値によりて満足されたのでした。

よりて疑議が持ち出されたのです。日蝕（にっしょく）の場合に太陽光線の達しない部分の空気の温度が冷却するため写真像にそう云う変化を起しはしないかと云う説もありました。又太陽の周囲にある気体雰囲気が光を屈折するために観測のような結果を引き起し得ることも論ぜられました。之等（これら）の疑に対してはかなり精細な講論が繰返されて居りますが，その批難はいずれもアインシュタインの理論を否定するには足らないように思われます。何故（なぜ）なれば空気の温度の変化はその程度に於て又時間的移動に依て，観測の結果を起すには不相当でありますし，又太陽雰囲気がこれを生ずるためにはよほど多くの気体物質を要し，太陽近傍を通る彗星に及ぼす抵抗が従来想像せられたものよりずっと大きくならなければならないからです[1)]。

以上二つの事実の外に，なおアインシュタインの理論の実験的証明が可能であるとせられているのは，太陽から来る光のスペクトル線が地球上のそれに比べて移動すると云う事実です。太陽面上と地球面上とは重力の場の強さが異っていますから，それだけ物体運動の固有時間が異ならなければなりません。もし光の振動が原子内に於ける電子の一定の運動によりて起されるものとしますと，そうしてその振動週期は一定の重力の場で定まった固有時間に相当するとしますと，これがそれぞれ太陽面と地球面とにあった場合に異ならなければなりません。この結果太陽面上の重力の場が大きいのですから時間も大きくなりスペクトル線は赤色の方に移動すると論ぜられました。その移動の

1) 太陽の周囲にありて光を屈折する作用をなすものは主としてコロナと称せられているものですが，若しそれの作用に依るとすれば，太陽中心からの距離によりて181 ページ註 1) に云える如く規則正しく変化することは余程特別の場合でなければなりますまい。又観測値に相当する屈折を起すためには太陽表面から四十万マイルの高さの処で屈折率が 1.0000021 でなければなりません。これは $\frac{1}{140}$ 気圧の空気 $\frac{1}{70}$ 気圧の水素に相当するものです。之から計算すれば太陽面上の気圧は莫大なものになります。種々の考慮からこれ程の物質は太陽近傍にないように想われます。彗星に対する抵抗も大きくなければなりませんし，また星からの光がもっと著しく吸収されてしまうでありましょう。

分量は光の色によりて多少ちがいますが，眼に見える光のスペクトルの真央辺（青色）で凡（およ）そ 0.008Å（オングストローム単位即ち1ミリメートルの一千万分の一）程であります。この現象が実際にあらわれるかどうかは極めて興味ある問題としていろいろな人たちによりて研究されました。しかし光のスペクトル線の移動する原因は不幸にして沢山（たくさん）にあり，又スペクトル線そのものが単純な一本の細い線ではなくて，たくさんの線が或る一定の構造をもっている場合が多い[1]のです。それでなるべく簡単な構造のものを選ぶことと，又圧力などの影響をうけることがなるべく少ない線を選ばなければならないような，いろいろの困難があります。それで実際の移動を測り得たとしても，それが果して上に云う重力の効果であるか又は他のどんな原因によるものか判断が難かしいのです。従ってこの問題の解決は今日のところ最も曖昧（あいまい）に残されています。多くは太陽スペクトル中窒素に属する帯として見なされているたくさんの線に就（つい）て測られているのですが，前に研

---

1) スペクトル線の移動する原因を挙げて見ると次のようなものがあります。

(A)　スベクトル線を生ずる気体が観測者に対し運動するために起るドップラー効果。これは太陽の廻転運動のためにその周縁から来る光を見た場合にあらわれ，また太陽に対する地球の運動が両者の距離を変ずる場合にあらわれますが，之等は容易に計算によりて除かれます。またスペクトル線を生ずる気体が太陽面で動くためにもこの故果があらわれますが，これは太陽の中央と周縁とを比較して見出すことが出来ます。

(B)　気体が圧力をうけているために生ずる移動。この影響は種々の線によりて異なるので，之を除くことは最も困難です。幸に多くの帯スペクトルに属する線はこの影響を示すことが殆どないのが実験的に知られていますのでそう云う線を選べばいいのです。

(C)　異常分散のための移動。之は吸収に伴って必ず起るものですが，やはり線によりて異なります。窒素の帯スベクトルは前の圧力移動とともに之も殆どないために最も適当した線として選ばれます。

(D)　他のスベクトル線が重なるため並に相互の隣れる線の近いために起る変動。之はそれぞれの線によりでも異なり又同一の線でも輻射スベクトルと吸収スペクトルとで異なります。

上の種々の原因がありますから，多くのスペクトル線に於ける観測の結果を単に平均することは無意味になる場合が多いのです。本文に述べたように或る観測者等がアインシュタイン効果を得なかったのは之によるのであることをグレーベは論じています。しかし彼はなお斯ような欠陥は選び出した線の少ないためであることに注意し，之に反し若し非常に多くの線に就て平均を取れば偶然の法則によりて種々の対称的効果は消え失せるであろうと考え，窒素の帯スペクトルのすべてのものに就て之を作り，所期に近い結果を得ました。

究したシュワルツシルド (Karl Schwarzschild, 1873–1916)（1914 年）やエヴァシェッド (John Evershed, 1864– 1956) 及びロイズの結果は殆どアインシュタインの理論と一致していますけれども，その後 1917 年に，セント・ジョンの出した結果ではまるでそう云う効果はないと云うことになり又近ごろ（1920 年) グレーベ及びバッヘムやペローの得たところでは稍小さいけれども理論に近い効果が認められるとせられています。要するにこれに関しては実際的材料がまだまだ不充分であると云わなければなりませんが，太陽スペクトルのような複雑な光源を用いていたのでは容易に判じかねるでありましょう。

そればかりでなく，この現象に関してはなお理論上の疑もあります。太陽面と地球面とに於て光の振動週期がたとえその場処の固有時間によりて与えられるとしても，これに相当する振動数がその儘或る観測者に伝えられて来るかどうかと云う問題です。これは勿論一般には不可能なことであって，或る特別な観測者から見て振動数の不変が成り立っても，私たちは随意に然うでない観測の立場を想像することが出来ます[1)]。又もう一つは実際の原子の構造は上に述べたように，固有時間に比例する振動週期を与えるかどうかと云う問題です。私たちは恐らく原子の振動をもって固有時を示す時計として用いることがゆるされるではあろうとも思いますけれども，これは始めて観測の結果として認めらるべき事実であって，それですから，たとえスペクトル線の移動の効果が予期の如くあらわれなかったとしても，それは原子構造論に影響するものであって，相対性原理の根拠に煩いを及ぼすことはないでありましょう。

万有引力論の経験的事実による判断の可能な場合は以上の三つだけしか数えられていません。之等は何れも静止せる太陽の重力の場に関

1) 実際に万有引力ポテンシャル即ち世界空間の基本テンソルが時間の函数でないような観測的立場を選べば，すべて光が進む間に振動数の変らないことが証明されます。私たちは太陽と地球との相対的速度を無視すればこの意味に於て実験的にアインシュタイン効果を予期してもいいのです。

するもので，万有引力論の極めて一般的なるに拘らず，その非常に特種な場合に就てのみ確められるに過ぎないのです。このことはアインシュタイン万有引力論になお多くの未確定的な要素をのこす所以でなければなりません。私たちが将来実験室内に於て充分強い運動せる物体の重力の場をつくることが出来たとしたなら，そのときには極めて多くの問題がその判定を待つために湧き出ることでしょう。そうしてそのときにほんとうの理論の勝利が決せられるのです。

## 2. 無限遠方に於ける條件

私たちは一般相対性原理を知った後に, なお極めて重大な問題の残っているのを悟らなくてはなりません。私たちはもと速度の相対性を仮定して空間に於ける地球の絶対運動を全く否定しました。地球の絶対の速度を測定することは私たちにはどんな方法によりても不可能であることが承認されました。然るにこれに反し私たちは今加速度の相対性を新らしく導き入れて観測者の任意の立場を全く同等に取扱おうとしたに拘らず，フーコー振子の実験の如きは謂わゆる地球の絶対廻転を示すのは何故でありましょうか。それともこの廻転はやはり絶対ではなくて何ものかに対する相対的のものと解し得られるのでしょうか。これがその問題なのであって，これから見ると，加速度のない移動に関する相対性と廻転に関するそれとの間に幾らかのちがいがあるように思われます。

この問題を深く考究すると私たちは再び従来の力学で認めていた絶対座標系，即ちノイマンの理想体アルファに結付けられたものが何故に実験的に他のものから差別せられ得るかと云うことの解決に導かれなければなりません。全宇宙を限りない拡がりをもったとすればノイマン理想体は理論的に確定することが出来ないのですけれども，それでも私たちは廻転物体の観測から明らかにこれに関する知識を得ると

云うのはどう云うわけでありましょうか。アインシュタインはまずこれを解決しようとしたのでした。

私たちが加速度の存在を実験的に指摘することが出来たり，又フーコー振子によりて地球の廻転を知ることが出来るのは，或る條件を無限に遠方の処で仮定しているからであることを，アインシュタインはまず私たちに警告いたしました。つまり之等(これら)の知識はこの條件に対する相対的なものであって，もしこの條件を変更したとするならば，従って絶対加速度とか絶対廻転という思想も変らなければならない。そうしてこの條件の任意の変更が可能であると彼は主張したのです。

その條件とは何であるかと云いますと，無限の遠方に於て重力の場が存在しないと云う一つの仮定なのです。これはほんとうに一つの仮定に過ぎないのでありましょう。けれどもニュートン万有引力の法則が到る処に於て一義的な解を得るために私たちは通常この仮定を当然なことと思いこんでいました。そうして前に述べたように宇宙の全天体の拡がりを有限であると結論し，その分布によりて決定せらるるノイマン理想体の存在を想像することが出来たのです。従来の力学から云えばこれが唯一の見方であったのでした。否これによりて一つの簡単な解を得たことに満足して之(これ)のみをほんとうの自然法則として見なしていたのでした。その外の考え方はたとえなし得るとしても同じ事実をもっと複雑に解釈することになる。自然法則は種々の可能な解釈のなかから最も簡単なものを選んだものに過ぎないと。そう云う風に思い決めていたのでした。ところがアインシュタインはどんな観測者の立場をもゆるして，それをすべて包容したものをほんとうの自然法則にしようとしたのでした。これがために重力の場は単にそれぞれの観測者に対する相対的のものと見なす必要が起りました。重力の場が存在しないと見るのは或る特種な観測者に対する場合に限るので，これに対して任意に動いている観測者に対してはそれはいろいろな形

式にあらわれるのです。それ故に無限の遠方に於て重力の場が存在しないと云うことは，やはり或る特種の観測者が見た場合に限られているわけです。これが即ちノイマン理想体に結付けられたものであって，フーコー振子によりて判断せられた地球の廻転はこの観測者に対する相対的な廻転に過ぎないのです。しかし私たちは決してこの観測者の立場のみをゆるすという理由をもたないのです。もとよりその他の場合よりも簡単であると云うためにこの観測者から見た有様を叙するのは差支ありません。ただ之れのみが可能ではなくて，もっと無数に多くの可能な立場のあることを忘れてはなりません。そうしてそれに応じて無限の遠方で仮定せらるべき条件即ち謂わゆる限界条件はいろいろ変ってくるのです。

ここまで来ると大体の事情もわかったことと思います。私たちが何故一定速度の移動を実験的に求めることが出来ないのに反し，廻転を知ることが出来るかと云いますと，それは前者では相対的に異った速度に移っても，限界条件が変らないに拘らず，後者では異った立場に移るとこれが変るからであります。つまり私たちは同じ限界条件を仮定したいろいろな観測的立場を実験的に差別することは出来ないけれども，この条件の変更を実験的に指摘することが出来るということに帰着するのです。このことを数学的に云いますと次のようになります。どんな条件が限界に於て仮定されようとも一般相対性原理はいつも同一形式をもった共変的微分方程式によって自然法則を云いあらわします。けれどもその方程式の積分は，限界条件の異なるに従ってちがって来ます。たとえば観測者に対し静止せる球体を考えその周囲の重力の場をもとめた場合と，最初一様に廻転をなせる球体を考え，次にこれと共に廻転せる立場に移りてこれを静止状態に転換せる場合とは，異なった結果を得るのは一見不思議におもわれますが，後者の場合の限界条件はもはや無限遠方の重力の場を 0 にしていないと云うことに注

目すれば容易に理解せられるでしょう。この例から推してなおノイマン理想体に対し静止せる球体と，廻転せる球体とはその周囲に異った重力の場をおこすこと，即ち後者では謂（い）わゆる遠心力の生ずることが能（よ）く判ると思います。そうして之等（これら）はすべて実験的に差別せられなければなりません。

限界條件としていつも重力の場の0になるような観測的立場を選ぶことが出来るかどうかに就（つい）ては，なお一言を必要とするであろうと思われます。一般に任意の観測者に対して複雑な重力の場が与えられて居ましても，それが或る数学的に特異な複雑さをもたない限り，通常は少くともその微小部分に於ては，適当な転換によりてそこの重力の場を見かけの上で消失させることが出来るものであります。私達は物理的にはこれの可能を信じていいのでしょう。もしそうであるとすれば宇宙の無限遠方に於て或る適当な立場を選べばそこの重力の場をなくすことは出来るのであります。そのうえに私たちは大局から見て宇宙は任意の点のまわりに対称的であることを仮定するならば，同時にすべての遠方に於て重力の場を0にすることが出来るにちがいありません。私は今宇宙の任意の点と申しましたが，もし全宇宙の天体に中心のあることを仮定するならばこれは任意の点ではなくて，その中心点と云わなければならなかったのです。実際従来の力学でゆるしているノイマン理想体に結付（むすびつ）いた座標系はその上で始めて定まったものでありました。それですから無限の遠方で重力の場の0になると云うことは決してそれ自身実験上の事実ではなくて，却（かえ）って理論的の仮定に過ぎないのであります。又重力の場が0になると云うことは，そこで光速度が一定の値を取ることを意味します。しかしこれも前述の通りに実験的の結果ではなくて，そう云う一定値を取る様に私たちが時間や空間の長さを定めなくてはならない[1]と云うことに外ならないので

1) 私たちの用いる実際の時計や物指が近似的に之に一致するというのは，かような場合が直観的に最も簡単であると見なされるからです。そうしてその理由は理論

す。そしてこれがいつも可能であると同時に，アインシュタインの理論はそれにどんな値でも与え得るような他の観測者の存在をゆるしているのです。

これで物理学的の事実の説明は済んでいるわけなのであり，そうして実用的な物理学者はもうそれで自分たちの役目を終えたと思うでありましょうけれども，私たちは更に一歩を進めて，ここで話のあった限界条件とか無限の遠方とか云うことを考察するに於て，深い形而上学的の意味のあるのを思うのであります。アインシュタインは実にこの問題に進んで行って，遂(つい)に彼の創見的な宇宙論に到達することが出来ました。これは恐らく私たちの経験を超越することがらでありましょうけれども，思惟のうえの問題として，相対性原理と密接に相関聯(あいかんれん)している処に少からぬ興味を感ぜられます。

## 3. 宇宙構造に関する推論

前節の終(おわり)に云いました様に，私たちが無限の遠方というのは果してどんな意味をもっているかを尋ねてみましょう。私たちが自然現象に対してなし得る観測はすべて近似的であり有限的であります。それで私たちは自分の周囲にある天体の分布を知ることは出来ますけれども，或る距離より遠くなればもうどんなにしても判らなくなってしまうでしょう。勿論(もちろん)その限界は観測的機械即ち望遠鏡などの精度に依ることでありますが，ともかく或る程度を超えることは出来ません。それですから，たとえまだその先の方にどれ程多くの天体があろうとも，それの物理的の影響が私たちにとどかない限りそこはもはや私たちに取って何も判らない無限の遠方なのです。その場処ではもはや実際の天体の分布がどんなであろうともすべての方向に対称的であることを仮定して差支(さしつかえ)ないのですし，又重力の場のあらわれない観測的立場をそこに選ぶことが出来るでしょう。従来の力学の限界条件は斯様(かよう)にし

---

的にも亦見出されるでしょう。

て成り立ちます。けれども私たちはそれを以てほんとうに無限の遠方となし宇宙の限界とすることに満足を感ずるであろうかと，自分に問うたときに或る疑(うたがい)を生じずにはいないでしょう。勿論(もちろん)私たちのまえに現ずる一切の自然は私たちの感覚に依存すべきことは認識論に於て認められています。しかし私たちの感覚には限界のあることも同時に承認しなければなりません。感覚の限界内に存在するとせられた実在的自然がその限界外にも連続しているかどうかは推理に依るより外はないのですが，宇宙の天体が望遠鏡の視圏内に限りて存在すると云う充足理由を見出さないうちは，その視圏外にもなお続いていることを想像する方があたりまえです。もし然(そ)うならば，従来の力学が無限の遠方と見なすのは，推理的に真の宇宙の限界ではなくて，私たちの感覚的限界に過ぎないと云うことになります。そこで私たちはこう云う問をつくることが出来ます。宇宙の真の限界は果して存在するであろうか。又それを私たちが推理的に求め得るであろうかと。前に私が述べたニュートンの万有引力の法則からの推論は天体の限界の存在を導いていましたが，これには又推論的にいろいろな不満足なところのあることもそこに記しました。そう云うものを取り除くことが一つの要求となってもいました。

ここにちょっと比較して見たいことは，微小な物質的対象に対する私たちの感覚的限界とそれを超えた推論です。この方面では私たちは顕微鏡若(もし)くは超越顕微鏡で観られるものを超えて小さい粒をもはや直接に視ることは出来ませんけれども，いろいろな物理的作用，即ちブラウン運動や種々の電磁気並に光学的現象を利用して間接に分子，原子及び電子等の存在並にその性質を実験的に確めることが出来ました。けれど今日では未だ電子の形状やその内部に於ける電気の配布の模様などは経験的範囲を超えた推論なのです。それらは至当な形而上学的要求を満足するようにはせられなければなりませんが，なおかなり究

極まで経験的範囲を進めることが出来るようにも思われます。これに反して宇宙の限界に至りてはどんなにしてもこれを経験すると云うことは殆(ほとん)ど不可能に思われると同時に，その推論の根拠に於てかなりに必然的な形而上学的要求を見出すことが，アインシュタインによりて望みおおくせられたのは興味あることと思います。

アインシュタインは従来の力学が与える実際的の無限遠に対立して，理論上の究極的な無限遠の性質を次のように仮定したのです。実際上の無限遠では前に説明しましたように観測者の立場によりて重力の場がないとも見られますが，また立場を換えると任意の場が存在するとも見られます。数学の言葉でこれを申しますと，独立変数の転換によりて限界條件が変ると云うことになります。しかし宇宙それ自らが全体として不変なものであるならば，そのほんとうの限界に於ては，もはや観測者の如何(いかん)によりて少しも変らない状態が常に実現されはしないであろうか。即ちどんな独立変数の転換によりても変らない限界條件が成り立ちはしないであろうか。こうアインシュタインは考えることによりて宇宙全体を或る絶対なものにしようとしたのでした。これがために彼はまず宇宙の諸天体をその近傍に散布した平均状態を想像しました。勿論(もちろん)宇宙の各処の特質を見るのでなくて，その全体を論ずるためには物質を平均させてしまつても差支(さしつかえ)ないのでありますが，そうした場合に物質の平均密度が果してどれ程になるかは予想するわけにゆきません。彼はこの密度を有限な或る一定の値になると仮定しました。この結果はミンコフスキーの世界空間に或る一定の曲率を与えることになり，そのために之は或る五次元空間を包む四次元曲面となるでしょう。この曲率は実在の三次元空間に対しては対称的でなければなりませんから，これがために宇宙空間は明らかに二次元の球面と対比すべき三次元的球面となります。従って宇宙空間の拡がりは有限であってしかも限界をもたないものが得られます。限界がないのです

から前に云った限界條件も必要がなくなり，これは変数のどんな転換に対しても不変に残ることが出来るでしょう。アインシュタインはこの仮定によりて自然に限界條件をなくすことが出来たのは非常におもしろいことです。

しかしながらアインシュタインは宇宙空間に限界のないことを承認しているのに反して，時間は無限に続くことを仮定しました。時間と空間との経験的の性質の差異についてはいろいろ問題となることもありましょうけれども，それが物理的概念としてミンコフスキーの世界空間に入りこむ限り，有限の場処で経験せられた諸法則に対して，全く対称的の役目をもっていると云う事実は，まことに著しいことであって，私たちはその経験を宇宙の限界にまで拡げるに当っても，この性質を保持させたいと云うことは，一つの至当な思惟の要求であると思われるのです。アインシュタインはなおこの外に宇宙空間を填充する物質の全体に対して静止せる座標系の存在し得ることを仮定しました。この結果として彼は以前に立てた重力の場の式，即ち世界空間の曲率と物質密度との関係式に幾らかの変更を加えなければならぬことになりました。このことに就(つい)ては，余り議論も見えませんけれども，しかし私の考えでは，宇宙全体はたとえそれ自ら絶対不変のものであるとは云え，これを填充する物質を相対的に静止せしめ，そうしてこれに固着する観測者をひとりその他のものから差別することは，一般相対性に矛盾するものではないかと思われます。彼はこれによりて宇宙空間のなかに絶対静止を認めたのに等しいと私は思います。この意味に於て私は重力の場の式を彼が変更した理由に賛することは出来ません。そうしてこの変更に相当する最小作用の原理に於ける変更にも至当な意味を見出すのに苦しむことを思います。

アインシュタインは上の変更によりて偶然に宇宙物質の平均密度と宇宙の球面空間の半径との間に一定の関係を得ました。半径を $R$，密

度を $\mu$，万有引力常数を $G$ としますと

$$\mu = \frac{c^2}{4\pi G R^2}$$

となります。従って宇宙の全質量は

$$\mu^2\pi^2R^2 = \frac{\pi R c^2}{2G}$$

です。つまり全質量は $R$ に比例しますから，質量が 0 になると共に半径も 0 にならなくてはなりません。宇宙の物質とこれを容れる空間とが共に消失し，共に大きくなることは興味のないことではないのです。けれども此の関係式によりて宇宙半径 $R$ が，私たちの知っている最も遠い星に比してなお大になるためには，全質量が恒星などに想像せられるものに対し異常に大きくなければならぬ[1] ことは，之(これ)の実際的の価値を疑わしめています。又空間の球面的なるために一点から出た直線は有限の長さをもち元の点に戻って来ます。このために例えば太陽などから出た光線はもう一度球空間の反対の極に焦点をつくりますから，そこに反太陽を見なければなりません。これは実際にはたくさんの宇宙物質による光線の散乱や屈曲によりて瞭(はっ)きりした像をつくらないかも知れませんが，反太陽は現在の太陽の位置に相当するのでなくてそれが光を発した数百万年も前の位置に相当してあらわれるのですから，もし太陽がそのような昔から存在していたとすれば現在の位置と反太陽の位置との差によりて，この間の絶対運動を知ることが出来るでありましょう。この絶対運動はつまりアインシュタインの選んだ特種の座標系，即ち宇宙の空間を填充する物質に相対的に静止せる観測者に対するものでなければなりません。かようにして相対性は宇宙内の只(ただ)限られた範囲に於て成り立ちその全体に向っては或る意味

1) エディントンは次の数字をもって之を示しています。太陽の質量の $10^9$ 倍を一星系の質量と仮定し，なおお螺状星雲の如きものが $10^9$ 星系を含んでいたとしても，宇宙半径は $10^{16}$ キロメートルの程度に過ぎません。之に対し現に最も遠い螺状星雲までの距離は $10^{19}$ キロメートルもあると思われていますから，遙かに多大の質量がなくてはならないのです。

の絶対があらわれて来ます。

しかしこの宇宙論はともかく昔のニュートン引力の法則から導いたものに比べてはいろいろな意味に於て優っていると思われます。特にその著しい対照は彼が限りない宇宙空間のなかに有限な天体集合を仮定しこれを空間それ自らと縁のない偶然的な実在と見なしているのに反し，此は空間そのものと必然的な関係をもった物質の存在を認めていることであります。空間のなかに物質が一様な平均密度で填充せられることは熱力学の第二法則の要求する処であって，曩(さき)の有限な天体集合は如何にしても宇宙全般に於ける永遠な状態ではあり得ないのです[1)]。

しかし前にも申しました様にアインシュタインの宇宙論は空間に対する天体分布の一様とその相対性とを認めながら，時間に対してはその変化の無限の過程を認め従ってこの意味で亦その絶対性をゆるしていることは，その議論の徹底を欠いているように思われるのです。これによればミンコフスキーの四次元世界は宇宙の球空間とこれに垂直な無限の時間とから作られた四次元の円柱的空間となります。私たちはこれに対して，時間と空間とを全く対称的になして，世界空間そのものを四次元の球面空間とする場合を考察して見ることは極めて重要なことと思うのです。

この大切な考察はオランダのド・ジッター (Willem de Sitter, 1872–1934) によりて詳しくなされました。これによれば或る観測者の位置から遠ざかって最大距離の点，即ち球空間の対向点にゆくと，世界線の微小部分の長さの絶対値は 0 になります。従って光速はそこで 0 となり，光はいくら経ってもそれを超えて先方へはゆかないことになるので，これは前に述べたような反太陽の出現を否定することになります。そう

1) 若し私たちの属する天体集団が前に述べたように有限な範囲に限られているとしても，無限の空間のなかに充分遠方には他の同様な集団が存在すると云うことが，熱力学の法則から思惟せられなければなりません。それらをすべて平均した上ではやはり一様な物質分布を得るでありましょう。

してこのことは世界空間の対称的な性質によりて，どこにいる観測者に対しても，又何時（いつ）になっても等しく成り立ちます。又遠方にゆく程光の振動週期が遅くなりますから，ド・ジッターは非常に遠い螺状星雲などのスペクトル線が赤の方に移動するのはこれによるのではないかと想像しました。ド・ジッターはなおこの場合にアインシュタインの変更した重力の場の式をそのまま応用しましたが，宇宙の平均物質に静止した観測者に対して物質の密度は０にならなければならぬと云う結論を得ました。それですからアインシュタインの理論に反して宇宙物質の全量は全空間に散布されたとき極めて少なくなると云うことになり，それと同時に世界空間が曲率を有するのは物質の存在のためではなく，それ自らの幾何学的性質と見なさなければならないようになりました。アインシュタインは世界空間の曲率を物質の存在に帰することに於てのみ意味があるとしてこれに反対しています。

しかしこの反駁にも拘（かかわ）らず，ド・ジッターの宇宙論は世界空間の完全な対称性を保つ点に於て私にはそれへの執着を多く感じさせます。私は天体をつくる物質の外に，電磁的並に万有引力的輻射エネルギーが宇宙に充ちていて，却（かえ）って有限な質量的密度をもっていることを仮定し，これによって世界空間の曲率を説明することが出来はしないかと思います。そうしてこの場合には重力の場の式にもはや何の変更をも要しないことになると共に，又宇宙物質に対し静止するというような絶対座標系は存在しなくなります。どんな観測者に対しても輻射エネルギーは共変的な速度をもって動くからであります。宇宙論に対してはなおかように多少の議論が残されてはいますけれども，一般相対性原理がこれに達する道をひらいたことに私たちは多くの興味を感ぜずにはいられません。

## 4．一般相対性原理に関し残されたる諸問題

相対性原理はアインシュタインによりて既に殆ど大成されたと謂ってよいのですが，しかしこれに基いて私たちが自然法則の体系に達するために，まだ幾多の困難な問題が残されていることを思わければなりません。将来の研究者に取りては之等の問題を探し求めてこれを正しく解決することが大切な次第であります。

アインシュタインは重力と惰性の力とを全く等しいと仮定し，且つ重力の場の存在を必然的に世界空間の変形と結びつけました。私たちは物質が存在しているときその周囲に重力の場の起ること及び世界空間の変形することは，容易く認めることが出来ますけれども，逆に或る観測者に取りて世界空間の任意の変形があらわれたときにこれを常に物質の重力の場として意味づけることが出来るかどうかは，なお疑問に置かれ得るでありましょう。即ち世界空間の任意の変形に相当していつもこれを重力の場として生ずる物質の分布が一義的に決定せられ得るかどうかと云う疑問です。もう一つ言い換えれば或る特種な世界空間の変形は，これを重力の場と解しないで，他の電磁気力の場と解することは出来ないであろうかと云う様な疑もありましょう。又物質の生ずる重力の場はやはり或る特種な世界空間の変形にのみ相当し，その他の任意の変形は単に観測者の立場の変化として解すべきではないかと云う疑もあります。之等は惰性と重力との相関の仮定に直接に影響することであって，これを考究することは極めて重大な意味をもっています。

ティルリングは電磁気力と解せられ得べき世界空間の変形を求めたことがありました。しかしそうして見出し得たものは私たちの知っている電磁気力の場の理論に対し僅小の差異を取り除くことが出来なかったのです。又ライヘンバッハ (Hans Reichenbach, 1891–1953) は物質の生ずる重力の場は一定のスカラー量たるポテンシャルの変化によりてあらわされると云うことを仮定し，これに相当する世界空間の変形

のみを重力に帰しようとしました。アインシュタインの理論では一般に光の進行は複雑な第二階級のテンソルによりて与えられ，その速さと云うものを一定のスカラー量として定めることが出来ないのに反し，彼の説では重力のポテンシャルによりて光速が決定せられるようになります。私も以前にこれと同様な考えで議論したことがありますが，それらの当否は今日まだ実験的に判断することは出来ません。何故かと云えば第一節に述べたように理論を検するに用いられる事実は皆静止せる球体の重力の場に過ぎないからであります。私たちは之等(これら)の説の取捨を暫(しばら)くは単に理論的考察による判断に任すより外はないでしょう[1) 2)]。

1) アインシュタインの相等原理によれば，一定の加速度をもった観測者と，一様な重力の場にある観測者とは全く同等であることが仮定せられます。しかし之は重力の場に限るのであるか，又は重力の代りに電気力，磁気力若くは分子間の力の如きものが置き換え得られないのかは，明確でありません。けれど恐らく電気力などの場合には成り立たないであろうと云うことは，原子内の電子の運動に関して示されます。近ごろ（1916 年）ゾンマーフェルドは量子論の応用に於て斯様な電子の運動を論じましたが，そこでは特殊相対性原理の結果を用いました。ここには多分重力に関する一般相対性原理の式はその儘利用することは出来なかったのです。何故ならば原子核の力の場は電気力の場であって，重力ではないからです。若しこのことが事実ならば，アインシュタインの云う加速度の相対性は決して一般の力に対して成り立つのでなくて，重力に限ると云わなければなりません。この意味でグスターフ・ミーは「一般相対性」という言葉の代りに「重力の相対性」と云うのが至当であると主張しています。そうしてこの結果は電磁気力の作用は世界空間の変形でなくて，他に求めなければなりません。ワイルの理論は丁度之に相当しているのです。

2) もう一つ注意すべき大切なことは「重力の相対性」は単に重力の場の強さが一様と見做すことの出来る範囲だけに成り立つということです。即ち一般には決して有限の範囲でなく無限に小さい部分だけに就て当嵌められるのです。そう云う小さい部分では常に必ず或る適当な変数転換を行えば重力の場を潰滅させてしまうことが出来ます。しかし有限な範囲ではそう云うことが出来るとは限りません。若し変数転換によりて或る有限な範囲の重力の場をなくしてしまうことが出来るとするならば，それは観測者の立場の選びようによりてあらわれた外見的な重力の場に過ぎないのであって，実際の不変的な物質分布によりて起った重力の場ではないにちがいありません。何故なれば単に立場の転換に依りて或る物質に属する重力の場が全部消失することは出来ないからです。斯ように考えますと，すべての世界空間の変形のうちで，それが物質の存在に帰するものと，単に観測の立場の選び方によるものとが，区別せられることになります。アインシュタインはその差別なしに之を重力の場と名づけたので，之に反しライヘンバッハやミーなどはそれを相異したものと見なさうとするのです，勿論その全体を重力の場と名づけると云うような名義上のことはどうでもよいのですが，物理学的理論の立場

万有引力と共に真空現象として知られている電磁現象は，最初相対性原理がそれの議論によりて生れて来たと云うことからしても，ぜひとも一般相対性の理論のなかに包容させなければならないものです。そうして万有引力を世界空間の変形と結びつけた上は，電磁気力をもこれと同様に何等か世界空間の幾何学的変化によりて解しようと云う希望は至当なことと思われるのです。しかしこれを等しく世界空間の変形に帰することが出来ないとすれば，その外にどんな変化を眼につけたらいいのでしょうか。1918 年にワイル (Hermann Klaus Hugo Weyl, 1885–1955) がこの問題に答えるために試みた考察は非常に大切なものだと私は思います。

彼はまずリーマン等によりて発展された一般幾何学理論の拡張を企てました。リーマンの幾何学は前に説明したように空間の微小線分の長さを絶対不変であると仮定して，その上ですべての空間的変形を論じたものであります。そこでは独立変数の転換と共にこの空間的変形が或る共変的関係としてあらわされています。この場合に座標即ち独立変数は空間の微小線分の座標系に対する幾何学的関係即ち方向を決定するものでありますが，この外に微小線分は測度の変化によりてその長さを変えなければなりません。そこでワイルは一般に微小線分の長さの変化をゆるして，測度の変化に伴う共変的関係をもとめました。彼はこれをミンコフスキーの世界空間に応用し，その空間的変形を重力の場に帰する外に，測度の変化を電磁気力のために起るものと解しようとしたのです。実際四次元世界に於ける測度の変化は，その独立変数の数に等しい四つの独立な量によりて決定せられます。彼はこの四つの量で電磁的ポテンシャルをあらわそうとしたのです。この理論に立ち入っては余りに数学的になりますから今茲(ここ)に述べることを省きますけれども，ともかくこれは電磁現象を等しく世界空間の幾何学的

からして私はやはりその両者の相異を認めたいと思います。エディントンは物質の存在のために起る重力の場を「永久的」の場として区別しました。

共変関係として云いあらわすと云うことに重要な意味をもっているのです[1)]。

なおワイルのなした幾何学理論の拡張は次の意味に於ても大切であります。昔のユークリッド幾何学は有限な幾何学的形象の性質を論じていたので，それらは直接に或る空間を隔てて対比することが出来たのです。これに反しリーマン以後の一般幾何学に於ては微小な幾何学的形象の性質が微分方程式によりてあらわされますから，その対比は近接的に相隣ったものを経て始めて遠方へ及ぼすことが出来るのです。この幾何学理論の推移は，丁度（ちょうど）物理学に於て物体間に行われる作用の遠隔性が否定されて，すべて近接的に相隣れる場処へのみ及ぶことが出来ると云う思想に導かれたのと相当しています。つまりユークリッド幾何学は一の遠隔幾何学であったのに対し，近時の微分幾何学は近接幾何学とも謂（い）うべきものなのです。すべての理論はその発達に伴って遠隔的から近接的に移るもので，相対性原理が光速度不変の仮定から更にその変化する場合に拡げられたのも，ミンコフスキーの世界空間の性質が遠隔幾何学から近接幾何学であらわされるように推移したのに外ならないのです。しかしリーマン幾何学は微小線分の長さの不変を仮定し，これを遠隔的に対比する可能性を有する限り，まだ純粋に近接的ではないのであって，ワイルの拡張は更にこれを近接的に徹底せしめたものと云ってよいのであります。空間の微小線分が座標系に対するその幾何学的関係と測度とによりて完全に定まることを思えば，ワイルの幾何学は究極的な近接幾何学であります。そうして私たちの物理的世界形像が完全にこの究極的なものによりてあらわされるとすれば，それは哲学的に甚だ意味深いことと謂（い）わなければなります

1) 世界空間の測度の変化が何故に電磁気現象を示すかということは，世界空間の変形が何故重力の場を与えるかと云うことと等しい意味の設問であって，それは直観的に解決せられるべきものではなく，すべての物理的理論の認識論的根拠に共通なものであります。「すべての関係に於て精密に電気の如くあらわれるものは即ち電気そのものに外ならない」のです。私たちは物理学的認識をそう云う相当関係に於てのみ求め得るのだからです。

まい。

ワイルの理論はその極めて複雑なるためにまだ充分に発展されては居りません。しかし彼が導いた結果のうちで，電子に関するものは，その単位的構成を説明する点で注目せられます[1)]。只(ただ)原子や電子の諸性質はこれが電磁気力の場に存在するによりて種々の変化をうけ，しかもそれがその儘(まま)残されますから，一般にその現在の性質は以前の経歴に関することになります[2)]。勿論(もちろん)その実際上の効果が小さければ，之等(これら)の事実は必ずしも原子や電子に経験せられた固定的の性質と相容れないものではないでしょうが，とにかく精緻な実験的判定を要することであり，或はこの点に理論に対する障礙が含まれていわしないかと云う虞れが懐かれるのです[3)]。私たちはこの理論に関して多くを将来に待たなければならないのです。

## 5.　相対性原理の認識論的意義

相対性原理の認識論上の意味に関しては既に第1編に於て述べたのでありますが，私は更に茲(ここ)にその内容を説明し終った後で簡単に要点

1) 世界空間の四つの座標に対する共変関係としてエネルギー及び運動量恒存の法則が対称的に与えられることはアインシュタイン・ミンコフスキーの理論の著しい点でありましたが，ここではその外にもう一つ測度不変に対する関係があらわれ，これが電気量恒存の法則として意味づけられることは極めておもしろいことです。又ワイルの理論では世界空間の曲率はその測度に関しますから，絶対の不変量ではなくなります。この理論に於ける絶対の不変量としてはリーマン幾何学の曲率とは稍変更せられた一つの量であって，これが最小作用の原理に入る作用量をあらわし，そのなかには重力の場による部分と電磁気力の場による部分とが互に加わりて入り込んでいます。之等の関係は極めて自然な整済な形式に於て成り立っていることを私たちは認めなくてはなりません。之によりて始めて完全な世界形象が得ちれるように思われる処が多いのです。之はワイルの理論が最も深い数学的根拠をもっている為めでありましょう。

2) 世界線の微小線分の長さ，即ち固有時間の長さが，世界空間中の一点 A から他の点 B に到る間に変化するのは，途中の電磁場の模様に依るのですから，夫故 A から B へ導く世界線が異なります。つまりこの間の経歴に依ると云うことになります。数学的に云えば，この微小線分の長さが非積分的になるのです。

3) 最近に於てワイルは，物質の質量が常に不変に残るためには，これが世界空間の曲率に対して一定の比を有しなければならないことを論じています。この曲率は物質の基本性質に重大な関係をもっと共に又時間及空間の長さを測る基準に取られなければならない唯一の大切な量です。

を繰返すことは必ずしも無駄ではなかろうと思います。

相対性原理は要するに時間及び空間座標を独立変数とする物理学的世界の性質が，最も一般な四次元空間の幾何学によりてあらわされることを示したものであります。相対性そのものは既にこの一般幾何学のなかに完全に具わっているのでありまして，独立変数のどんな変化に対しても，種々の幾何学的形象の間に一定形式の，謂(い)わゆる共変的な関係が成り立っているのです。この独立変数を時間及び空間座標と解し，いろいろな幾何学的形象に相当する物理的概念を見出してその間に成り立つ共変的関係を自然法則の叙述として意味づける処に相対性原理の物理学的意味が依存するのです。時間や空間の概念，及びその外のあらゆる物理的概念は皆この幾何学的形象の有する性質をその儘(まま)もたなければならないように変更を強いられたのです。これが私たちの物理学にこの原理が革命的変化を持ち来したと思惟せられる所以(ゆえん)なのです。何故なら私たちは之等(これら)の概念を，かような原理的要求なしに，単に直観的に若(も)しくは経験的につくることが出来ると信じていたからであります。革命的変化の原因は実にこの信念が打ち破られた点にあるのです。

この幾何学の理論はそのなかに完全な相対性を含むと共に，常に一定形式の共変的関係や若(も)しくはその極限的の場合として絶対に不変的な関係を成立せしめる処に，或る意味の普遍性をもっています。独立変数の転換によりて之等(これら)の関係の形式が変らないと云うことは，これを物理的世界に移して云えば，どんな観測者から見てもその法則の形が同じであると云うことになります。更に私たちがこの幾何学の理論をその前提たる公理群と共に，私たちに取って可能な唯一のものであり，また私たち人間のすべてに対して普遍的のものであることを認めることが出来たならば，それはやがてこの原理によりて物理的世界に之(これ)の理論を移すことによりて自然法則の唯一性と普遍性とを許容し得る確実

な根抵を与うるものになるのです。唯一性と普遍性とをもつものはそれはまた絶対性を帰せられていいものにちがいありません。かようにして私たちが自然法則に与えようとするすべての基礎的性質はみんな既に幾何学理論のなかに具備しているものであることが判るでしょう。私たちはただそう云う幾何学理論によりて完全に自然現象が云いあらわし得ることを認めさえすればいいのです。物理学の理論と云うものは只（ただ）かような数学論理と自然現象との対立を確認させる手続に外ならないのです。物理学の理論は数学と密接に結びついていると云うような言い方だけではまだ上の真髄に遠いことを悟り得るでありましょう。

幾何学の一般理論を物理的世界空間へ応用することの可能は，一方では幾何学の理論そのものの意味を私たちに明らかにさせました。私たちはもとユークリッド幾何学の公理を経験的空間の性質から抽象したものであると解していましたから，非ユークリッド幾何学が生れその公理が更に一般的に拡張されるに当りて，それらは超経験的な空間の性質であって，実在的のものではあるまいと想像せられました。しかしこの見方から云えば，等しく私たちに取って可能と思惟される公理的仮定のうちで，何故（なにゆえ）にユークリッド空間に相当するもののみが経験世界に存在し，その他が否定せられるかと云う理由を見出すのに苦まなければならなかったのです。その理由としていろいろな関係が探し求められましたけれども，いずれも恐らく必然的なものではあり得なかったのでしょう。又実在の空間は従来私たちに取って極めて狭い範囲だけが経験せられ，それをユークリッド空間と解しているけれども，もし充分大きな恒星距離に至るまでも経験することが出来たなら，或は空間の曲率を見出すことが出来るかも知れないと想像せられたこともありました。これに対してもやはり前と同じ哲学的疑問は存在しています。然（しか）るに相対性原理は之等（これら）の疑問を一掃してしまったのです。即ち一般に幾何学的に認められ得るあらゆる種類の空間は実在的のも

のとして私たちに経験せられ得ることを明らかにしたのです。どれも超経験的ではあり得ないのです。私たちが最初ユークリッド空間のみを知ったと云うことは近似的な測定の結果に過ぎないのです。そうして又近似的な知識として之（これ）の性質が最も簡単になるからでもあったのです。最も簡単のもののみが経験世界に実在するということはこの意味に於てもはや真ではないのです。

私はもう一度自然法則の場合に戻ります。ここで最後に云うたようなこと即ち最も簡単なるものが経験世界に於ける真理であると云うことは，屡々（しばしば）自然法則を探し求める際にその指導原理として仮定せられました。しかしマッハは簡単と云うことが必ずしも唯一の真ではないとして，これを思惟経済の原理でおきかえたのでした。彼によれば簡単は思惟経済のためであって，他のたくさんの可能な法則のうちに私たちは只斯（ただか）ようなものを選ぶだけであると説明しました。彼の論理は寧（むし）ろ誤ってはいなかったでありましょうが，このために自然法則の唯一性を否定し従ってその絶対性をも否認しなければなりませんでした。この結論そのものが思惟経済に背くことは私の前に指摘したとおりです。私たちはここに何が最も思惟経済であり，何が最も簡単であるかを省りみなければなりません。相対性原理はこれを正しい意味に於て教えたと云ってよいと私は思います。

マッハの論じたように昔のガリレイ及びニュートンの力学は最初私たちの考え得る最も簡単なものであったのでしょう。そのなかに含まれた絶対時間の概念もやはり時間に対して私たちのもち得る最も簡単なものにちがいなかったのです。マッハがこれを唯一の可能なものとしないで絶対廻転の意味にも疑（うたがい）を挟（さしはさ）んだことは卓見と云うべきでありましたが，自然法則が幾様にも可能であると云う意味が，今日の相対性原理を知ったうえから見ればもっと深く考究されなければならなかったのでした。マッハが何故（なにゆえ）そこに達しなかったかと云えば，それは恐

らく可能を予想しただけでその具体的の解決に赴かなかったからでありましょう。その解決が相対性原理によりてなされた上ではマッハが想像していた例に於(おい)て自然法則が幾様にもあり得ると云うことは，観測者の立場の異なるに従って法則が異って見えると云うに過ぎなかったのでありましょう。之(これ)の例から推論して同一の観測者に対しても種々の法則が可能であると論ずるものもありますが，それは恐らく根拠の確実でない一つの当推量(あてすいりょう)なのではありますまいか。相対性原理はこれに反して観測者の種々の立場から見て法則が同一形式になるようにこれを変改し，それに入り込む概念をもこれに適するようにつくりなおし，そうしてその全体系を普遍的な数学理論と一義的に関聯(かんれん)させました。その個々の法則や概念の変更は私たちに取って従来のものよりも複雑な感じを与えさせました。絶対時間を否定して空間の概念と交渉ある相対的時間を思惟することや，ガリレイ・ニュートンの力学を改めてもっと一般な相対性を仮定したことは簡単なものから複雑へ移ったものでありました。けれどもその結果としてすべての観測者に対する共変的な法則をつくり得ること，かような法則が幾何学理論の体系と共に唯一のものとして現在の私たちの知識に安息し得ること，そう云う一般的な性質が寧(むし)ろほんとうに私たちに取りて最も簡単なものであり，最も思惟経済にかなうものであることを悟らなければならないように思われます。自然法則が最も完美な唯一的な体系をつくることそれ自らが，最も簡単であるとして私たちの思惟の満足に適するものでなければなりません。かように考えれば謂(い)わゆる簡単と云うことの内容は決して固定的のものではなかったことが解りましょう。

等速運動に対する相対性原理，即ち特殊相対性原理はまず私たちに時間及空間の概念の変更が必要なことを教えて，認識論に重大な影響を惹(ひ)き起しました。次で任意の運動に対する一般相対性原理は更にこれを一般的なものに拡げたと共に，一方で力の実在性ということの内

容に変更を持ち来したのでした。力や加速度はすべての観測者に対して絶対なものであるという従来の概念を捨てさせて，それが種々の立場に相対的な意味しかもっていないことを示しました[1]。力や加速度ばかりではありません。その外の物理的量はみんなこれと同様な性質をもち，それが観測者の立場の異なるに従って共変的なものでなければならぬことを要求しているのです。只(ただ)特種なスカラー量だけがすべての観測者に対し不変的な値を保つだけです。しかも之等(これら)の共変性のおかげで法則の形式がみんな絶対なものになるのです。かようにして法則の絶対性が保証せられることはまことに著しいことでなければなりません。何故(なにゆえ)に私たちが観測者の相対性を仮定するかと云う問題も，又遂(つい)にこの点に帰着させて答えるべきものではないかと思います。

1) この点に関しては 198 ページ註 1) を参照せられたし。

---

- 『相対性原理』（石原　純。岩波書店，1921 年 12 月）所収。
  底本は縦組であるが、数式の理解しやすさを考慮して、横組にした。
- かな遣いは新かな遣いに，旧漢字は新漢字に改めたが，旧漢字の一部はそのままにした。
- 読みやすさのために，適宜振り仮名を追加した。
- 地名・人名のカタカナ表記はなるべく通行のものに改めたが，一部は底本のままにした。
- 主な人名については，初出の個所に括弧内に欧文表記と生没年を追加した。
- 原著では，註は各節末にまとめてあるが，参照の便を考えて，脚注にした。
- 巻末の「人名索引」「事項索引」は省略した。
- PDF 化には LaTeX 2ε でタイプセッティングを行い，dvipdfmx を使用した。

科学の古典文献の電子図書館「科学図書館」

http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内，その他「科学図書館」に関する意見などは，

「科学図書館掲示板」

http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs