

相对性原理

石原
純

序

私が相対性原理に関するかような書を著わそうと思ったのはもうずっと以前からでありました。丁度四年ばかり前に岩波書店主人からの切なる勧めもあつたので、すぐそれに取りかかりたいと思つていました。けれども私が之に費し得る時間の余りに少なかつたためにその儘まま思わぬ歳月を経過してしまい、岩波氏に對する約束を果し得ないことを、自分でも心ぐるしく思うばかりでありました。私の思い立つた当時は、まだアインスタイン氏の一般相対性原理に関する論文が出てから間もなくであり、また戦争中であつたのでそれは殆ど一般に知れ亘わたつていませんでした。そのうちに一昨年まの暮になつて英国で日蝕觀測の結果による光線屈曲の事實が発表せられ、アインスタインの理論的予言が的中したということが明らかになつたので、俄かに欧米の新聞や通俗雜誌のうゑに喧伝せられるようになり、それが我邦にも及んで彼の名を知らないものはないくらいになりました。独逸ドイツを始め欧米に於て之に関する著書は続々として刊行せられ、今すでに五六十種にも達してあります。我邦にも、もはや数種の著書や訳書を見るに到りました。私は自分の仕事がひとり遅れてゆくのを、かなしい焦だたい心でながめていました。今年になつて私は病後の数ヶ月に多少の閑を得て過ごしましたので、その間に漸よく此の稿の大部分を書き終えることが出来たのをよるこんでいます。私はいまそれによりて或る負債を果したよつな心安さを感じます。

相対性原理は物理学を専攻する人々にとってさえ、かなりに難解なものであります。ましてその外の一一般の人たちにはなかなか之を完全に諒解することは出来ずまい。けれどそうだからと云つて、此の偉大な、現代の驚異に値する原理を知ろうとする欲求を充し得ないということは悲しいものにちがいありません。私は之等の人たちをどうかして、此の原理に親しませ、その有する重大な意味を悟らせたいと思つて之を書きました。私は之がために成るべく言葉を多く費して説明しようと思つてしました。或る人たちにはそれは

余りにくど過ぎると云う感じを与えるであろうと思います。實際この原理の内容はその本質的な関係から、若し数学的の表示がゆるされるならば、それが最も完全に且つ最も簡明にあらわされる筈なのです。併し多くの人たちは数学に慣れないために、それが最も解りにくいもののように感じ、少しの数式に出遇つてさえ、障礙にぶつかつて眼がくらまされるように思うことも事実であります。私はそういう人たちのために慮りて、この書のなかから一切の数式を省くことに努めました。従つて或る数量的な結果を叙べる場合に之に導く証明をしることが出来ませんでしたけれども、それは此の書の役目として期待せず、於てもらえばいいと思つています。私は寧ろこの書に於て相対性原理そのもののほんとうの意味を究めることを目的にしたからです。この原理の最も適切な表示は数学的形式のなかになし得られると云ひましても、よほど達見な識者でないと、それだけからいろいろそこに蔵されている意味を汲み出すことは出来ません。私はそういうものを出来るだけ多くの言葉で解り易く説明したつもりです。若し外の解釈書について或る疑点を懐いてその徹底的な説明を希望する人たちがありましたなら、もう一度この書に於てそれを丁寧に読みかえしてみることをお勧めいたします。そこに何らかの参考になるべきことをきつと見出すであろうと私は信ずるからです。

それでも一方に私はこの書で云い足りない処をまだたくさんに有つてゐる氣もしますし、またこの書に特に省いた数学的内容もどこかで補いたいと思つので、之等を別に纏めて公にする機会も得たいと思つています。この書を読まれる人たちに尚お原理に関する疑問が残されているならば、その幾分の解決を之に期していただいてもいいと私は心に決めています。

この書在完成するに際して特に岩波氏の私に向けられた好意をここに謝しておきます。

大正十年九月二十二日信濃富士見にて

著者

目次

序

序論

一 相対性原理と哲学上の問題

二 自然科学的認識

三 自然法則の絶対普遍性

第一編

一 時間

二 空間

三 空間の三次元性と幾何学

四 時間及び空間の物理学的世界

第二編

32	27	21	17	14	14	8	5	1	1	i
----	----	----	----	----	----	---	---	---	---	---

一	弾性的媒質としてのエーテル(一)	32
二	弾性的媒質としてのエーテル(二)	38
三	電磁氣的媒質としてのエーテル	42
四	エーテルに対する地球の運動	48
五	ローレンツ収縮	53

第三編

一	エーテル否定の根拠	61
二	空間及び時間の相対性の確立、並に光速度不変の仮定	64
三	長さの相対的变化	69
四	空間及び時間測定の基礎としての光の伝達の法則	73
五	相対性原理と自然法則の絶対性	76

第四編

一	ミンコフスキーの四次元世界の双曲線的性質	80
二	四次元世界に於ける時間的区分	84
三	時間及び空間の長さの相互關係	90
四	速度合成の法則	93
五	光速度を超ゆる速度の吟味	97

第五編

- 一 特殊相對論的剛体 103
- 二 世界空間と物理的量 107
- 三 力学の諸法則 113
- 四 最小作用の原理 120
- 五 種々の物理学的現象の法則 124

第六編

- 一 加速度及び力の絶対性に関する疑問 131
- 二 廻轉運動の相對性の可能に関する論議 137
- 三 惰性と重力との相等の原理 141
- 四 惰性的及び重力的質量、重力の場に於ける光速度的変化 146
- 五 世界空間の変形と一般相對性 151
- 六 世界空間に於ける共変性及び不変性 156
- 七 落下運動及び廻轉運動 161

第七編

- 一 一般相對性原理と觀測的事実との比較 167
- 二 無限遠方に於ける條件 175

三	宇宙構造に関する推論	179
四	一般相対性原理に関し残されたる諸問題	185
五	相対性原理の認識論的意義	190

序論

一 相対性原理と哲学上の問題

人間の文化はいま著しい発展を此の地上にあらわしています。私たちの科学は日毎に驚異すべきたくさんの事実を私たちに啓示してはおりませんか。私は其の例証をここに挙げるには及ばないと思いません。併しそれらのなかで私たちに對し純粹思索のうえに最も奇異な感を抱かしめ、之を反省熟考することに依りて最も深く自然科学的認識の根本の意義を教えることの出来たものは、恐らく最近にドイツのアインシュタインによりて大成された相対性原理であろうと思ひます。私は今此の書で其の原理のどんなものであるかを成るべく解り易く説明してみたいと思つのでありますが、一体この原理が何故そんなに大切な意味をもっているかということに就て一言概括的にここに述べておきましょう。

私たちが自然の現象を観察するには、それが何時何処で如何に起つたかということが究められなければなりません。其の上で此の現象に関する自然の法則が見いだされるのです。如何に起つたかが現象の内容を充すものであるならば、何時何処というような時間及び空間の判断は、少くとも此の現象の起る前から私たちに一義的に定まつて知られていなければなりません。若し然うならばすべての現象から離れて時間及び空間というものは私たちの頭に思惟せられ得るものでありましょうか。此の問題は昔からたびたび哲学的の思索のなかに取り容れられたのでした。素朴的な实在論から云えば、物質的世界及び之に起る種々な現象は単に外界に存在しているものであり、従つて之等を容れる空間も時間も最初からそこに与えられてゐるものなものでした。此の場合には空間や時間は其の中に起る現象に係しているということなどは勿論考えられていません。近代になりてカントの批判哲学があらわれるに及び此の素朴實在論は棄てら

れてしまいました。自然のあらゆる現象はそれがたとえ外界に行われているものであるにしても、皆私達の認識を通じて始めて私たちの思惟のなかに持来されるものであります。若し私たちの認識がなかったとしましたならば、自然現象の存否は私たちの問題にはならなかつた筈でありましょう。斯う云う立場からすれば、空間や時間はそれらの自然現象を認識する際に私たちの主観のなかに存する直観形式であると看做されるようになります。カントはそういう言で空間及び時間をあらわし、従つて夫れ自から先験的に私たちの主観に附与せられているもので、経験的に得たものではないといはしました。それですから先験的な空間や時間の観念は、経験的に得られた自然現象の法則に依存するようなことは決してない筈でありました。此のような考え方はカント以後一般に承認せられて来たのでありますが、この時代には未だ空間及び時間に対する私たちの知識が乏しかったからであることが今になって判つて来ました。即ち空間及び時間の観念内容が只一通りしかあり得ないと思われていましたから、之を先験的であるとすにも、相当な自然的な理由を私たちが見出したのです。ところが之に対する懷疑が先ず幾何学の発達に伴つて空間に關してあらわれました。今まで空間は唯一の形式のものであると思われていたのに、そこにはいろいろな空間が思惟せられることが明らかになりました。昔から私たちの知つていた空間、それをユークリッド空間と名づけます。の外に之とは異つた無数の非ユークリッド空間が想像されるのです。

併し之は幾何学の論理から演繹されたものに過ぎなかつたのです。それ故私たちは實在の空間即ち自然現象の行われる空間はユークリッド空間であるべきことを仮想し、其の他の空間は非實在的であると論断しようとするのでした。そうしてたくさん近代哲学者たちはユークリッド空間が何故に實在的であり、そうしてまた之が何故に先験的にそうでなければならぬかの理由をいろいろな苦心のもとに見出そうと焦つたのです。自然現象の空間が経験的にユークリッド幾何学のみをゆるすということは、もはやカントの謂

わゆる先験的直観形式として之を理解する路を塞いでしまふものだからであります。併し此の問題の解決はそう容易ではありませんでした。そうして彼等の解答が充分に其の予想した効果をあらわさないうちに、相対性原理があらわれて之を異つた路へ導いて行つたのです。相対性原理は自然現象の法則其のものの変革ばかりではなく、更に根本的に哲学上特に認識論上の問題に触れねばならなかつたのは実に此の爲めなのであります。

相対性原理は運動の相対性を主張するに始まりて、之をすべての自然現象の場合に徹せしめるがために、遂に空間及び時間の判断が自然現象の法則に依存することを私たちに示したのです。若し自然法則が経験的なものであると云うならば、之と同じ意味に於て時間及び空間は 少くとも其の数量的内容は 経験的なものであると謂わなければなりません。之に対し旧時代の哲学者たちは次の如く抗言するかも知れません。空間及び時間の数量的内容、云い換えれば其の拡がり及び長さの測定はもともとから物質や現象を仮りて始めて成されるものであつて、相対性原理を待つてそれが闡明せられたとするには及ばないではないか。若し然うならば此の測定を目的としない空間及び時間の観念其のものはやはり先験的であるとして差支ない。相対性原理は夫れ以上に变革を持ち来すものではないと。これだけの言はそれが冷静に云い出されたとするならば正しいに相違ありませんが、同時にそれは抗言ではなくなります。空間及び時間の観念のなかにはどこまでも超経験的な先験的な要素のあることを説明しているのであります。併しそれと共にこの要素は相対性原理によりて其の範囲が嘗て私たちの頭に想描されていたよりも遙かに狭められたことを認めなければならぬのです。そうして相対性原理の認識論的意義をそこに肯定しなければならぬのです。実際に空間及び時間の観念の直観形式は現在では昔の儘ではないのであります。相対性原理は其のどれだけの部分を経験的な知識によりて变革し得べきものであるかはつきり知らせてくれませんでした。概言す

れば数量的内容と云うべきでありましょうが、そこには単に空間の拡がり及び時間の長さの測定ということばかりではなく、空間の性質其のもの並びに之と時間との相互關係などが、必ずしも先験的なものではないことを教えたのです。之等の事實は空間及び時間の觀念に關する大いなる変革であることを私たちは認めないわけにはゆきませまい。之等の意味をほんとうに理解し、之を深く味つたならば誰しも相対性原理の発見に対して偉いなる讚美をささげずにはいられないことと思ひます。相対性原理は哲学が嘗て先験的として棚に上げておいた知識を取り下ろして之を或る程度まで変革することによりて自然法則の体系を完美せしめ得られることを示したのです。新時代の哲学は常に自然科学と相接触して、先験的知識の限界を正しく反省することに注意しなければならぬのです。そうして之が先験的及び經驗的知識の哲学的意義を新たに考察するに資するでありましょう。

相対性原理は空間及び時間の觀念を變革して之に新らしい相対性を与えることによりて、自然現象の法則の絶対唯一性を保証するものであると見ることが出来ます。この事に関しては後の説明に譲りますけれども、自然法則の絶対唯一性は自然の實在の意義と相待つて哲学上に重大な問題であることをここに附言しておきたいと思ひます。相対性原理はかような哲學的問題と直接に關連して現時の私たちの思索のなかに棲息すべきものであります。私たちは此の原理を知ることによりて大いなる悦びを感じ、新たな思索の発程に向つての激しい刺戟をうけずにはいられないでありましょう。

註

(1) 通常の幾何学は紀元前三〇〇年頃ギリシャのユークリッドによりて創められたもので、それ故この幾何学で論ずる空間をユークリッド空間と名づけます。非ユークリッド空間の存在し得ることは十九世紀の始ロシヤのロバチエフスキー、及びハンガリーのボリヤイ等の研究によりて明らかになりました。第一編第三節に其の由来が簡単に述べてあります。

二 自然科学的認識

相対性原理が哲学上の問題に深く関与すべきことを私はすでに簡単に述べました。それで此の原理を説明する前に少しく準備的に自然科学其のものの哲学的の意味を解釈しておいた方がいいと思います。

自然科学は一体何を目的として成立するものでしょうか。ひと口に言えばそれは私たちの観察する自然現象のなかに普遍的な概念を求め見出して、之等の概念の間に存在する関係を探そうとするものであります。此の関係が自然法則として確立せられたときに、私たちは自然法則の体系を整備することによりて自然に対する認識を完成し其の意味を正しく理解することが出来るようになるのであります。かような自然科学が成立すべきものかどうかは最初から知られているのでは決してありません。自然を単に与えられた外界と見做しそこに自然法則が厳確に独自の存立するものであると仮定してしまえば、それきりで問題はかたづけられてしまうのであります。それでは私たち人間の認識と自然との関係に対する考慮はまだちつとも深められていないのです。カントの哲学は一切の自然が私たちの認識のなかに依存することを啓示したのです。其の意味は若し私たちの認識作用が無かつたとしたならば自然の現象の存否を判ずることも不可能になり、はたして自然が外界に在るものかどうかを知ることが出来ないというのであります。認識のなかに入り来つて始めて自然は私たちのまえに現われるのだからです。斯ように考えれば認識を通して存在する自然の姿は私たちの認識作用其のものに依属することも当然ではありますまいか。若し私たちの認識作用が現にあるよりは異つたものであるとしたなら、自然の姿其のものも亦それに応じて異つて現われるかも知れません。自然現象の法則内容はそれゆえに認識作用の如何に密接に関連し、逆にまた私たちの認識作用の性質は経験的に見出された自然法則から多く闡明せられる処があるのであります。即ち自然科学が成立する為めには私たちの認識が次のようなものであることをゆるさなければなりません。

私達は自然科学、従つて其の求むる法則が普遍的であることを予定していません。此の普遍性に於てその根本的の意義がありまた効果もあるのです。其の普遍は絶対的であるか又は或る程度までに限られたものであるかは別問題としまして、ともかく其の範囲内では何時何処で誰人が経験してもおなじものでなければなりません。そうして私たちの従来の経験から云つてこれだけの事實は可能であるように見えます。このことから考えますと、私たちは平常自然を観察する場合に皆各自が個性的に異つた感覚をもつて接觸しているにも拘らず、幾分の補正をほどこせば、すべての人の観察の極致として一定の普遍的認識が得られることを肯定されます。つまり私たちの認識作用のなかにそう云う普遍的な要素が存在しているのに違いないのです。この認識の普遍性は自然科学の成立の第一の條件であります。自然の普遍性や従つてまた其の必然性や永久性や実在性は皆之に基づくものであると私は思います。

私たちはこの普遍的認識からして自然科学的概念を作ります。この概念は自然現象を感覚を経ずして私たちの頭のなかに再現せしめる要素となるものであります。自然科学の成立の第二の條件は斯ように作られた概念の間に普遍的の關係の存在すべきことであります。此の關係が即ち自然法則となるのであります。それは最早個々の感覚の如何に依らないものであり、従つて感覚を離れて実在すべきものと謂うことが出来るのです。自然法則は必ずしも時間的關係を含んで云いあらわされては居りません。単に種々の概念の間の必然的な結合關係を表現したものであります。之等の概念のうちで私たちが其の性質によりて概念構成に一定の順序をつけて考える方が都合がいいので、其の順序に依つて之を原因と結果とに區別して觀察することが出来ます。そうすれば自然法則の必然普遍は同時に原因と結果との結合の必然普遍を意味することになります。通常之を因果律と称えて居りますがそれは自然科学的概念間の必然關係ということと同等のものであると思います。只これの方が因果律というよりも確実な一般的な云いあらし方で

あり且つ現在の自然科学に直接な云い方であると謂えるでしょう。

自然科学は斯様にして成立するものでありますが、其の内容たる自然法則はどんなものであるかは最初から私たちに知られているわけではありません。それは精緻な験索の後に始めて明らかになるのであります。併し実際に自然法則を求める場合に、私たちの頭のなかに直観的に或る内容関係が存在すべきものとして予想されることも多いのです。例えばエネルギー保存の法則というような場合に、エネルギーが種々に変化しても其の量が不変に保存せられるということは、そうでないということよりも何となく自然らしく予期せられるのです。自然らしくと感ずる心理のなかには、自然法則は存外に簡単な数量関係を満足するものであり、其の簡単な性質は丁度じくざくした線よりも直線の方をより整美であると感じると同様な意味で整美な関係をそこに認めさせるといふ事実が含まれていると思われまふ。自然法則の整美単一②ということが之を求める場合の指導原理として私たちの心理にはたらいていることをゆるさなければなりません。之が自然を理解して理性的に之を讚美しようとする所以にかなっているものに違いないからです。そうしてまた之が自然科学に対して私たちが限らない興味と喜悦とを感じ、これを完成するために不断の努力と苦心とを惜まないように至る因由であると思われるのです。

けれども私たちは自然科学の探究に際して常に最も謙虚な、併し最も周到な理性的の批判を必要とするのであります。私は自然科学の偉大な進歩が此の点に関することの至大なのを感じるために特に之を注意したいと思ひます。最も謙虚なという意味は個々の感情に支配されてはならないということです。それは自然科学的認識が普遍でなければならぬからです。実験的に観察した現象関係其のままは、私たちの感覚に種々な限界の存するために常に近似的なものに過ぎないのです。之を普遍的な、従つて理想的なものにするには、理性的な批判を加えて一義的な法則に整える必要があるのです。私たちは其の法則の正否を

判断するとき、また現象關係中に云いあらわされた概念が此の一義的な法則を与えるために正しく選ばれているかどうかをも考慮しなければなりません。斯^かような事からは特更に断るまでもないことのように見えますけれども、実際にはなかなか難かしいことなのです。相対性原理は前節にちよつと述べたように先験的觀念を含んでいる時間及び空間の物理学的概念をも、斯様な批判のなかに取りいれることによりて、驚くべき変革を従来の自然科学のうえに持ち来したものであります。

すべての自然科学的認識はそれが正当な一義的な自然法則を由来することが出来るときにのみ、完全に普遍的な意味を有し得るのであります。此の場合に尙^なお正当な一義的なことに対して、並びにそういう自然法則の可能性に対して註釈が要るのであります^③、それは次に述べることにいたします。

註

(1) 原因と結果という言葉は、かなり曖昧に用いならされているようです。原因ありてしかる後に結果が起るという意味から之等を時間的に前と後とに継起する二つの現象に名づけることもあります。併しもつと一般に云えば此の「しかる後に」は概念構成の順序を示すと見なければなりません。力が原因として働いて加速度が起ると云つても、力の作用と加速度の生起とは現象的に「常に同時に」存在するのです。ただ私たちは力という概念を加速度よりも先にそこに考える方が説明に都合がいいのです。何故なら力の作用する「可能性」は加速度の生起よりも前に存在すると考えたいからです。之^{これ}に関する詳細は別に論じたいと思います。

(2) 整美単一と判断すべき内容は必ずしも確定的でなく私たちの思惟の発達変化に応じて変わるものであることは諒解しなければなりません。併しこれは数学的形象と密接に關係はしています。尚次節並に第七編の最後に到りて其の意味が明らかにされるでしょう。

(3) この節以下に述べる自然科学の哲学的意義に関しては文学博士田辺元著『科学概論』を参考せられんことを希望します。

三 自然法則の絶対普遍性

私は自然科学の成立のために自然科学的認識が、そうしてそれから作らるべき自然法則が少くとも或る程度の普遍性をもっていなければならないことを叙べました。此の普遍性が何故に可能であるか、またどの程度まで要求せらるべきかは、自然科学の哲学的の意味を考究する上に大切なことであると思います。之これに関してここに数言を費して見ましよう。

私は此の問題を解決するに当りて、先まず自然法則は之これに含まるる自然科学的概念の数量的關係として常に云いあらわされ得べきことに留意したいと思ひます。勿論もちろん自然法則と云つても今日では理論物理学で取りあつかうものを除いては嚴確な意味で数学的に叙述せられていないものが多いのでありましようけれども、それは現象其のものが複雑であり、之これが全体に關与する変数（量）が余りに多いために、其の間の關係が明確に知られていないからであつて、其の数量的でないことが窮極の性質ではないのであります。將來だんえだんに闡明せんめいせられてゆきさえすれば、皆現時の物理学に於けると等しく、法則それ自らは諸變数の間の函数的關係として云いあらわされ、之これに含まれる自然科学的概念は之これによりて始めて完全に数量的に定義されるようになる筈なのであります。自然法則は数学的に精確な論理關係を待つて始めて完成されるのであります。自然科学と数学とはここに最も密接な關係をもつてゐるのです。

もと自然科学は經驗的なものであるに反して、数学は超經驗的な形式科学なのであります。此の意味に於て自然科学と数学とは全く其の傾向を異にしてゐると謂いわなければなりません。数学は一つの論理形式です。その先端におかれる公理の或る群から出發してそれから演繹えんえきせらるべきあらゆる帰結を求める論理系統なのであります。公理というのは昔は証明を要しない程に自明な公的な命題であると思われていたのですが、今日の純粹な抽象的な数学の立場から云えばそれは同一系統内に於てはお互に矛盾しない独立の命題でありさえすれば何でもよいとせられてゐます。現に非ユークリッド幾何学の公理の一つとせられた

平行線の性質のようなものは、私たちに取ってどうしても自明なものとは思うわけにゆきません。けれどもそれから出発した論理は立派に一種の幾何学をつくってゆくことが出来たのであって、その当時これは全然私たちの経験を超越したものでありました。それ故に数学研究の興味はこれらの論理の展開そのものにあるのであって、自然科学とは余程異なっているのです。私はここで考慮して見たいと思います。すべての科学のなかで数学が最も正確であると思われるのは果たして何故でありましょうか。私は数学の論理が私たちに取って普遍であることに之を帰せねばならぬと思います。そこには誰が考えても異った論理の存在がゆるされないからです。最も普遍なるものこそ最も正確なのであります。正確ということの判断はこれを措いてはありませぬ。そこで私は更に一步を進めて問おうと思ひます。一定の公理から出発した数学の論理は全く一義的に展開されることは承認されますが、それならば数学の公理はどこまでも任意的なものでありましようか。若し然うならばその公理の異なるに従い異なつた系統の数学がいくつもあり得るわけでありましよう。此の問題に關しては現に私たちのもつてゐる数学の公理がいかにして選ばれたかに就て考究する必要があると思ひます。純粹な抽象理論から云えば之等の公理は単に論理の先端におかれる規約的の意味しか有しないものでありましようけれども、併し私たちは代数学及び数論の公理として認められる数の性質、及び幾何学の公理として認められる空間形体の性質のなかには或る程度まで經驗的な要素を含んでゐることを否むわけにはゆきませぬ。代数における虚数や幾何学における非ユークリッド空間の如きは超經驗的なものには違ひないのですが、それらは今日から見れば同じ論理系統の範圍に取り入れられるように經驗的な数や空間の性質を一般的に押し広げたものと見なすことが出来ず。非ユークリッド幾何学の公理はユークリッド幾何学のそれと矛盾するものではありません。後者は前者の一つの特別な場合と見ることが出来るのです。斯よつに見れば現に存在せる数学の公理系統は数及び空間に關し、や

はり一種しかないであります。之と全く趣を異にした公理から出た未知の数学が私たちの頭のなかに現在の数学と同時に棲息し得るかどうかは頗る疑わしい次第なのです。勿論之が解答は誰人にも確定的になされるわけにはゆきまずまいが、私は寧ろ数学の唯一性を仮定することによりてその普遍と正確さとを最高の程度に進めたいと思うのです。そうしてこの事實はやがてすべての科学の絶対普遍性をゆるし得る基礎となるものと信じます。

一方に自然科学は経験的なものと云いましたけれども、自然法則の内容はやはり数学的關係に終始しているのです。それは私たちの思惟作用から必然に導き得る抽象的論理關係に外ならないのです。只自然現象のなかに之に対立する自然科学的概念と其の關係とを経験的に見出すことによりて自然を理解しようとするのが自然科学の役目なのです。夫れ故に自然科学の普遍性は、数学夫れ自らの普遍性と、そうして之に対立する自然法則を探求する手続の普遍性とに帰せられるのであると思ひます。斯うにして自然科学の普遍性が絶対であるためには先ず数学の普遍性も同様であることが要求されます。私が前に数学にそう云う絶対性を仮定しようとしたことの意味が此の場合に能く諒解されるであらうと思ひます。

次に自然法則を探し求めることは経験によるものではありませんから、直接に自然現象を観察した素材から自然法則の体系をつくるに当りては、前節に述べました如く私たちの心理にはたらく或る指導原理の援けを借りる必要があるのです。特に私たちは実際には現象の一部づつを見て、之だけを支配する法則をもとめ、だんだんと全体系をつくり上げてゆくより外はないのですから、その一部分だけに關しては種々の解釈が可能になるのです。その中の熟が選ばれねばならぬかと云う場合に、私たちは屢々法則の簡單さを目あてにする指導原理を役立たせました。マツハは之を思惟經濟の原理として云いあらわしています。そうしてこの思惟經濟にかなう法則を最も実用的なものとして見なすと同時に、他の之と異なつた法則の可

能を信じようとなりました。この考え方では自然法則の体系は必ずしも唯一ではなくて却つてたくさんに作られるのであります。併しながらすべての自然現象が考慮せられたうえで尚お法則の多数の体系を私たちの思惟のなかに共存させることが出来るかどうかは、前述の数学の体系に関する同様の問題と共に疑わずにはいられないのです。少くとも法則の多数の体系を想像することは自然の実在性に対して確実な解決を与えるものではありません。實用論者にとりては、自然の実在ということとは絶対論の意味に於て必要ないかも知れませんが、併しそれは何等かの意味に於て私たちの肯定を待つてゐることも事実であります。また思惟經濟を指導原理として採用しながら、法則の体系の多数をゆるすと云うことは、その唯一性を仮定するよりは思惟の上に遙かに複雑であることを承認しなければならぬと思ひます。私は自然法則の唯一性を想像することが寧ろ思惟經濟に徹底する所以であると信ずるものです。私たちの思惟に於て可能なるあらゆる關係のうちでその最も經濟的なるものが自然に現われるのです。思惟經濟の原理を斯ように解釈すれば、自然法則を探索する場合の指導原理として之が有意義であることが能く理解されるであります。自然の単一性それ自らはやはり此の原理の結果と見なされます。単一なるが故に普遍であり絶対であり整美であります。そうして之を措いて他に實在はないのであります。私は此の思惟經濟の原理が、現に自然法則の最も基礎的なものと予想せられる最小作用の原理と、その形式を等しうすることに多大の興味を感じずにはいられません。

n 次元の幾何学は n 個の独立変数を有する数学に外ならないのです。自然現象が時間及び空間に関する四個の独立変数をもつて行われるとき、それが四次元の幾何学とどんなに密接な対立關係を示すかということ相対性原理が明らかにしました。数学の絶対な普遍性が之によりて自然法則の絶対普遍性を確實にしていることが肯ずかれるであろうと思ひます。そうしてかようなものが同時に私たちに単一整美の感を

与えるものとなるのでありまじき。じ。

第一編

一 時間

時間及び空間の觀念はその本質に於て先験的な要素を含んではいますが、それが自然科学的概念として自然法則のなかに入るためには経験的な知識を必要とすることは序編に叙べた通りであります。先験的觀念としての時間は只或る経過を標徴するのみであります。そうしてその経過は自然現象の生起をその内容としておけるのですけれど、まだそのままでは之が遅速の差別を数量的にあらわすことは出来ません。時間は一樣に流れるものであるという様なことが云われても、それだけでは一樣にということの意味は成立しないのです。自然現象がその内容とならなければ時間そのものを具体的に思惟することは出来ないからです。時間の経過を測るためには何等かの自然現象によりて其の標準尺度即ち時計をつくらなければなりません。正しい時計が出来て後に始めて時間が完全に私たちの観察の対象となることが出来ます。時計は一定時間の経過毎に私たちに何かの合図を与えることによりてその役目を果すものです。それ故に私たちは若し正確な週期的現象を自然のなかに見出すことが出来るならば、之を時計として役立たせることが出来るのです。けれどもそれは、只週期的に繰返されるだけでは不充分であつて、その週期が一定不変であるかどうか知られていなければなりません。ところが之を知るためには其の現象を支配する法則が明らかにならなければならない、この法則を立てるためには時間的觀察が必要であることを思慮すれば、時計の制定と法則の発見とは常に互に循環的な経路をとるものであつて、決して一方が他に先んじて完了せられるものでないことが悟られるであります。例えば現に私たちは地球の平均太陽に対する自転及び公転現象をもつて時間を測る基準としています。この場合に地球の自転を一日と決めましても、この現象が若し完全

に等週期的でないならば、それは正しい時計として役立たせることが出来ない筈です。けれど地球の自転の週期が不変であるかどうかを判断するためには、他に標準的な時計が必要なわけです。これは地球の自転によりて始めて時計を制定しようということと相容れないではありませんか。以上の考察のなかには確かに或る不合理があるように見えます。それは例えば地球の自転でもって時計を制定しようとしておきながら、これの自転の遅速を判断する準拠をこの時計以外の他のものに求めているという事実にあります。

若し地球の自転を一日とすることが時間の絶対な標準になり得るならば、如何なる場合にも地球の自転は一日であります。之が速くなるとか遅くなるとかいうことは全く無意味なのです。時間の数量的内容を斯ように規定することが出来るならば、上述の不合理は直になくなってしまつて甚だ簡単になるであります。併しながらこの場合に簡単になつたのは地球の自転現象だけであつて、他のたぐさんの自然現象、従つて之を云いあらわす凡ての自然法則は必ずしも簡単になつたとは云われないことを私たちは顧みなければなりません。之に類似した例は個性的感覺の場合にもあります。私たちは自分の直觀的判断で、謂わゆる目分量で長さや大さや重さやそれからまた寒暖や時間の経過やいろいろな量を測ります。俗な云い方ですが腹時計ということもそう云う一種の時間的判断です。空腹になる感覺によりて一定時間の経過を知ることが出来るからです。若し之を時計にするならばそれと腹心地との關係は極簡単に云いあらわすことが出来ましようが、他の現象はそう簡単にはなりません。それは普遍的な法則が得られないからであります。之に比べて、前述の地球自転の週期は個々の感覺には依らないだけ普遍的ではあります。すべての年代を通じてそうであるかどうかは必ずしも予測されないのです。私たちが地球の自転週期を時間の絶対的標準にとることが出来ない理由はここにあるのです。私たちは自然法則が常に普遍的に簡単になるということを指導原理としなければなりません。そうして之によりて始めて法則の発見と之に含まれる概念

的量の基準の制定との間を聯ねる循環的経路から免れることが出来るのです。地球の自転週期を基準とした時計で先ずいろいろな現象を觀測して、それらの法則をつくつてゆきます。法則が簡單にならなければいけません。例えば一定の物体を地面上の定まつた場処で落して見ます。一定の距離を落下する時間は他の事情が変らない限り何時でも同じに測られなければなりません。何故なら之が变化する理由を他に見出し得ないからです。若し其の時間が變つてくる様だつたら之によりて時計の方を補正して行かなければならないのです。そして時計の補正を必要とする理由を適當に求めてゆかなければならないのです。物体の落下ばかりではありません。いろいろな力学的現象を觀測して私たちは其の法則を立てます。そして之等のすべての法則が最も簡単な体系のもとに統一されるように時計を補正してゆくのです。この補正された時計で測れば地球の自轉の時間はいつまでも一日でなくなるかも知れません。それでもこれは少しも不合理ではないのであります。何故なら一日という時間の定義は絶対に地球の自轉週期に依るのではないからです。現に私たちは力学の法則の上から地球の自轉週期は長い年数の間にだんだんと大きくなるであろうと予想しています。今日では地面上の一点で天体觀測をして丁度地球が平均太陽に対して自轉を完了する時間を一日とするように時計をつくつていますが、将来 何れの時代かに至ればこの時間は一日でなくてそれより長くなるように時計を制定しなければなりません。

すべての物理学的測定がさうであるように私たちは漸近的に右のような方法で時計の補正を行い、そして時間を測ることが出来ます。時間の測定が可能になつた上で、此の時間に関する問題はそれが絶対な意味をもち得るかどうかと云うことです。一般に時間の絶対性といううちには次の二様の意味を區別して考えなければなりません。第一は時間的繼續例えば一日というような時間はすべての觀測者に対して同一であるということ、第二は時間的位置例えば一九二一年五月一六日正午というような時刻を標示し得べき

絶対な時間的継続が存在するという事です。私たちは従来先ず第一の絶対性に対して一致して承認して来ました。殆ど先験的に時間というものがそういう性質をもっていることを信じていたのです。浦島の物語にあるような異なつた時間の判断は只主観的に 若しくは夢想的にのみゆるし得るものであつて、普遍的な自然科学的概念としての時間はこの意味に於て絶対なものとせられていました。そしてその結果として亦第二の絶対性をも想定し、絶対な時間的継続の流れが私たちの世界の歴史を一義的に決定しているものであると思惟していたのです。この絶対時間を始めて否定せしめたのがここに説明しようとする相対性原理なのであります。時間に関する私たちの観念はこのために重大なる影響を受けなければなりませんでした。

二 空間

前節に於て時間に就て説明したことの大部分はその儘空間に就ても云われます。空間の拡がりを測るには先ずそのなかに横わる直線の長さを測るための標準尺度即ち物指が制定されなければなりません。それには物指としてどんな物体が選ばれなければならないかという問題が必然に伴います。そしてこの問題は時計の場合と同じ様にすべての法則が簡単になるようにといつ指導原理によつて漸近的に解決されなければならぬのです。私たちは最初から外部的事情によりて容易く伸縮する様なものを物指にする訳にはゆかないことを承知してあります。勿論この伸縮するといふことは比較的にしか觀察の出来ないものですが、一方が伸びたのであるか他が縮んだのであるか、それだけでは判断が出来ないので、不思議国に於けるアリス」とか、「グリバーの旅行」とかいつような西洋の御伽噺がありますが、それにはアリスというのが自分で大きな体躯になつたり小さくなつたりするためにいろいろな国が不思議に見えるという話や、グリ

バーが旅行しているうちに巨人国や矮人国に出遇うという話がありますが、どちらにしても之等は同じ様に見えるに違いありません。けれども私たちが伸縮の判断をする場合にはそこにはたらいっている物理学的の原因をもとめます。力がはたらいたとか、温度が変わったとかそういう様な事情が一方の物体には存在して他方にはないとしたならば、其の原因に応じて前者の方が伸縮し、之に反し後者の長さは変わらないのだと判断することが出来ます。何故なら之に依りて力の作用又は温度の変化と長さの伸縮との間に簡単な法則を見出すことが出来るからです。多くの物体のうちには同じ力がはたらいても、又は同じく温度が変わっても、比較的長さに変化の少ないものがあります。私たちはそう云う変化の成るべく少ない物体を選んで物指をつくります。そうして之を出来るだけ外部的事情の変化しない状態に置いて、他の物体の長さをはかる基準にします。併しこの物指それ自らの長さも絶対に変わらない訳にはゆきません。そこでこの物指で測つた他の物体の長さの変化が、力や温度に応じて簡単な法則的關係をつくる様に物指を補正する必要があります。右のようにして物指は適当な物質で任意につくることが出来るわけですが、長さの基準を普遍的にするためには一度制定した尺度が永久に保存されるようにしなければなりません。若し基準の物指が何等かの予期し難い事変のために破滅したとすれば、以前にあつたものと全く同一なものをどうして再定することが出来るでしょう。私たちはそういう場合の充分なる用意をも自然科学の永久的な仕事のために心がけておかなければなりません。時間の基準として地球の自転を選んだのも斯ような理由を含んでいることです。すべての時計が破損しても地球の滅びない限り若しくは著しい変化をその運動に呈しない限り、容易に時計を再造することが出来るからです。物指の場合にも同様な企画がなされました。そうして地球の子午線の長さの四千万分の一をとって一米と定めようとなりました。その企画は理想的には良かったかも知れませんが、私たちの有っている別の物指が果して正確であるかないかを試めす為に子午線を実測する

ということとは非常な手数であり、且つかなり大きな誤差を伴うものであるという点に於て實際上の欠陥をもつていました。地球の自転週期が簡単にそして正確にいずれの場合に於ても測れるのは大差があつたのです。そこでこの企画も廃れてしまつてその後は白金イリヂウムの合金で作つた棒を物指の基準にしました。それは實際上の便宜のためでありますけれども、之をいくら大切に保存しておいても永続的な意味に於て劣つてゐることは免かれませぬ。夫れ故に近時は光のスペクトル線の成るべく單純なものを選んで

カドミウムの出す赤線の一つですが　之れの真空中に於ける波長を基準となし、一米のうちに幾許の波長があるかを決定しておこうとしてゐます。これは長さの基準として白金の棒よりも遙に永久的なものに違いありません。ここに序に附言すれば時間の基準としても将来は地球自転の週期よりもこのスペクトル線の振動週期を選び一秒間に其の振動数が幾許あるかを決定する方が寧ろ永久的であり且つ長さの基準と密接な關係をもつ点に於てもよいであります。

長さの基準が定まつた上で之が凡ての觀測者から見て絶対的のものであるかどうかに関しては、私たちはやはり相対性原理の発見以前にはその絶対性を肯定してしたのであります。併し時間の場合に云いました第二の絶対性は空間に就ては疑問とせられてゐました。何故ならば空間は唯一ではなくて少くとも互に運動せる無数の空間を考へることが出来ますし、それらの空間のうちでどれが絶対な性質をもつてゐるかを區別して見出せないとなれば、従つて絶対空間なるものをゆるすことが出来ないからです。私たちの従来の力学はそれがガリレイ及びニウトン等によりて創められてから、いろいろな物体の運動の法則を与えています。併しその運動というのはどう云う空間に対して云われてゐるのでしょうか。それを考えて見なければなりません。私たちは通常地球表面上で物体の運動を觀測してゐます。けれど此の場合に地面上の空間に運動の法則を当て嵌めるためには、物理学上で考へられてゐる實在的の力、万有引力とか電磁氣力と

かそういう力の外に、地球が運動しているためにあらわれる仮想的の力、即ち遠心力をも物体にはたらいいて見なさなければなりません。若し地面上の空間でなしに、宇宙のなかに他の適当な空間を想像したならば、そこでは運動から起る遠心力のような惰性的の力を考える必要がなくなるでありましょう。従つて斯様な空間は力学の法則の上から特に標示されたものに違いありません。若しこの空間が唯一のものであつたならそれを絶対空間として私たちはすべての他の空間から区別することが出来たでありましょう。併しこの力学的に標示された空間は唯一ではなくて一つの群をつくる無数のものであつたのです。この群に属する無数の空間はお互に他に対して等速的に移動しております。けれど力学的には皆同等なものであつてその何れの空間のなかでも全く同じ力学の法則が成り立ちます。私たちはどんな運動を観測しても之等の空間を区別することは出来ません。言い換えれば其の運動物体の速度を絶対的に見出す方法はないのです。それですからこの意味で私たちは一定の絶対空間というものを求めることは出来ないであります。

右のような意味で運動の観測の上から唯一の絶対空間は否定せらるべき筈でありましたが、それでも之に關しての疑問はこれで止みませんでした。ニウトン力学の謂わゆる第三法則は、多くの物体の全質量の中心が、物体間の作用のみに依りては運動状態を変化し得ないことを教えます。或る空間に対してこの質量の中心が一度静止していればそれは他の影響を受けない限りいつまでも静止を持続します。また之と同様に物体の全慣性能率の軸は各物体の廻転によりて変化しません。この事実から見ますと、若し私たちの宇宙全体の質量の中心や慣性能率の不变軸がどこかに見出され得るならば之等は宇宙間の物体にどんな作用が起るうとも一定の空間に対して静止している訳であります。つまりこの空間は他のすべての空間のなから特別に私たちの宇宙を指定するものとして選び出されることが出来ます。そうしてこの宇宙のみを知っている私たちの立場から之を絶対空間として標示することは適當ではないでありましょうか。この問

題は若しも宇宙全体の質量の中心とか慣性能率の軸の位置とか云うものが具体的に決定の出来るものならば議論の余地がないかも知れません。併しこの点に於て依然疑いが残っているのです。宇宙の天体が有限な範囲に限られ有限な総質量をもっているとするれば実験的に之が見出せないこともありませぬ。けれども果してそう有限なものであるかどうかは全く私たちの予測の出来ないことなのです。之が知られない以上、空間の絶対性に就ても私たちは何も云うことは出来ませぬ。私はここで宇宙の有限か無限かの問題は観測によりて漸近的に解決し得るものでは決してないことを注意したいと思います。自然科学は漸近的に観察を進めることによりて完成されなければなりません。夫れ故に私は宇宙の広がり問題は唯私たちの直接観測に入る現象に関する法則から先ず空間の絶対性が相対性を判断してその上で間接に解決を見出すより外はないと思ひます。相対性原理はまさにこの方法を私たちに提供するものなのです。

相対性原理は光及び電磁気現象に関して空間の絶対性があらわれはしないかという問題から發展されて来たのです。之等の現象を伝えると仮想せられた一種の媒質　エーテル　が絶対空間を標示することは出来ないであろうかという予想からでありました。之に就ては後に述べてゆきましょう。

註

(1) 実際には波長の外に光の速度を正確に測定すればいいのです。その二つから振動週期が決定せられるでしょう。

三 空間の三次元性と幾何学

空間が時間と異なる主な点は前節の終に述べた処に含まれています。即ち空間のなかにはその各部分を占める物体というものを思惟することが出来、従つてこの物体が空間のなかでその占有する場処を変えること即ち運動という現象が生ずるのに反して、時間のなかには之に相当するものはありません。却つて時間

は空間内に起る現象の進みを示す従属変数として之に与かるだけであります。空間が時間と異なるもう一つの性質は後者が一次元性であるに比して前者が三次元性であるということです。換言すれば時間的継続のなかに特別な一時刻を指定するには或る任意の時間的基点から測られた一つの変数で足りるのであります。空間のなかに於ける特別の一点を指定するには少くとも三つの独立変数が必要であるということです。例えば室内の一点の位置を云いあらわすのに壁で囲んだ一室の一隅を基点にとり壁に沿うた前後及び左右の線と上下に向う隈線とを軸に取り之等の三軸からどれだけ宛の距離に点があるかを測るといたします。これは幾何学で云う直交座標の場合であります。又地球上の空間内の一点の位置をあらわすには、通常緯度、経度及び地平面からの高さをもつてすることが出来ます。これは幾何学の球座標と同等なものです。どんな方法によりてもかく三つの独立な要素が要ということが三次元性の特質なのです。一次元の時間のなかに単に時間的継続即ち時の長さという量のみが考えられるのですが、三次元の空間のなかに、長さのみで区別せられる一次元の線の外に、線で取り囲まれる二次元の面や、更に面で取り囲まれる三次元の立体が考えられます。そうして之等のいろいろな形の間を規定する幾何学が生れるのであります。幾何学を成立させ得るということは実に空間の多次元なるが故の特質でなければなりません。幾何学は最初平面のなかの種々の図形の間で成立つ関係を論じたものから出発して、平面幾何学が完成せられ、次で立体の幾何学に及びました。前者は二つの独立変数、後者は三つの独立変数をもった函数的関係として云いあらわすことが出来ます。夫れ故この独立変数の数を増すことによりて私たちは尚お一般の多次元の空間を想像し、そのなかに於ける幾何学を類推することが出来るのです。それはもはや實在の空間ではありませんけれども、併し自然科学に於てもその或る応用を見ることの出来る点に於て、私たちに大切なものであります。之等の幾何学の基礎は既に遠い昔に即ち紀元前三百年頃にユークリッドに

よりて置かれたものでありまして、今日彼の名によりて云いあらわされた幾何学がそれなのです。私たちは之によりて空間の性質が盡されていると思つていましたところが、不思議にもこのユークリッド幾何学とは違つた幾何学の可能なことが、凡そ百年ばかりまえに私たちに示されたのでした。それはほんとうに驚くに値する事実だつたのです。どうして斯う云うものが可能であることが判つたかを私は次に簡単に述べてみましょう。

ユークリッドの幾何学には五つの独立な公理が含まれていました。それは結合の公理、順序に関する公理、全等の公理、連続の公理、及び平行の公理であります。この中の最後のものは

「若し一直線が同一の平面上にある他の二直線と交りて同じ側に作る内角の和が二直角より小さければ、二直線は之を無眼に延長することによりて必ず此の二直角より小さな内角の和をなす側に於て出遇う、」
というのであります。同じ平面内にありて限りなく延長しても出遇わない直線を平行線といふのですから右にいう内角の和が丁度二直角に等しいときに二直線は互に平行になるのであります。この公理からすぐに次のことが導かれます。

「一つの直線外の一つの与えられた点を通して此の直線に平行なる直線は一つありてそうして唯一つに限る。」

この平行の公理は他の四つの公理とは独立のものとしてユークリッドの幾何学に含まれているのですが、これは一寸他のものと異つて公理らしくないように見えます。言い換えれば他の公理を用いて証明の出来そうに思える処があります。そうすればこれは独立のものでなくて他の公理から論理的に導かれるということになるでしょう。斯う云う疑問はずっと古くからあつたので、いろいろの人たちがこの証明に成功しようと思つてました。そうして実際にそれが出来たと思つたものも少くはなかつたのですが、いずれもその

証明は完全なものではないことが直ちに指摘されたのでした。ところが一七三三年になりてサツケリという人はこの証明をする代りに、若し平行の公理を否定してゆけばどんな矛盾を起すであろうかを考究したのです。この人の結論は充分正しいとは見なされませんでした。斯よ^かうな考え方が後に新しい幾何学の発見の手引になったことは記憶されなければなりません。それからまた百年近くを過ぎた後です。一八二五年にロシアのロバチエフスキーという人によりて始めてそういう幾何学が私たちのまえに公にされたのです。それはユークリッドの平行の公理を否定しても立派に成立つ処のものなのです。此^こ処では同一平面上の直線に他の直線が交りて同じ側に作る内角の和が二直角より小さくとも二直線は必ず出遇うとは限らないのです。従つて一直線に平行な直線は同一の点を通りてたくさんに引けることになります。これはユークリッドの幾何学に慣れた頭からはいかにも考え難いもののように思えますが、そこに少しも矛盾のない論理が導かれることを承認しなければなりません。只ユークリッドの幾何学のなかで平行の公理に係のある定理はここでは変つて来ます。例えば三角形の内角の和は二直角に等しくなくてそれより小さくなるのであります。斯^こう云う訳でロバチエフスキーの幾何学は私たちの経験を超越した不思議なものでありましたが、しかも聡明な頭のなかに安息し得る立派な論理であつたのです。

ロバチエフスキーと殆^{ほとん}ど同時にハンガリイにヨハン・ボリヤイと云う人がありました。その父と同じく数学者でありましたが、一八二三年父へ宛てて書いた報告のなかにやはり新しい幾何学のことがあつたのです。彼は平面でない他の種々の表面の上にも平面と同様な幾何学をつくることが出来ることを示しました。一般の表面の上には直線を引くことは出来ません。けれども表面上の二点を通る線のうちで最短距離をあらわすものが通常唯一つあります。例えば球面では二点を通る大円がそれでありませんが、之は平面上の直線と性質を同じくするものです。つまり二点間の最短距離をあらわす線は直線の定義を一般の面の

場合に拮げたものなのです。斯かように解釈すれば。どの表面の上に於ても同様な幾何学が成立します。そうしてそこではユークリッドの平行の公理を除いた他の四つの公理はその儘まま保存されますけれども、平行の公理だけは改めなければなりません。ロバチエフスキーの幾何学にある様に之これを拮げて一般にしておけばどこにも当て嵌はまるようになります。球面上の幾何学がそういうものであることは既にその以前からも知られていることでありました。

ロバチエフスキー及びボリヤイの後で新らしい幾何学はガウスやリーマンなどの研究によりて著しく発展しました。そうして今日の微分幾何学が完成されたのでした。どんな複雑な面でも其の上に無限に小さい部分をとれば平面の幾何学と同様なものが成り立ちます。但し面の曲り方をあらわす曲率の大小並びに其正負に依りて異なつた観を呈しますけれども、皆一樣な論理のもとにおかれることは変わりません。この中で曲率が一定の負の値をもつた表面の幾何学がロバチエフスキーの同一であることも判りました。この微分幾何学の諸関係は表面の場合から其儘そのまま三次元の立体的空間に移すことが出来ます。表面が或る立体を限界するものとして解せられるのと同様に、三次元の立体的空間は或る四次元空間を囲むものと想像することが出来ます。そうしてその意味で立体的空間そのものの曲率というものが考えられます。曲りのない表面が平面であると同様に、曲りのない空間は即ちユークリッド立体幾何学の成立つ空間なのです。曲りのある即ち歪んだ空間は私たちが直観的に思惟することに困難を感じます。それは四次元の空間を想像するのが難かしいからであります。通常の表面と之これが困む立体との関係から類推するより外ありません。三次元の空間はユークリッド幾何学の成立つものばかりでなく之より一般な歪んだ空間の可能なることが上のような幾何学的研究から判つて来ましたが、そうしてまた一方にユークリッド幾何学は實在の空間に対する私たちの経験に基づいて出来たものでありましたが、併しかし物理学の対象として取り扱ふ自然の空間

が厳密にユークリッドの空間であると云うことをそれだけでは遽に断言することが出来ません。何故なら私たちの経験は宇宙の空間のうちの極狭い場処に限られているのだからです。丁度此に類似したことは次の例で能く解りましょう。私たちが地面の上で直線を描いて三角形をつくつたといえます。地面が平であればこの三角形はユークリッドの幾何学に従うのでその内角の和は二直角になるに違いありません。私たちは之を経験しているのです。併しこの場合に私たちの立つている地面は地球の表面の一部分であることを思うてごらん下さい。その上に直線を描いていると思つても、之をどこまでも延ばしてゆけばぐるりと地球をひと廻りするのでしよう。直線と見えているのは実は地面上の二点を列ねる最短距離の線に外ならないのです。私たちの描いた三角形にどこまでも相似な大きな三角形をつくれればそれはだんだん大きくなるに従つて球面の上の三角形であることが著しく眼について来るでしよう。そうして其の内角の和は二直角より大きいことが発見されます。地球面に描いたどんな三角形でもそうなのです。例えば地球の北極から赤道に向つて引かれた或る二つの子午線と赤道とで囲まれた三角形を想像してごらん下さい。これは一つの二等辺三角形であります。子午線が赤道と交る角は直角でありますから、底辺たる赤道に隣る二つの角だけで既に二直角になります。之に二つの子午線が頂点即ち極に於て挟む角を加えれば明かに三つの内角の和は二直角より大きいことが判りましょう。これ程大きくなれば誰にもわかることなのですが、地面の上に描いた之と相似な三角形をいくら精密に測定しても此の結果を出すことの出来ないのは当然です。空間の場合も全く之と同様なわけなのであります。實在の空間がどんなものであるかは自然法則からのみ判断されるのでありまして、この意味に於て空間そのものは先験的に定められているではありません。まして實在の空間がユークリッド空間でなければならぬという形而上学からの理由が存在することは決してないのです。之等の意味は従来私たちに余り明らかでなかつたので、超経験的な非ユークリッド空間の

可能に就ては解釈に苦しむ処が多かったのでありますが、今日相対性原理が必ずしもその超經驗的でないことを示したので、いろいろの疑義が一掃されるようになりました。私たちはここに相対性原理の異常な効績を認めると共に、いま尚おこの原理の肯定を躊躇する人々に対して之等の深奥な哲學的問題の充分なる解決を他に見出すことの困難さを告げておきたいと思つのであります。

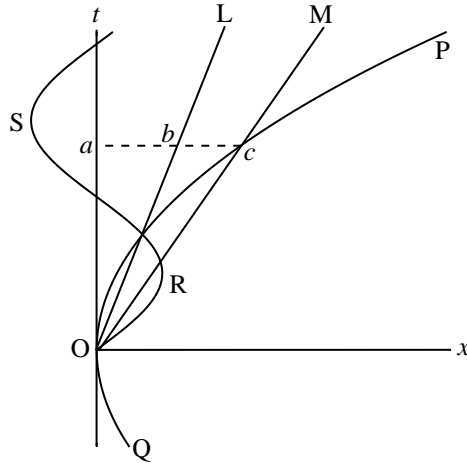
四 時間及び空間の物理学的世界

自然の事象を記すに際してそれが何時何処に起つたといふこと即ち其の時間及び空間を標示することの必要であるのは既に述べた処であります。つまり時間と空間とは互に離るることの出来ないものであつてこの両者が融合して自然法則のなかへ入ることは最も至当のことと云わなければなりません。時間をあらわす一つの変数と空間をあらわす三つの変数とが独立変数として自然法則を支配すべきことは昔から知られてゐることでしたが、此の両者の融合関係の密接なものに対して始めて重大な意味をおいたのはミンコフスキーでありました。彼は一九〇八年相対性原理を論ずるに当りて斯様な事実を特に挙げてこの原理の特徴を明らかにしたのです。彼は時間と空間とをあらわす四つの変数をもつて四次元の幾何学的空間を想像し、自然現象をこの四次元空間のなかに幾何学的に標示することの出来るのを示しました。そうしてこの四次元空間に物理学的世界なる名を与えたのです。この世界はもとより一つの想像されたものには違いありませんが、一方から云えばこれは私たちの認識のなかに見出される自然の数学的表現の形像なのです。すべての自然法則が斯様なものであることを思い、その自然法則に實在の觀念を歸することを承認するならば、之と同じ意味に於てミンコフスキーの物理学的世界は實在であると謂つても差支へないわけです。この世界の性質が相対性原理によりてどんなに美事に改造せられたかは後にゆずりまして、ここでは一般に

この世界のことについに就つて二三の説明を加えておきたいと思ひます。解り易やすいように最初地平面の一部を取りて考えましよう。この上で点の位置を記すには種々の方法がありますが、例えば東西と南北との方向を示す二つの直線を描いて基線とし、その交点から東へ幾許いくばく、北へ幾許いくばくという様に距離を測るのは一つの最も簡単な方法です。幾何学的には此の基線を座標軸といい、その交点を座標原点、東西又は南北に軸に沿うて測れる距離を点の座標と云います。地平面上だけならば二次元でありますけれども、点が地面を離れて空間にあるとすれば、右の外に地面からの高さを云いあらわさなければ点の位置は完全に定まりません。此の高さは即ち原点から上下の方向に引かれたもう一つの座標軸に沿うて測られた距離なのです。この第三の座標軸は前の二つのもの何れいすに対しても垂直に立っています。私たちは斯様かようにして二次元の面から三次元の空間へ移つたのと全く同様な方法で、更に三次元の空間から四次元の世界へ進むことが出来ませぬ。この中には更に第四の座標軸が立てられ、それは空間の三軸のいずれにも垂直に引かれていてと想像しなければなりません。この第四の軸に沿うて測つた距離が或る時間的基点から隔たつた時間的距離を与えるものとしますと、ここにミンコフスキーの意味での物理学的世界が現われます。世界のなかに幾何学的に標示された点は、それが現在に占める位置と時刻とをあらわしているのです。之これが次の時刻にどこへ動いて行つたかは、世界に於ける隣りの点によりて完全に標示されます。夫故時間それゆえの経過するに従ひ点の動きゆく有様はこの四次元世界のなかで線となつてあらわれます。ミンコフスキーは之等これらを世界点、世界線と呼びました。世界線は点の運動の歴史を完全に標示するものなのです。

四次元の世界を図示することは複雑すぎて出来難くなりませぬから、そのいろいろな截断せつだん図形に就つて事情を観察し、それから全斑を想像することが得策であることは謂いうまでもありません。四次元の世界を時間の軸に垂直に截断せつだんすれば、通常の三次元の空間があらわれます。空間の幾何学は夫れ故そに四次元世界の幾

何学の一部分であるとも云えます。いま時間の軸と空間中の一方向とを含んだ平面を考え、これで四次元世界を截断^{せつだん}したといたします。このとき截り口の面のなかにあるいろいろな世界線が何をあらわすかを説明すれば一般の場合をも推すことが出来るでしょう。



第一図

第一図に於てOを原点、 Ox を空間内の一座標軸、 Ot を時間の軸といたします。この図の面は世界の一截断面^{せつだん}でありませんが、そこに描かれたいろいろな線は皆或る点の運動をあらわす世界線と見なすことが出来ます。それらは皆空間の Ox なる方向に起る直線運動をあらわしたものであります。何故なら世界線は時間の変化に伴う Ox なる距離の変化を示すからです。

Ot なる線を世界線と見れば之はいくら時間が経つても Ox に沿う距離は零でありますから、つまり原点に静止している点をあらわしているのです。これと同様に時間軸 Ot に平行な直線はみんな或る一定の場処に静止している点の世界線です。之に反して時間軸に対し傾いている直線 OL とか OM とかは一樣な速度で動いている点をあらわします。そうしてその傾きの大きい程速いものであることが直き解りましょう。例えば同じ Oa だけ時間の経つうちに OL の世界線では ab だけの距離を歩むのに、 OM では ac だけの距離を過ぎるからです。そこでOから出る直線の傾きをだんだん大きくしてゆくと、終には Ox の線に重なります。 Ox それ自身を世界線とする様な点は限りなく速く動いているのです。何せなれば時間が少しも経過しないのに(即ち Ot に沿う長さは零であるのに) Ox に沿う距離は増すからであります。すべて直線を世界線とする点は一樣の速度で動くものでありますけれども、之に反し種々の曲線は速さの変わる運動を

あらわします。例えば O_P のような拋物線は一樣な加速度をもった直線運動であります。それは O に近い処で時間の軸に接してはいますが、即ちその速度は殆ど零なのでありますが、だんだん時間が経つに従い其の O_t に対する傾きが増してゆくのは速度の増大するのを示しています。地面上で自由に落下する物体はかような世界線をもつのです。また O_{RS} のような正弦曲線であらわされる世界線は O 点のまわりの単弦振動をなす点に属するものであることも同様に理解されるであります。

空間のなかの三つの軸をどんな方向に取つてもいいことは私たちの知つてゐる処です。併しそれらは四次元世界のなかでは皆時間の軸に垂直なのであります。この意味で時間の軸の方向は絶対に定まつています。之が絶対時間の存在を意味しているのです。私たちは併し前節で述べた如く従来ことの力学で絶対空間を實驗的に決定することの出来ないのを知つています。言い換えれば一つの物体の絶対運動の速度をどうしても見出すことが出来ないのです。物体の速度といふのは何れも或る観測者に対するものであつて、之に対して動いている他の観測者から測れば速度も異つてくるわけです。此の事實は四次元世界のなかで物体の運動をあらわす世界線の位置は絶対に定まつたものでなく、観測者の運動状態の如何いかんに応じて移動すべきことを示しております。例えば或る観測者から見て世界線は第一図の如くあらわされてゐるとした場合に、之に対して一樣な速さで動いている第二の観測者があり、これの第一観測者に対する運動は世界線 OL であらわされてゐるとして見ましよう。此の第二観測者からすべての運動がどんな風に見えるかと云いますと、先ず OL 線自らが時間軸 O_t に重ならなければなりません。何ぜならば彼に対して固着している物体の世界線は OL なのであつて、之が物体の静止状態に相当しなければならぬからです。之がために私たちは OL 線上のすべての点を O_x 軸に平行に移動させてそれを O_t 線まで持ち来らなければなりません。私たちは此の移動によりて時間的継続の変化のないようにしてゐること、即ち時間の絶対性の保たれてゐることを見

出します。之と同時に亦すべての空間的距離が変化されてはなりませんから、 xt 面内のあらゆる点はやはり Ox 軸に平行に同様な移動を起さなければならぬのです。 b が a に持ちゆかれると共に同じ高さにある c は、距離 ba に等しいだけ左に寄せられます。若し ab と bc と等しいならば OL が Ot に重なると共に、 OM はもとの OL の位置まで移動します。もと OM は OL に比し二倍の速度をもっていたのですから、丁度上の事實は相對速度の加減の法則を満足していることが判るでしょう。観測者の運動状態によりて世界線が移動する有様は之によつて明らかであると思ひます。⁽¹⁾

四次元世界は物体の運動現象を完全に幾何学的に云いあらわす役に立つことは云う迄もないことですが、旧来の物理学に於ては之れ以上に多くの意味をもつていなかったものであります。夫れ故に斯様な概念を物理学に於て實際に用いる必要もあまりになかったのですが、一度相對性原理があらわれるに至つてこの世界の概念は自然法則と甚だ密接な關係をもつていることが判りました。そうして此処に多くの興味を見いださずにはいられないようになりました。私は以下の準備のためにここにこれだけを記しておきます。

註

(1) この移動の際第一図の拋物線はやはり同一の拋物線として移動せられることは著しい事實です。

第二編

一 弾性的媒質としてのエーテル（一）

力学の現象から絶対空間の所在を実験的に見出すことが出来ないことを私は第一編で述べました。絶対空間の問題は併し^{しか}それだけでは終らなかつたので、私たちが光の現象を説明するために空間を填充するエーテルという媒質を仮想したときに、もう一度この方面から新しく起つたのです。若し^も実際にエーテルなるものが宇宙の空間に存在するものならば、之が^{これ}宇宙の全体系に対し或る意味をもつたものであると考えることは至当でありましょう。換言すれば宇宙の天体の全質量の中心が静止する様な空間が亦このエーテルに対して静止するものであると仮定することにより私たちは最も簡単に絶対空間の問題を解くことが出来るでありましょう。エーテルに静止している状態が絶対静止であり、之に^{これ}対する運動が絶対運動であるとして他と差別することが出来るからです。私たちは光の現象を観測することによりてこの意味で云われた絶対空間の所在を実験的に見出すことが出来る筈であると思われました。併し^{しか}此の解決に先だつて^{そもそ}抑もエーテルとはどんなものであるか、果たしてそう云う媒質が実在するかどうかと云うことが確められなければなりません。最も一般に云う実在の意味は実験的考究によりて普遍的認識の対象となるということですが、エーテルは若し^もそれが実在するならば、一定の空間を代表し得る物質的対象と見^み做し得るかどうかと云うことが大切な問題なのであります。

エーテルが始めて仮想せられたのは光が波動現象であるということが和蘭の^{オランダ}フイゲンスによりて説かれたときでありました。光は空間を伝わってゆくうちに他の物体にあたりと反射とか屈折とか云うことをいたします。丁度それは水面の波動や、空気中に起る音の波動と同じなので光も一種の波動であると考えら

れたのです。併し若し波動であるとするならば之を伝える媒質が存在しなければなりません。そうして光が真空のなかをも通ってゆくという事実は、この媒質が真空中にも拡がっていないことを示しています。之をエーテルと名づけたのです。私たちはここで先ず疑わなければなりません。真空というのは物質の存在しない空間を意味しながら、しかも其処に光を伝つる「物質」をゆるすことは既に一種の矛盾ではありますまいか。真空ポンプをもって硝子球内の気体を抜き出すときエーテルは少しも稀薄にされてゆかれないではありませんか。またすべての物質は天体の周辺に引かれてゆきます。天体から充分に離れた宇宙の空間に於てエーテルは尚お同様に存在するでありましょうか。真空球のなかでも、宇宙の空間でもやはり光が伝わってゆくことから見れば、エーテルはやはりそこを填充しているのです。私たちは自分等の感覚の不精密さに於てこの矛盾から免れる路を見出さなければならなかつたのです。エーテルは存在してもそれが直接に感覚に触れるために余りに濃密でないと解さなければなりませんでした。波動を伝達すべき媒質は物質的対象でなくてはならないことを信じていたからです。

エーテルを他の物質と同じように思っていた頭にはその後になつてだんだんとエーテルの性質が詳悉されるに従い、其の不思議さを増すばかりでありました。フイゲンスの場合には光をただ波動と見なしただけでありましたので、それは恐らく空气中に起る音波などと同様に考えたのです。丁度たくさんの象牙球を同じ長さの糸につるして一列に下げ並べ、一端の球を取りて次の球に衝き当てると之が振動して漸漸に次の方へ伝わってゆきます。斯う云う波動は最も簡単なものでありまして、波動の伝わる方向即ち個々の球の列んでいる方向と、之が振動する方向とが一致しています。之を縦波と云いますが、光の波動が之と同じ様な波動であるとしては説明の出来ない現象が新らしくあらわれて来ました。それは光の偏りという現象であつたのです。電気石という結晶をその結晶軸に平行に切断して板をつくり、之に光を通すとその

儘^{まま}では別に変化を見ませんけれども、この光線の通路にもう一枚の同様な電気石の板を持って来ると奇妙なことがあらわれます。それは第二の電気石板の結晶軸の方向が第一のと平行になつてゐるときは、光は第一の板を通つたと同じく第二の板をも通りませけれども、第二の板をその自分の面内に廻転して結晶軸の方向が第一の板の軸に対し傾く様になると通過する光が少なくなり、終^{つい}に両者の軸が互に直角になつてしまふ迄廻すと光は全く通らなくなるのです。これは光波の振動が結晶軸の方向と何かの関係のあることを示すものであります。此の現象を解釈したのは仏国のフレネルでありまして、光の振動はその波動の進む方向と垂直になつてゐること、即ち光の波動は縦波でなくて却^{かえ}つて横波であることを仮定することにより成功したのです。縦波の場合には振動の方向が唯一つしかないのでありますが、横波ならば波動の進む方向に垂直な平面内に其の振動があればいいのですから、之^{これ}が一定しては居りません。フレネルは天然に発光体から出たままの光のなかにはこの面内のあらゆる方向に振動するものを含んでゐること、また電気石の板はそのうちで自分の結晶軸に平行な振動の光は全く通すけれども、之^{これ}に傾^こいてゐる振動は一部分しか通さず、傾きを増すに従つてだんだん少なくなり、終^{つい}に垂直な振動に至れば通過しないことを仮定しました。そして電気石板を一度通つた光は皆結晶軸に平行に振動する様になります。此の現象が振動の偏りといふことの特質なので之^{これ}がために第二の電気石板の結晶軸を第一のに対し垂直にあげば光の通らなくなることも能^よく説明せられるであります。フレネルは斯^か様にして光の偏りや又その干渉の現象を解釈することが出来ましたけれども、そのなかには予測されなかつた暗礁^{かき}が潜^{ひそ}んでいたのです。彼は多分^{たぶん}から離れようと苦心したかも知れませんが、遂^{つい}にそれに成功しないで却^{かえ}つてエーテルに不思議な性質をゆるさねばならない破目に陥^おつてゆきました。

エーテルは私たちが真空と思つような場処にも存在するので、たとえそれが空気などと等しく気体であ

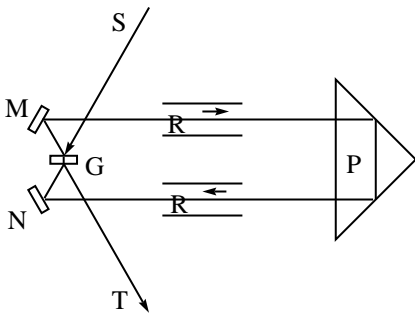
るとしても極めて密度の少ない稀薄な物質であると見なすのが当然らしく思われます。多くの天体はエーテルの充ちた宇宙の空間を通して其の軌道を歩んでいますけれども、私たちの天文学は、その運動を論ずるに当りて諸天体の間の万有引力だけを考えて充分精密な結果を得ているので、エーテルが之に及ぼす抵抗は度外視されてもいいことになっていきます。此の事実から見てもエーテルが極めて稀薄な気体に比せらるべきことが判ります。ところが一方に弾性体の理論によりますと、気体とか液体とかいう物質、即ち一般に形状の変化に抵抗しない物質のなかには縦波だけしかあらわれません。若しフレネルの如く光をエーテル中に起る弾性横波であるとしますとエーテルは気体ではなくて、却つて形状の変化に抵抗する固体でなければならぬと云うことになります。これは頗る疑わしい結論でありますけれども、エーテルを通常の物質と同じく弾性体であると見なす以上は止むを得ないことであつたのです。

エーテルの不思議な性質はまだ之ればかりではありませんでした。フレネルは光の錯行現象を説明するために更に大胆にエーテルに未知の性質を与えなければならなかつたのです。錯行の現象というのは私たちが地球の上において之と一緒に動きながら遠い恒星から来る光を見ているとき、その光の方向は実際に恒星の在る方向とは異つて見えるという現象なのです。丁度地面に対して真直に降っている雨を走っている汽車から見ると斜に落ちるように見えるのと同じで、星が私たちの頭の上にあるべき時刻に於ても、地球の動いているためにその方向が少々傾いて見えるのであつて、春分と秋分とでは地球が太陽をまわる運動が丁度反対の方向になりますから星の傾きもやはり逆になります。此の現象に就て私たちは次のことを考えてみなくてはなりません。雨が汽車から見て斜になつても、地面に立ち止つている人から見れば雨は依然として鉛直に降っているのです。恒星からの光の錯行を観測して見ると、このときたとえ地球は動いていても光は之に無關係に真直に進んでいることが判ります。若し然うであるならば地球の周囲を取り包

んでいるエーテルは地球が其の中を動いているにも拘らず之と無關係にその空間に落ちついて静止していなければならないでしょう。何ぜならば動かされたエーテルを横ぎる光線の路は之と一緒に彎曲せずもないからです。風で流されている空気中で音波がまがるのと同様なわけです。フレネルは此の理由からエーテルに全く動くことの出来ないという不思議な性質を与えてしまいました。一方では固体と同じ性質をもったエーテルは絶対に宇宙の空間の枠のなかに固着しているのです。他の物体がそのなかでどんなに動こうともエーテルは之に掻き乱されずに静止しています。これ等の点で既にフレネルの頭にあつたエーテルは通常の物質から離れてゆきつつあつたのです。物体がもっている不透入性というものをエーテルには帰することが出来ないように見えます。動かないエーテルをその儘にしておいて、他の物体は之を貫き通して動くものとしなければなりませんでした。實際物体の實質中にも之を光が透過するためにエーテルの存在を仮定しなければならなかつたのです。ところで光は真空から之等の物体に入るときに屈折を起すことは能く知られている事実です。この屈折は何故起るかと言えば光波の進行速度が物体中では真空に於けるものと異なっているからであつて、謂ゆる屈折率は真空に於けるその速度と物体中に於ける速度との比であります。通常の物質では多く屈折率が1より大きな数です。屈折率の大きな物質内では光は遅く進むということを意味します。然るに弾性論によりますと弾性横波の進行速度は物質の密度の平方根に逆比例するのでありますから、光をエーテル中に起る弾性横波とすると、各物質のなかではエーテルの密度が異なっていると仮定することによりて上の關係を満足させることが出来ます。フレネルは斯様にして種々の物質中ではエーテルの密度が各異なり、その密度は屈折率の1より大きな通常の物質では真空におけるより大きくなつてゐる。つまり余分のエーテルが之に含まれてその光学的特性をつくつているのであると想像しました。それですから物体が動けばもと真空に属すると思われただけのエーテルはその儘残されて

ありますけれども、之より余分な部分即ちその物体に固有なエーテルは常に一緒に運ばれてゆくものと考
えられます。このフレネルの理論が実際に事実によりて確証されたことは著しいことと云わなければなり
ません。それは動いている物体のなかでは光がどんな速度をもつかということと云わなければなり
ません。この物体の屈折率を n 、光の真空に於ける速度を c とすれば静止せる物体中の光の速度は c/n で与えられ
るのですけれど、之が動くときは一部分のエーテルと一緒に運ばれるために之と同方向に通る光の速度は
幾分増します。フレネルの理論によりて計算すると物体の速度が v なるとき光は

$$\frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v$$



第二図

だけの速さになります。若し仮に全部のエーテルが v なる速度で動くとな
れば光の速度は $\frac{c}{n} + v$ になる筈でありましょうけれども、全部でなくて一
部分だけしか伴ってゆかないものですから、 v の $\frac{1}{n^2}$ 倍だけが加わるこ
とになるのです。夫れ故この v に乗ずる因子を通常フレネルの随伴係数と
名けております。この結果が正しいかどうかを試めすために一八五三年に
フィゾーは流れる水のなかの光の速度を測りました。第二図に於けるよう
な装置でありまして、光源 S から来る光は硝子板 G により反射する部分と
透過する部分と二つに分れ夫々鏡 M 及び N により反射せられて水を流せる
管 R を通り直角プリズム P で方向を転ぜられて再び水を通り終に硝子板 G
から T の方向へ重なりて出てゆきます。二つの管 R のなかには互に反対の方向に水が流れているので、分
れた光線の一方は常に水の流れと同じ向きに通り従って速度大きく、他は水の流れと逆に通り従って速度

が小さくなりますから、後者の波動は前者に比して幾分遅れるわけです。この波動の遅れは両者が相重なりてTの方向へ出るとき干渉の現象を起しますから之を測りて水中に於ける速度の差を求めることが出来ます。このフィゾーの実験はフレネルの理論を確める結果を得ました。之と同じ実験はずっと後にマイケルソン及びモーレー（一八八六年）によりて、また最近にゼーマン（一九一四年）によりても繰返され同じ結果を得られています。

フィゾーの実験では水を流してその中の光の速度を直接に測つたのですが、この外に私たちが地球上で行ういろいろな光学的実験に於ては皆地球がエーテル中を動いているという影響が入つて来ている筈です。併し之等の実験は後に述べる如く何れも地球の運動のなかつた場合と全く同じ結果を与えるのであります。フルネルの理論では各物質内の光の速度は地球運動のために変化していますけれども、この場合にやはり全体として之等の影響が或る程度までは打ち消してしまいますから、上の事実と一致することが出来ます。之等のすべての光の現象は即ちフレネルの理論に勝利を与えるものと謂うてよかつたのです。若し私たちが之を認めることとするならば、最初に述べた絶対空間の問題の鍵をここに見出さずにはいられません。真空には絶対に動かないエーテルが蔽として存在しています。之が絶対空間を私たちに現示するものではないでしょうか。けれどもこの解決のなかには依然として隠れたる暗礁が潜められています。物体の不透入性をエーテルに於てのみ無視していること、この事實はフレネルの理論をして終に凶運に導かしめずにはおかなかつたのであります。

二 弾性的媒質としてのエーテル（二）

前節に述べたフレネルの理論には物体の動くにも拘らずエーテルが一部分は空間に固着し他は物体に固

着していることを仮定していますが、たとえ其の結果は事実と一致するとは云え、エーテルを弾性的な物質として解しようとする限り、これは不自然であることは否定出来ないであります。それで斯かような不自然さを避けて之等の事実を説明せられるような仮説が他にも求められました。ストークスは即ちエーテルの物質性を保存して運動せる物体の近傍にあるエーテルが之と一緒に運ばれることを仮定しました。地球上で行われる光の諸現象にその運動の影響のない事實は、地球の近傍のエーテルが之に対し相対的運動を有しないことによりて最も簡明に説明せられます。又恒星から来る光の錯行現象にエーテルの流れが影響を及ぼさないためには地球表面を遠ざかるに従いエーテルの速度が適当に減つてゆくことを仮定すればいいのです。併しこの結果はエーテルを圧縮されない完全流体であるとしなければならぬことになり、そのなかにいろいろな矛盾を新しく作りました。そればかりでなくエーテルは全く物体と共に動きますからフレネルの随伴係数はここでは1となりてしまつて、フィゾーの実験と合いません。之等の困難のためにストークスの説は捨てられねばならなくなり、やはりフレネルの方へ私たちを向わせました。フレネルに依れば、エーテルが一方で固体のような性質を有しているに拘らず、他方では天体が自由にこれの充ちた空間を動いて抵抗を感じないと云うことは不思議に見えるけれども、それは必ずしも理解し得ないことではなからうとロード・ケルヴィンも云つたことがあります。彼は之を次のような例を引いて説明しました。膠にかわや飴あめのような物質は之を固めて棒をつくれば之を叩いて音を出させることが出来ます。此の点では固体の性質を示しているのです。併し之に反して之の物質で薄い板をつくり水を充した器の中程に浸しおき、其の板の下にコルク片を、また其の上に鉛の球をおいて、充分久しく放置すれば、一二ヶ月の後にはコルクは板を通つて水面に浮き上り、鉛の球は板を貫いて水底に沈んでいるのを見らましよう。コルクにはたらく浮力や鉛の重さは小さいには違ひないのですが徐々に膠板を貫通せしめてしまふのです。此の場

合に板は液体と同様に見做みなされるでありましょう。同じ物質でも力のはたらき様で斯こう異なるのであって、一般に急激な力に対しては固体の様になり、緩慢な力に対しては液体のようになるのです。水面を非常に急に強く棒で打てばそれが撥はね返されるのも同様であります。之等これらを考え合せればエーテルが光のような速い振動　それは一秒間に 10^{15} 回即ち一億の一千万倍も数えられる驚くべき振動　に対して固体の如ごとくに作用し、之これに比べては甚はなだ遅い天体の運動に対しては流体のように見えることは必ずしも矛盾すべきことではないかも知れません。ケルヴィンはエーテルの密度を毎立方センチに 5×10^{-10} 瓦グラムと推測し、その弾性を鋼鉄の六億分の一に過ぎないといいました。併しかし一方から見れば、かような密度の小さなエーテルでも天体の運動などに幾分の抵抗は及ぼすに違いありません。ところがそれが実際にあらわれるかどうかはまだ頗すこる疑問でありまして、恐らくその抵抗を計算に入れる必要のない程、ニウトンの引力の法則はよく天体運動をあらわしています。此点では前節に述べたようにエーテルは不透入性を有しないで、従つて物体がこの中で少しの抵抗も受けないという方が寧むろ適切のように思われます。それだけにエーテルが物質的の性質とは異つたものになるかも知れませんが、これもいろいろな事実が要求してゆくならば止むを得ないことであつたのです。エーテルをどこまでも一の物質として解することの誤謬に就て私たちが覺醒しなければならなかつた前兆は既に之等これらのなかに潜んで居りました。

エーテルを弾性的の物質とするならば、ここにもう一つの問題が起ります。それは通常の物質のなかには弾性横波と共に縦波も起るのです。光の波がエーテル中に起る弾性横波ならば、之これに相当してエーテルのなかにあらわれる縦波は何であろうかということです。私たちは光の外に斯かような縦波の存在を實際に知りません。若もし之これが起らないものならば、理論的にエーテルの弾性的性質はこの縦波の速度をして無限大ならしめるか、又は零にしてしまうものとしか思えません。之これは夫々それぞれ丁度完全な非圧縮体であるか又は完

全な圧縮体である場合に相当します。若しエーテルが非圧縮性のものならば之が密度を変えることは出来ませんから、前節のフレネルの理論とは一致しません。尤も此の場合にノイマンは密度の代りに弾性率の変化を考えて種々の物質の光学的特性をあらわすことが出来るのを示しました。之に反して完全な圧縮体であると仮定しますと密度の変化は可能になりますけれども、丁度引張られたゴム膜のように自分で収縮しようとする性質をもつことになりません。宇宙に充ちたエーテル又は物体のなかにあるエーテルは夫々之を縮まらない様に引張っておく外枠を必要としなければなりません。こんなわけでエーテルを物質的に考えるためにはますます不思議なことを仮定しなければならなくなりました。併し之等の説を主張していたケルヴィンの言を仮りて云えば、それらのことが真実であるかどうかは私たちが憶断すべきことではないのです。若し光の現象を説明するためにどうしてもこれだけのことが必要であつたのならば、それが即ち真実であるということのほんとうの意味なのです。斯ようにしてエーテルの性質が私たちに不思議な謎のように見えると云うことは必ずしも間違つたものとは云えません。すべての物質はもつと不思議な謎を含んでいるのです。エーテルは一番簡単な物質なのであつて、之に反し空気や水や硝子やそれらのなかにはもつと複雑な私たちの知らない性質が入っています。見慣れているという事實はその不思議さを減ずるものではないのです。斯う云うケルヴィンの言は私たちのいつも省慮しなければならぬ処を指摘しているといえましょう。論理の必然の結果が私たちを導いてゆく処、それが「真」の世界なのであつて、之を措いて外に真を求め得ないことを示しているからです。理論的にエーテルに与えた性質が妙であるからと云つて理由なしに之を捨てる訳にはゆきません。併し今日の私たちから見ればケルヴィン等の到達した路は必然的であつたとは思われぬのです。彼等はエーテルを弾性的の物質としてのみ解釈しようといはしました。波動の媒質として斯様なものが必要であると信じていたからでした。この前提のもとにのみ彼等の路

は必然であつたのでした。けれどもこの前提そのものが漸く疑われなければならぬ時運が私たちのまえに展げられたのでした。それは電磁気現象の理論的研究であります。私はそれに就て少し説明しようと思ひます。

三 電磁氣的媒質としてのエーテル

光の現象の研究と相平行して電気及び磁気の現象の研究が進むに従い、之等の範囲に於ける私たちの知識は昔とはずっと變つてきました。もと電気は物質のなかに含まれた非物質的な流体と考えられ、陽陰兩種が分れて存在するときには、之を含める物体の周囲に万有引力と同様な引力若しくは斥力を及ぼすものとせられていました。また電気が物質中で流動するときには電流を生じ、電流の周囲の空間には磁気にはたらく力を起すものですから、磁気そのものは物質内に小さな電流が廻ることによりてあらわれるのでありと仮定せられました。十九世紀の中頃近くまで之等の研究は仏蘭西、獨逸など歐洲大陸に盛でありましたが、何れも電気、電流及び磁気の相互の間の作用を尋ねることを問題としておりました。そこには電気や磁気を含有している物体のみが主として眼ざされていたのです。之等の物体は空間のなかで相隔たりておかれていながらお互に力を及ぼすことが出来ます。ところが一体之等の力は直接に離隔した物体をその作用のもとに相攪むものなのでしょうか。物体間に挟まれてゐる空間そのものはこの力に対して何の関係も有たないものなのでしょうか。斯う云う疑問はまさに提出せらるべくして長く潜んでいたのであります。然るに偶然なことでもありましたでしょうが英國のファラデーによりて先ず次のような事實が實驗的に見出されました。二枚の金属板を平行に並べて蓄電器をつくり、其の電気容量を測ると、之は板の間に挟まれた物質によりて變ります。空氣中に板を向け合せたときに比べて、この間に硝子やエボナイトなどを入れる

と著しく容量を増すのです。容量を増すのは丁度金属板の間の電気力が大きくなつたのと等しいのであつて、つまりこの力は其の間にある物質によりて変ることが判ります。そうしてこの事實は亦中間の物質が金属板の間の力を伝達するに与かつてゐることを示すものです。ファラデーは之れに眼をつけました。電気力が遠くへはたらくのはその中間の物質が特種の状態になりて之を伝えるからであると解しました。物質のない空間へもこの力が伝わるのは、そこにやはり或る媒質があるからであつて、之は光を伝えるエーテルと同じものではないであらうかと、斯考えました。彼は電気力と同じ様に磁気力をも解し、先ず後者の場合に力の伝わる模様を研究しました。磁石極のまわりに鉄の細粉を撒くと之が力の方向に並びます。によりて力の伝わつてゆく路を空間のなかに跡づけることが出来ます。之が指力線というものであり、之に添うて媒質が偏極してゐる状態を仮定しました。ファラデーの之等の思慮は爾後電気及び磁気力の研究をして媒質の偏極状態の理論に集中せしめました。そうして彼の後継者マックスウェルをしてついに之が理論を完成させるに至りました。マックスウェルは静電気及び磁気力の場合から一般の電流の場合に之を拡張し、更に電流が随意に変化するときの媒質の状態を論じました。電流が交互に其の方向を逆にする場合即ち電気の振動が起るとその周囲の媒質ではやはり電気力並に磁気力の振動が起りて之が有限の速度で遠方へ伝わつてゆきます。マックスウェルはこの速度が真空中で丁度数量的に光の速度に等しいことを見出し、且つ電気力と磁気力とは互に垂直の方向をなしながら共に之が伝播する方向に垂直な面のなかに横わるること、即ち純粹に横波をつくりて進むことを理論的に導き出し、遂に光はこの電気及び磁気力の波動に外ならないであらうという予想に到達しました。私たちはこのマックスウェルの理論が如何に美事に其の驚嘆すべき結果と相繋がつてゐるかに對して眼を見張らずにはいられません。この必然な論理なしに光が電気及び磁気の波動であることを誰が予想し得たことでしょうか。マックスウェルのこの発見はまことに

理論の偉大なる勝利でなければなりません。その後のたくさんの実験的研究はこの勝利を完全に彼の手に握らしめるためにのみあらわされました。一八八八年独逸のヘルツは実際に電気振動から起る電気及び磁気の波の存在を証明し、且つ之が全く光と同じ性質をもっていることを示してマックスウエルの予想を直接に確めました。それから今日まで一方電磁波の諸研究と他方では光波と電磁気との相互作用に関するいろいろな発見はもはやこの二つの波動の同一であることを疑う余地を絶対になくしてしまつたと云うてもよいのです。斯様ようにして光を伝えるエーテルは亦電磁気の媒質に外ならなくなつてしまいました。

光と電磁波とが同一であることが明らかになつた上で、尙お光をエーテル中に起る弾性波と考えてもよいかどうかは、電気及び磁気の波が之と一致し得るかどうかという問題に歸せられます。言い換えれば電気及び磁気を物質の弾性として説明せられるかどうかと云うのと同じであります。これに関しては實際に力学的の性質として電気や磁気を解釈しようと云う試みもいろいろ提出されたことがあります。されど之はいずれも完全に成功せずには終りました。そうしてこの努力が恐らくは尙お幾らかの人たちによりて続けられていたうちに、十九世紀の終に至りて形勢がすっかり變つてしまいました。真空管現象の研究が陰極線などの発見の動機となり、この陰極線が分子や原子よりも遙かに小さな粒子であつてそれが陰電気を有つてゐることや、この小さな電気粒子が何れの物質から出ても同一の電氣量、同一の質量をもつてゐることや、又光を発する物質の分子のなかには陰極線にあらわれるのと全く同じな粒子が動いてゐることや、又之と同時に電気を有する物体が動くと惰性的質量を生ずることや、之等の著しい事実が続々と知られて来て遂にすべての物質の分子や原子は何れも電子と名づける小さな電気粒子の集合体であることが想像せられるようになりました。私たちは物質のすべての性質を説明するために、先ず電子の電氣的性質を仮定し之を根本としてその集合せる体系のいろいろな性質を導き出そうとするようになりました。従つて電気や磁

氣を弾性によりて説明しようとするのでなくて、却^{かえ}つて逆に弾性をも電子の性質の方から結果せしめようとしているのです。この立場即ち今日の電子論から云いますと、エーテルはもはや弾性的な媒質ではありません。それは電氣及び磁氣力を伝える媒質として見なされればよいのです。そうして斯^かような媒質としてのエーテルはもはや通常の物質とは同一視されないであります。何故なれば電子論に於ては物質は必ず電子から集成せられているのに反し、エーテルは其の電子と電子との間の空間を充たす媒質であつて、それ自ら電子的構成をもつことは出来ません。従つて弾性のような性質は電子の集合關係によりて始めて物質にあらわれるのに反し、エーテルそれ自らには之^{これ}を欠いて見なければなりません。エーテルの密度とか弾性とかはここではもはや無意味なのであります、之^{これら}等の点から見てエーテルは既に物質ではないのであります。只どこまでもそれは電氣及び磁氣力を伝える媒質としての或るものなのであります。

光の波動や電氣及び磁氣力を空間に伝えるためにはそこに物質が必要であるとして私たちは最初エーテルを導いて来たのであります、エーテルが通常の物質とは全く異つていと結論された以上、この論理をもう一度能^よく反省してみる必要があります。物質の存在しない空間になお非物質的なエーテルを置かなければならないのはどういう訳なのでありましようか。それは取りもなおさずその空間に電磁氣力の如^{ごと}き物理的作用又はその変化が認識されなければなりません。此の認識の対象体としてのみ私たちは媒質としてのエーテルを要求するのです。何故なれば真空そのものは物質の存在しない空間であるばかりでなく、又同時に斯^か様な物理的現象の認識の対象体として見なし得ないということ、即ち真空は現象的にも空虚であるということが私たちの頭に泌^{しみ}みこんでいたからであります。ともかく私たちが若^もし此の意味でエーテルなる媒質を必要とするならば、この媒質そのものは何^{なん}等^らかの物理的実験によりてその存在を認めなければなりません。物体が動くときにエーテルはどんな状態におかれているかと云うことが再び此^こ処

に問題となりて起つて来ます。

マックスウエルの導いたいろいろな関係は物体が静止している場合でありました。エーテルも勿論之に對し静止しているものとせられていたのです。そうして之等の関係は私たちの知つてゐるすべての実験によりて確かめられました。物体が動くときにそれがどうなるかは遽かに見究め得られなかつたのです。若し私たちが従来力学で知つてゐる運動の相對性がこの場合にもその儘成立つものとすれば、物体が動くと言ふ結果と、物体が静止してゐて觀測者が逆に動くと言ふことは同じでなければなりません。ヘルツはこの相對性が成立つことを仮定して其の法則を求めました。併し電磁氣現象の場合にはエーテルを認めてゐますから、ヘルツの理論は物体と一緒にエーテルも運ばれると言ふことになりません。之は丁度前に光の現象に関して申し出されたストークスの説と同様になる訳です。そうしてストークスの説がフィゾーの実験などと一致しなかつたと同様に、ヘルツの理論はやはり不幸にして事實と矛盾することが間もなく明らかになりました。その一つはアイヘンワルドが一九〇三年に行なつた実験であります。

蓄電器の板の間に硝子とかエポナイトの如き電媒質をおき蓄電せる場合に、電媒質のみを速く動かすとそこに一種の電流が起つて周囲に磁氣力の場を生じます。之は始めてレンチェンが見出した現象で、レンチェン電流と言つております。この事實は蓄電器の金属板にある電氣と反對の電氣が電媒質に感応してあらわれてゐますから、金属板が動かないのに電媒質のみが動く、感応電氣が運ばれて電流を起すのであると解釈されます。アイヘンワルドは此の実験を稍変更して電媒質と金属板とを同時に動かして見ました。若し此の場合に更に觀測者までも一緒に動いたと想像しますと、すべてが皆同じ速さで動くときは少しも相對運動がないことになりません。全体が静止してゐると同じであります。従つて金属板と電媒質とに靜電氣はあつても電流はあらわれません。この電流の起らないものを觀測者だけが運動を共にしな

いで見たとしてもやはり同様でなければならぬ筈です。ヘルツの理論は斯う云う結果を要求しているのです。この事は言い換えれば電媒質に感応してあらわれ之と一緒に運ばれる電気は、金属板にあるのと反対で且つその量が丁度等しいと云うことになります。そうすれば両者が同時に動いたときも反対の電流が打ち消すようになるからです。しかるにアイヘンワルドの実験によりますと金属板と一緒に動かしたときも尚お電流が打ち消されずに残りました。そうしてその量は丁度電媒質に感応した電気のうちでエーテルに属する部分は空間に固着して残され、物質に属する残りの部分だけが之と共に運ばれると見なしたのに相当しております。この実験は近頃（一九一四年）スレピアンという人によりても繰返されましたが同じ結果を得られました。

同じ意味でヘルツの理論を否定した実験は一九〇四年ウイルソンによりて企てられました。これは二つの金属板と其の間におかれた電媒質とを磁気力の場のなかで速く動かしたので、磁気力の方向を板に平行にしておきますと、之が運動せる電媒質に感応してその両面に電気を起します。金属板と電媒質とは一緒に動いていますから相對運動はないので、ヘルツの理論から云えば之等が静止して逆に磁場のみが動いているのと同じになり、感応電気が全部金属板にあらわれる筈であります。然るにウイルソンの実験の結果はやはり感応電気のうち物質に固着せる部分だけが金属板にあらわれ、之に反しエーテルに属する部分は動かずに空間に残されていることを示したのであります。

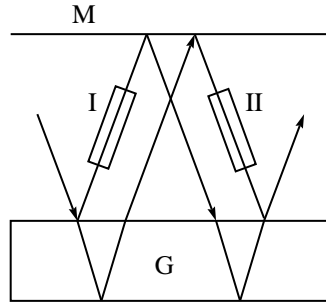
以上の実験は遂にヘルツの理論を救うべからざるものにしてしまいました。そうしてその代りにエーテルの絶対静止を仮定せるローレンツの理論を私たちに奨めたのです。この理論では物質を電子の集合体と見なしています。電子はその周囲のエーテルのなかに電気力の場をつくり、また之が動くとき磁気力の場を生じますけれども、電子が動いてもエーテルは絶対に動かないのです。この点でローレンツの理論は光の

現象に関するフレネルの説と一致しています。只フレネルの場合には物質の内部で密度の大きなエーテルを仮定し、物質に固有なエーテルの部分は物質と共に動くと考えましたけれども、ローレンツの場合にはエーテルはもはや密度の差異を区別されるような弾性的媒質ではなくて、どこも一様な電磁氣的媒質でありますから、物質の内外に於て相異はありません。物質が真空と異なる処はそこに電子があるだけなのであります。併し物質の内部ではその場処のエーテルが電気力をうけて偏極する外に、分子又は原子内にある電子が一方に偏りてやはり偏極状態をつくります。この結果が物質の電氣的及び光学的特性をあらわすのです。そうして物質が動かされるときにはエーテルはその儘空間に残されますけれども、物質に固有な電子の偏極状態が之と共に運ばれます。物質に属する感応電気といったのはこの電子の偏極によりてあらわれるものに外ならないので、丁度之等の事情がアイヘンワルドやウイルソンの実験と一致することは容易く理解されるであります。此の外にローレンツの理論はすべての光学的実験とも一致し特にフィゾーの実験のような場合にもフレネルの随伴係数と同じものを与えることが示されました。斯うにしてエーテルは電磁氣並びに光の媒質として絶対に静止しているものであるように見えたのでした。併しこのエーテル従つてその静止せる絶対空間は、果して私たちの認識の対象として確立せられ得るものなのでしようか。之に就て尙お考慮が必要なのであります。

四 エーテルに対する地球の運動

ローレンツの理論は絶対静止のエーテルを仮定することによりて光及び電磁氣の現象を説明することが出来ました。若しこのことが完全に成功しましたならば私たちはエーテルなる媒質を空間に於て物理学的に認識したものと謂つてもよいのです。たとえエーテルを直接に触覚や視覚によりて探り得ないと云つて

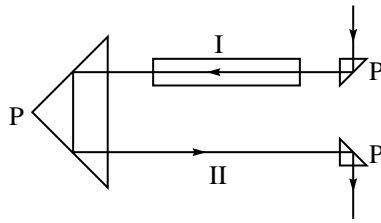
もそれは勿論認識の対象体たることを妨げはしません。私たちは物理学的法則によりて之が存在を保證せられることに於てのみその完全な認識を期待すればいいのです。前節に述べたいろいろな実験はローレンツの理論の確實さを証明するものではありません。またこれだけではそのあらゆる結果の判断は尽されてはいけません。私はここであらゆる結果ということに特に注意しておきます。認識の直接さとか間接さとかは私たちの問題ではないのでありまして、往々この点に関し誤解があるようですから之を審かしておきたいと思ひます。



第三圖

エーテルの絶対静止という事実から起る重要な問題は、このエーテルに對して運動せる地球の上で行われた光及び電磁氣現象にどんな影響を及ぼすかと云うことであります。若しこの影響が實際に求められ、そうして數量的に測られたならば、それからエーテルに對する地球の速度をも決定することが出来るでありましょう。この問題は先ず光の現象に就て考究されました。その最も古いのはアラゴがプリズムを通過する光の方向に關して実験したものです。地球のエーテルに對する運動はもとより最初からは判然してはいませんけれども、その太陽に對する運動とあまり多く異つたものではないであろうと予想されます。そこで光がこの地球の運動と同じ方向にプリズムを通る場合と、逆に通る場合とを比較しましたけれども、実験の結果は殆ど差異を見なかつたのです。又ケットレルは一八七三年に第三圖のような装置で一つの光線を二つに分ちその各を異つた方向に水筒中を通過せしめ再び之を重ねてその干渉の縞を見ましたが、この装置が地球の運動に對しどんな向きに置かれても少しも変化を見ませんでした。(I及びIIは相等しい水筒、Mは鏡、Gは硝子板です。光線は矢をつけた線の如くに進

みます。次にクリンカーフューズは一八七〇年に光が気体を通過して生ずる吸収スペクトル線が地球の運動によりてその波長を變ずるかどうかを実験しました。(第四図でPはすべてプリズム、Iは気体を充した長い管で之を地球運動の方向に向けて測りました。)ナトリウム蒸気の吸収線に就て測った結果、彼はその線が少し移動するのを認めましたが、恐らく之は何かの見誤りであつたので、一九〇一年八ガという人がもう一度この実験を繰返してそういう影響のないことを示しています。



第四図

この外にフィゾー(一八六一年)は硝子板を斜に通る偏光の偏りの面の廻転が地球の運動によりてどんな影響をつけるかを実験し、またマスカルト(一八七二年)及びレイレイ(一九〇二)は光の偏光面の廻転を起す結晶体の場合に同様のことを実験し、またノルドマイヤー(一九〇三年)は発光体から一定の方向に出る光の強さが地球の運動によりて變つて見えるかどうかを実験しましたが、何れもその結果は否定的であつて、地球上で行う之等のすべての光学的実験に於てその運動の影響はあらわれて来ないのであります。

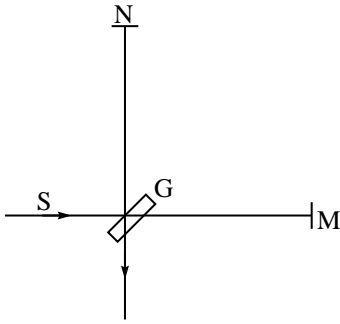
そうしてこの事は光の現象ばかりでなく、電磁気の現象に就ても同様であります。レンチエン(一八八八年)は水平におかれた蓄電器の板の上に磁針を横たえて見ました。板の上の電気が地球と共に動くなれば電流と同様に磁針にはたらくはしないかと予期されましたが、実験の結果はそれを否定しました。またデ・クードル(一八八九年)は二つの全く相等しく、併し巻方の逆になっているコイルを平行に於て電流を通じ、之がその中間におかれた第三のコイルに起す感應電流を測りました。全体が静止していれば前の両者の及ぼす感應は丁度打ち消す筈であります、之等が地球と一緒に動いている場合にどんな影響があるかを験しました。次にケーニツヒスベルゲル(一九〇五年)は強い電磁石の場に蓄

電器を置いてその二つの金属板を針金でつないで見ました。之が地球と共に動いているならば前節のウィルソンの実験に於けると同様に蓄電器の板に電気があらわれはしないかを試みました。併し之等の実験はやはり何れも地球の運動の影響をあらわさなかつたのです。

以上のたくさんの光学的並びに電磁氣的現象に於て地球の運動が少しも影響を及ぼさないと云うことは、ちよつと見ると不審のようでありますが、之等はフレネル並びにローレンツの理論とは矛盾しないものであることが示されました。そこには絶対静止のエーテルを仮定してはおりますけれども、このエーテルに対して等速運動をなしている観測者から見ても、その速度が光の速度に比べて余り大きくない限りは法則が変化しないことが理論的に導かれるのであります。つまりこの理論の与えるすべての関係式はそういう観測者に対しても同じ形になっているのです。ところで実際に地球が太陽の周囲をまわる速度は 期節によりて多少の差はありますが 光の速度の一万分の一ぐらいに過ぎませんから、丁度この事が当て嵌まるのであります。上の実験の結果はただ此の理論を裏書するの以外ならないのです。この理論の結果をもう少し数学的の言で云い足しますと、運動せる観測者に対する関係式のなかえはその運動速度と光速との直接の比はあらわれて来ないので、只この比の二乗以上の小さな量に於てのみ影響すると云うのです。地球の運動の場合にこの比の二乗は既に 10^{-8} 。即ち一億分の一になりますから余程精密な測定の出来る実験でなければあらわれないのです。併し若し之が可能なものであればそのときに始めて地球のエーテルに対する運動が認められることになるのでありましよう。

この問題は極めて大切なものであることは以上の説明から解ることと思ひます。そこで之を解決し得るような実験として一八八一年にアメリカのマイケルソンが次のような企を起しました。第五図に示すSは光源で之から出た光が斜におかれた硝子板Gを通り互に垂直な二つの光線に分れます。そうして夫々Gか

ら等しい距離にある鏡M及びNで反射してもとの路を戻りTの方向へ重なって出て干渉を起します。此の装置を適当に廻してGMまたはGNの一方を地球の運動の方向におけば他は之に垂直になります。マイケルソンはTに於ける干渉の縞がGMを地球の運動の方向に向けたときとGNを向けたときとで、どの位変わるかを実験しました。この場合にも理論上からは地球の速度と光速との比の一乗の影響はありませんけれども、その比の二乗の程度で変化が起ります。之はかなり小さなものに違いありませんけれども、干渉の縞が光波の一波長の数分の一ぐらい移動するだけの変化を起させることは出来ません。そうして斯うな変化がもし存在するならば、確に実験的に指摘し得られる筈なのであります。マイケルソンはこの実験を出来るだけ精密に行おうとしました。そうして一八八七年にモーレーと共に更に改良された装置によりて之を繰返しました。



第五図

驚くべきことにはその結果はすっかり予期に反したものでした。理論上あるべき筈と思われた変化が少しも見出されなかつたのです。測定の誤りとするには余りに差異が多過ぎたのでした。今まで知られていた光及び電磁気現象とは矛盾する処のなかつたローレンツの理論は、ここに来てとうとう一つの大きな困難に衝き当たつたのであります。が、それはとに角実験的に地球運動はその速度と光速の比の二乗の関する処に於ても光の現象に影響を及ぼさないとすることが茲に明らかになつたのであります。

私は次にローレンツがその理論をいかに変更しなければならなかつたかを述べる前に、もう一つ電磁気現象に関して同様の結果を示した実験を記しておきましょう。それは一九〇三年になってトルウトン及びビーノープルのなしたものです。地球上で蓄電器を蓄電する場合に之に回転

偶力があらわれるかどうかを精密な換秤^{ねじりばかり}で測つたのであります。蓄電器に電気を与えればそれだけエネルギーが増しますから、若し之^{これ}が地球と一緒に動いておれば電氣的エネルギーの運動のために電氣的運動量が与えられることになります。ところがエネルギーと等しく運動量にも保存の法則があつてその総和を變じ得ない筈ですから、電氣的運動量の増しただけ、之^{これ}と反対の方向に機械的運動量が起つて、蓄電氣板を回転させなければなりません。この偶力の大きさは板が地球の運動方向に対し45°度傾いているときに最大であつて、運動速度と光速との比の二乗に比例します。併し^{しか}この偶力の存在もトルウトン及びノーブルの實驗によりて否定されてしまいました。かくて之^{これら}等の實驗が私たちに何を語つておるかを考察する時期が来たのでした。

五 ローレンツ収縮

一方でマイケルソン及びモーレーの光学的實驗、他方でトルウトン及びノーブルの電磁氣的實驗は、地球の運動が其の上で行われる現象の上に私たちの測定に入り得る程な影響を少しも及ぼさないことを示すものであります。少くとも地球速度と光速との比の二乗に比例する影響が存在するのであると予期されていたのに対し、それは大いなる驚異であつたに違いありません。私たちは理論の欠陥をどこに求め、どう改めたらいいかを考究しなければならぬ場合に立ち到つたからです。しかもこの解決は私たちの従来考え及ばなかつた変革を必要としていたのです。一八五五年頃に既にそれが偶然独立にフィッツジェラルド並びにローレンツによりて遂げられたのです。この二人の人は何れも、運動せるすべての物体はその運動の方向に或る収縮を起しているものであることを仮定しました。そつして運動の速度が v 、光速度が c なるとき、その収縮はもとの長さの $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ 倍であるとすれば、丁度^{ちやうど}實驗の結果と一致することを見出し

ました。マイケルソン及びモーレーの実験の場合にはもとの理論から云えば、光が地球の運動の方向に或る距離を往復するに要する時間は、之と直角の方向に同じ距離を往復する時間に比べて、少し長い筈であつたのです。それだけ光波が遅れて干渉の縞の移動を来すであろうと思われたのでした。けれど前者の距離は実は地球の運動のために収縮を起しているのであるとすれば、光の往復する時間も少なくなり、丁度後者と等しくなることが出来ます。この収縮がもとの長さの $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ 倍になれば両者の時間が全く等しくなることが計算せられるのでありまして、その結果が丁度実験と一致することになるのです。またトルウトン及びノーブルの実験の場合にも蓄電器の板の間の距離が幾分収縮することによりて廻転偶力が打ち消すことを理解せられます。物体がすべて運動の方向に収縮するという仮定、之を私たちは簡単のためにローレンツ収縮と呼ぶことにしましょう。

ローレンツ収縮の仮定は之等の実験を説明することが出来るにしましても、それは最初私たちの思惟を満足せしめるのに困難であつたことは否定されない事実であります。それは私たちが従来の力学的の法則を信じ、之を容易く打ち壊わそうとは思はなかつたからでした。実際の物体はその形体を絶対に変えないものはありません。即ち完全な剛体というものは理想的にしかないものではありませんけれども、それでもいろいろな物体はその儘では形体を保存していると思われました。形体の変化は力のはたらいたときだけに起り得るものであつて、しかも同じ力が作用しても弾性に従つて或るものは多く或るものは少なく変形します。且つ物体は一樣な運動に置かれただけでは力は作用していませんから、之が為に変形を起すということは力学の法則のうえに考え得られないのです。然るにローレンツ収縮は之に反してすべての物体が何も力を受けないでも単に運動状態におかれただけで起るものなのですから、そうしてその量はどんな剛いものでも軟かいものでもその差別なく運動の速度のみによるのですから、尚さら理解に苦まなけれ

ばなりません。この物理的原因を果してどこに求めたらよいかと云うことは、仮定そのものよりも一層大きな困難であつたのですけれど、またこの仮定の承認のうえに必要な希求でなければなりませんでした。

私たちの従来 of 思惟の論理にとつて相容れない余りに不思議な事実をさえローレンツ収縮の仮定は含んでおります。物体がだんだん其の速度を増すとすると収縮はやはりその度を増さなければなりません。若し物体の速度が光速度に等しい程のものがあると想像したならば、 $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ は零になつてしまふでしょう。

従つてどんな物体でも其の状態にありては運動の方向の厚さを有しないことになりまふ。光速度よりもつと速く動く物体があつたとしたならばもはや私たちはこの法則のもとにそれを云いあらわすことが出来ません。その場合には $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ は虚数になつてしまふからです。実際に私たちは物体をそんなに速く動かす

方法を知りませんし、またそう云う運動のあり得ることを経験しないのではありますけれども、私たちの力学は充分に大きな力を考えることによりてそう云う物体の運動を想像することを当然許します。そうすればローレンツ収縮をうけて之等の物体がその厚さを失つてしまふことをも是認しなければならぬのでしようか。私たちはその場合に尚おこの物体の物質を容れる空間をどこに想像したらいいのでありましようか。收拾することの出来ない惑をそこに私たちは湧かせるばかりであります。

斯様な惑乱は私たちにローレンツ収縮の仮定から免れて他にマイケルソンの実験などを正しく解釈する路がないであらうかどうかを屢々反省させました。誰も考えつくことはローレンツの理論では光源の運動が光速度に対する影響を無視しているということですが、実際光源はどんなに動いていようがその周囲に充ちている絶対静止のエーテルのなかへ一度波動として伝えられた光はエーテルに固有な一定の速さで拡がるものとせられていました。只光源が波動の拡がる速さよりもつと速く動いたならば、波面が通常の形でつくられなくなります。マイケルソンの実験の場合でも、若し地球がその上にある光源と共にそんなに

速く動くとしたならば、もはやローレンツ収縮の仮定をその儘用いることが出来ないというのも、其の原因はここにあると思われれます。絶対静止のエーテルの仮定から云えばこのローレンツの理論は至当のように見えますけれども、それはやはり一つの仮定であつて、私たちは之を疑つてみる事が出来たのでしょうか。若し光が昔二ウトンの考えたように小さな粒として光源から発射されるものならば、光源の動いている方向に出たものはその速さだけ速く進み、反対の方向にはそれだけ遅く出るといふことが力学的になつてゐると思われれます。光が波動としてエーテルに伝わるにしても、之と同様になるかも知れないのです。殊に光がエネルギーを有し運動量を有するというような事實は、此の仮定を必ずしも不当とはしないであります。そうすればマイケルソンの実験で地球の運動の方向に進む光は、光源が之と一緒に動いていましてからそれだけエーテルに対する速度が大きくなりてゐるわけです。従つて之を動いてゐる地球の上から見れば、地球に対する速度は全く運動のなかつたときの速さと同じになるであります。夫故往復の時間には差異を生じないことも当然の結果となります。光の速度を斯様に仮定すれば不思議な収縮を想像することなしにマイケルソンの実験が説明せられるではなかつたかと云うことは、恐らく多くの人々の考え及び処であります。併しこれは実はエーテルが物体と一緒に運ばれるとしたヘルツの理論と同一に歸するのであります。その相対性の結果は勿論地球運動の影響を絶無にし、マイケルソンやトロウトン及びノーブルの実験などと一致することは出来ませけれども、却つて第三節に述べた実験に於て衝突することになります。若しまた此のエーテルの運動の仮定と離れて、光の速度が光源の運動に関することを承認しようとするならばそれは明らかに二重星の現象に於ける事實と矛盾します。二重星というのは、二つの星が互に同一の点のまわりを、同じ軌道を描いてまわつてゐるもので、斯様な星から来る光を其の軌道の面のなかから見たならば、二つの星の運動が互に逆の方向をなすために、一方が遠かり一方が近づく場合には

光の速度が光源の運動によるとすれば、それだけ異なるわけでありませぬ。その差異は大きくなくても、遠く離れた空間に之等の光が達するには時間の上で大きな差異が生じます。実際の二重星が斯様な事情なしに観測されることは光の速度の一定であることを示していると解してよいのでしよう。私たちは斯ようにしてやはりローレンツの理論へ戻らなければならなかつたのです。

人々が不審の眼を見張つて徒らに驚いていた間に、ローレンツは物体の運動による収縮の事実に対して存在しなければならなかつた物理的原因を探すことに骨折りました。そうして彼の理論の基く物質の電子的構成に於て之を見出そうとしました。彼に従えば物質はすべて電子からつくられています。そのなかには陽電気と陰電気とを有つたものがあつて互に引力及び斥力を及ぼしています。物体が一定の形体を保つのは之等の力が互に釣合つて平衡状態にあるからなのです。ところが電氣をもつたものは之が運動すると磁氣力を生じます。このために物体が運動したときには力の釣合の状態が変らなければなりません。ローレンツ収縮はこの結果として起るものに外ならないと彼は論じました。この論は極めて巧妙につくられてゐることを私たちは認めなければなりません。あれ程不思議と思われた現象を、すべて私たちの従来知つてゐる力学及び電磁氣学の法則の範圍に於て遺憾なく説明するといふことは思いもよらなかつたからです。けれども落ちついて考えると、このローレンツの証明のなかには、尚いくらかの懷疑が含まれてゐるのである。その難点は電氣及び磁氣力だけでは、分子や原子は實際釣合の静止位置をもつことが出来ないという事実を見遁してゐることです。これは電磁氣の理論から容易に証明の出来ることなのです。分子や原子の位置を決定する力はこの意味で純粹に電磁的であり得ないのであるが、ともかく何等かの他の力が加わつて物質の弾性をつくつてゐるのです。夫れ故に物体の運動によりて電磁氣力は變つたにしても、果してローレンツの云うような形体の変化が起るかどうかは、それだけでは疑われなければなりません。

ローレンツの理論は尙お斯^なような疑を残してはいませんが、その仮定せる短縮が若し事實であるならば、その直接の結果を私たちが実験的に見出すことが出来ないであろうかという問題が更に提出されました。レイレイ（一九〇二年）はローレンツ短縮が物体に歪^こを起して光に対する複屈折を起させはしないだろうかと考え、長い管に二硫化炭素または水を充して之^{これ}を種々の方向において検しましたが、少しも変化を認めませんでした。また硝^{ガラス}子は實際圧縮などによりて複屈折性になるものですが、硝^{ガラス}子板を幾枚も重ねてみても、之^{これ}に対する地球運動の影響は見られなかつたのです。一九〇四年にブレースも同様の結果を確かめました。またトルウトン及びランキン（一九〇八年）は針金の電気抵抗がその長さの短縮によりて減じはしなからを試みるために長い針金を地球の運動の方向に張りて電流を通しましたが、やはり変化を認めなかつたのでした。つまりローレンツ収縮はエーテルに対し静止している観測者から見れば起つてゐるにしも、地球と一緒に動いて見ればそれは少しも判らないということを示してゐるのです。マイケルソンの実験の場合でも地球上ではその短縮を認め得られないのも同様な理です。

この事實はなお能く分析して考へてみる必要があると思ひます。先^まず物体の長さを直接に物指で測る場合で云へば、地球上でその物体の長さは短縮してゐるに違ひありませんが、之^{これ}を測る物指それ自らも同じ割合に短縮してゐるならば、それで測つた處で、長さをあらわす数量には変化を起さないことになり、マイケルソンの実験は之^{これ}を肯定してゐるのだと解せられます。けれども果してどんな物質でも皆同じ割合に縮むものであるかどうかは、只一つの実験だけでは不充分であるとも思われまゝです。この疑をなくすためにモーレー及びミルラー（一九〇五年）はマイケルソン及びモーレーの前に行つた実験を異つた物質を用いて繰返してみました。マイケルソンの場合には全体の光学的装置を砂^{サンド・ストーン}の大きな台の上に載せ、廻転に差支^{さしかえ}のないように之^{これ}を水銀の上に浮べたのでしたが、モーレー及びミルラーは砂石の代りに白松の台

を用いました。けれども結果は同じことであつたので、石でも樹でも収縮の割合に变りはないので、物指で測る場合は斯う云う訳で地球上では変化を認められないことになりませんが、之と同時に地球上で測っている光の速さは、地球の運動の方向にも之と垂直の方向にも变りのないことをゆるさなければなりません。若しそうでなかつたら第五図のGM及びGNを往復する光は互に同じ時間を費すとするのが出来なくなるからです。ここに稍複雑な関係が起つて来ます。光の速さは之が経過する距離と時間との比であります。そうしてGMとGNとを往復する光の速さは地球上から見て同じでなければなりません。然るに一方にエーテルに静止して見たとしても、エーテルがすべての方向に同じ性質を有する以上、之はやはり同じである筈です。それにも拘らずこの後の観測者からはGMなる長さはGNに比し短縮して見えているので、之等の関係は果して矛盾なしに互に相容れ得るでありましょうか。

この問題の解釈はかなりに困難なものであります。併し一度大胆に長さの短縮を仮定したローレンツは一九〇四年になつて更に奇妙な事実を想像して之を理解しようとしたのです。それは従来の考え方によれば、どの場合でも私たちは一定の時刻と、之が経過を示す時計とを決定することが出来る筈ですが、光の進行に関してはエーテルに対して動いているときに、この一般の時間とは異つた意味の時間を認めなければならぬと云うのです。即ち地球上で光の進行を測るには場合によりて異つた時間をゆるさなければならぬのです。例えば第五図のG点に於て地球上の時計をエーテルの時計と合せて於ても、之と相隔つたM点に於ては此兩者の時計は必ずしも同時刻を示しません。若し地球の運動がこのGMの方向にあるならばエーテルの時計よりも地球の時計の方が時刻が前になつていなければなりません。時刻が場合によりて違つたと共に時間の長さもその二つの時計に於て違つています。つまりエーテルの時計が空間のすべての場合で絶対の時を示す外に、光の進行を測るためには地球又はその他の運動せる座標系で各の場合に於て相異つ

た時が定められなければならないのです。ローレンツは之を局所時と名けました。同じ場処では局所時を示す時計の進みは、絶対時を示すエーテルの時計よりも

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

倍だけ遅くなります。又或る場処でこの二つの時計が同じ時刻を示すように合されたとき、之等の相對運動のある方向にだけ離れた点では、局所時の方が

$$\frac{v\ell}{c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

だけ早い時刻を示します。斯う定めればどちらの時計で測っても光は同じ速さ c で伝わることになるのです。ローレンツの理論は之等の補正を入れて実験上の事実と一致する様につくられました。けれどもたとえ長さの収縮が電子論の立場から説明されるとしましても、光の進行を測るに何故に局所時が必要であるかという理由は遂に明らかにせられませんでした。之をほんとうに解くためには時間という概念に対するもつと根本的の考察が必要であつたのでした。又時間ばかりではなくその他の物理的の量に就ても運動せる体系の上では或る変化を起さなければ、いろいろな電磁気現象　たとえばトルウトン及びランキンの実験に於ける電気抵抗の不変　などが説明されなかつたのでありましよう。之等の根本的の解決は遂に静止エーテルの仮定の上にもで動揺を来さずにはおかなかつたのです。

第二編

一 エーテル否定の根拠

第二編に述べたいろいろな実験的事実はエーテル並びに電磁気諸現象に関する理論に数奇な運命を与えました。曾てつくりられた理論に対してたくさんの困難が続いてあらわれた間に、ローレンツはいくたびも新しい仮定を立て補いながら、ともかく之等の現象を説明し得る法則を綴つたのでした。その偉いなる努力に対して私たちは深く謝さなければなりません。新しい原理の酵素は悉くこのローレンツの理論のなかに含まれ、その正しく醸されるべき時を待つていたのでした。相対性原理が必要とするすべての関係式は既にローレンツの求め終つたものに外ならなかつたのです。只ローレンツにありては之を云いあらわす言葉を異にしていたのです。何故なれば彼は忠実に従来の力学的法則とそうして先験的のもつていた時間及び空間の概念とを守ろうとしたからです。運動せる物体の長さの短縮を仮定しながら尚おそれを電磁気力の作用として力学的に説明しようと努めました。光の進行の法則を理解するために局所時の仮定を必要としながら、尚おエーテルに於て測れる絶対時を眞の時間とし、局所時を仮の時間として承認しようとなりました。何故にこの仮のものが私たちに必要であつたのでしょうか。それはエーテルに対して運動して測るからであると云うより外に彼の答はなかつたのです。そうしてこの場合に既に時間の絶対性の打ち壊されようとしているのを、絶対静止のエーテルの名のもとにのみ沮止しようしました。併し此処に重大な危機が潜んでいなければなりません。絶対静止のエーテルは何故に存在しなければならなかつたのでしょうか。それは果してどう云う認識対象としてゆるされ得たのでしょうか。私たちが地球上で測る時間を局所時であると強いて解するからではありませんまいか。局所時でない絶対時はどこにあるのでしょうか。

それは却つて絶対静止のイーテルと共に想像の上の仮象に過ぎないのではないか。若しそうであると解したならば、その上で尚お之と矛盾する事実があらわれて来るでありましょうか。之等の疑問が新しい原理への過程として投げられねばならなかつたのです。

絶対静止のイーテルを仮定することは、之によりて標示される絶対空間を承認することであり、又上の意味に於て絶対時をゆるすことになります。絶対空間の問題は第一編に述べた力学的現象と密接に関係しています。若しイーテルによりて標示される絶対空間があるとするならば、それは力学的に宇宙の全質量の中心が決定する絶対空間と同一者であると解することは、蓋し私たちの物理学の全系統の上から要求せられなければならぬことです。併し私たちは之を實驗的に証明する手段の可能を信じられません。却つてこの要求から宇宙の全質量の配布を想像することが出来るだけです。之に反してイーテルと共に絶対空間が否定されたとしても力学的法則は之と矛盾することはないばかりでなく、却つて宇宙の構成の不自然なる界限を想像しないで済むであります。次に絶対時の存在は私たちが時間に対して先驗的のもっている觀念でありました。けれどもこの觀念はローレンツの考えたような局所時を想像するときに既に一部分は壊されているのです。私たちが先驗的に時間の絶対性を思惟している場合に、この時間が絶対空間に対する運動によりて変更されなければならぬと云う様なことは予想してはいなかつたのです。絶対時の外に局所時の必要なることは経験が始めて私たちに教えたのであります。それならばこの絶対時と局所時との差別を先驗的であるとして保守せねばならぬというような必要は、やはり在る筈はないと思ひます。この差別を保存すべきかどうかは要するに絶対静止のイーテルが認識されるかどうかに帰せられなければなりません。斯様にしてすべての問題はこのイーテルの認識それ自らに係りてることが判るでありましょう。イーテルが物質であり得ないことは既に述べた通りであります。それ故私たちがイーテルを認識するの

は空間に充滿する一種の媒質的対象体としてでなければなりません。つまり空間のなかに電磁気力の変化の状態が識別せられるために必要な媒質としてであります。若しそういう媒質を絶対に静止せるものとして認めることが法則の上から必然であるとするならば、この点に於てそれが尚お幾分か物質的の性質を遺しながら認識されるのであります。ローレンツの理論はエーテルをその意味で仮定していたのです。たとえそれが物質的な構成をもち得ないものであつたとしても、又すべて一様であつて、エーテル中のこの点とあの点とを区別する何の手段をも有ち得ないとしても、尚又エーテルを透して物質が自由に動き得る程にそれが非物質的であるにしても、之等の点で物質の性質から離れているエーテルは、唯一つ或る空間に固着して絶対の状態にあると云うことに於て物質的であつたのでありましょう。そうして置かなければエーテルに対して静止せる観測者と、之に対して動いている観測者とが異なつた事情を、例えば絶対時と局所時とを観取する理由を欠いてしまふからです。(勿論エーテルの代りに之を絶対空間そのものの性質とし他の運動空間と區別しても同じ事に帰するのですが、空間に関する先験的觀念が之を満足させなかつたのです。)併しこの異つた事情即ち絶対時と局所時との差別の如きは、それ自ら性質を異にしているのでなくて絶対静止のエーテルを仮定せる結果に過ぎないとすれば、私たちは徒らに思惟の上に迷路をつくつて、自らをその中に捕捉しているのに相違なかつたのです。

私たちは此処に考へなおして見る必要があつたのです。ローレンツの理論は絶対静止のエーテルを仮定し、地球上の諸現象を之に対して動いている体系上に行われているものとして解釈してはいますけれども、そうしてエーテルの時計と地球の時計とを區別して一は絶対時を示し他は局所時を示すものと併じていませけれども、併し一切の実験的事実は地球がどれだけ速度でエーテルに対して動いているかを数量的に与えようとしないのです。

地球上でなされる光及び電磁気現象に於ては地球の運動の影響は少しもあらわれて来ません。その理論的解釈に於ては地球のエーテルに対する速度をたとえ零と見做しても差支はないのです。只之を実際に零と思えない理由は力学的現象にあるのです。けれど力学的にも地球が宇宙の全質量に対してどう動いているかを完全に決定することは不可能なのであります。

之等の事情は簡明に絶対空間の所在は決して実験的に認められるものでないことを示して居ります。絶対空間、従つて絶対静止のエーテルを認めるのが実験的に不可能であるとすれば、之は思惟の上の要求に基く外はありません。之を仮定した方が自然法則の理解にとりて適切であるかどうかと云うことによりて判断するより路はないのです。この判断は即ち絶対空間そのものの哲学的解釈によりて決せらるべきものではなく、広く自然法則の体系を考察しなければなりません。扉を閉じて一つの觀念の分析を事としていた哲学が、もつと新しい知識を自然科学に待たなければならぬようになることを、私は此の場合に特に感ずるものであります。

絶対静止のエーテルを否定したとすればその結果は果して私たちの理解をどういう有様に導くでありましょうか。之を知つた上で始めてこのエーテルの肯定と否定との二つの路の何れを選ぶべきかが決断されるのであります。アインシュタインの相対性原理は実にこの後者の路を私たちのまえに展いたものであります。

二 空間及び時間の相対性の確立、並に光速不変の仮定

アインシュタインが始めて相対性原理を説いたのは一九〇五年でありました。彼はローレンツの理論に含まれた諸関係式を、少くとも実験上の事実を数学的法則の形にいい表わすために必要なものとして踏襲しながら、しかも之が解釈を全然新しく立て直そうとしたのでした。彼は先ず実験的にその所在を認識し得

ないエーテルを、そうして物質的の性質を保たせようとしてしかも非物質的になりつつあったエーテルを、無用の贅物として捨て去ってしまいました。空間に充滿する媒質は、彼の新しい思想には要らなければかりでなく、之を除去することによりて空間を自由なものに解放することが出来ると思ひました。地球上の観測者から見ても、太陽の上の観測者から見ても、その他何れのものから見ても、彼等の周囲には全く性質の等しい空間があるばかりです。この空間は現象に対して空虚なものでは決してありません。却つて之等の空間そのものが現象の所在なのです。そのなかに電磁氣力を起し之を一定の速さで伝えることは、その本来の性質なのであつて、必ずしも之に物質的な媒質が充ちているためであると見做す必要はありません。空間そのものに斯様な能力を否定するのは、抽象的な幾何学的空間を想像している結果であつて、經驗的な物理的空間をそう云う様に認識しなければならぬと云う理由があつてのことではないでしょう。アインシュタインは空間を斯うなものと思ひ、そうしてすべての観測者が其の周囲に認識する空間を全く相等しいものと仮定しました。絶対の意味をもっている空間をそのなかから選び出すことは彼には原理的に不可能なのです。一つの空間と他の空間とは相対的にのみ意味があります。この空間の相対性が彼の原理の基礎を作つたのであります。

エーテルが否定せられ、従つて絶対空間といふものが認識されないとすれば、ローレンツの謂わゆる絶対時と局所時との差別は無意味になつてしまいます。アインシュタインは斯くして時間の絶対性をも捨て去つてしまいました。ローレンツの仮定した局所時は決して仮のものではなく、地球上の観測者にとりてはそれが彼の準拠すべき時間なのであると解しました。時間もこの意味に於て空間と等しく相対的なのです。二人の観測者が相対的に運動すれば彼等の時計がすべての場合に於て一致し得ないことが却つて時間の本来の性質なのであると見做しました。このことは私たちに取つて余程考え難いことであつたのです。空間の

相対性は既に力学などに於てその思想があらわれていたのでしたが、時間の相対性はここに始めて導かれたのであつて、おおくの人々は皆この点で私たちの先験的觀念として時間に歸していた限界をとび踰ゆることに躊躇しなければならなかつたのです。それにも拘らずアインスタインはひとり之に先んじて進んでゆきました。時間というものが私たちの経験的法則に入る以上、之をいろいろな場処に於ていろいろな觀測者が決定するためにどんな考察を経なければならぬかを審かに示しました。

今二つの相離れた場処 A 及び B にそれぞれ觀測者があつて時計をもつて時を測るといたします。この二人は相対的に静止していると仮定しましょう。彼等が先ず各の時計の示す時刻を互に一致させるためには、どう云う手段が一般に可能なのでありましょうか。若し B が A の居る場処に来て時計を合わすとすれば、それは A の場処に於ける時を示すものであつて、A と離れた場処 B に於けるものではありません。従来考へていた様な絶対時の存在する場合ならそれでもいいのですが、局所時に於て示される様に時間は各の場処に特有なものであるとすれば、B はどこまでも其の場処に留まつていながら A と時計を合わせなければなりません。斯くして時計を合わせるには是非とも或る物理的現象を信号として用いる必要があります。A と B とは予め申し合せておいてその一方例えば A から B に向つてこの信号を送ります。B は之を受け取つて再び之を A に送り返します。この信号の發着の時刻を夫々の時計で測りてそれを合わせる事が出来るでありましょう。但し A と B とはこの信号が両者を往復する場合の進行の法則を予め知つていなければなりません。その法則さえ知られていなければ信号として用いる現象はどんなものであつても宜いのです。一番簡単な場合は勿論 A 及び B から見てすべての方向へ同じ速さで伝わるような現象を信号とすることです。若し A と B とが温度や圧力の一定な空氣のなかに静止しているとすれば、光を用いても音を用いても丁度この條件は満足されています。即ち一方例えば A から斯う云う信号を送りて他方即ち B ですぐ

それを反射させて送り返したとし、Aの時計でその発した時刻と、戻つて来た時刻とを測ります。之を t_1 及び t_3 といたしましょう。又Bの時計で信号がBに到着した時刻を測り之を t_2 とします。そうすれば二つの時計が合っているためには t_2 が t_1 と t_3 との平均に等しくなっていればいいのです。併も若しAとBとがこの空気のなかでA・Bを結付ける方向に共通に動いてるとすれば、もはや t_2 は t_1 と t_3 との平均に等しくないので、この場合にはA及びBから見て信号がどんな速さで伝わるかということが知られなければ時計を合わせることは出来ません。

一般の場合にも勿論之と同様であります。それ故、若しこの信号の伝わる法則が変更されるならば、AとBとに於ける時刻の一致即ち同時刻という判断もまた変更されなければならぬことになるでしょう。つまり空間のなかで相離れた二点AとBとに於て同時刻という事実は絶対に定まったものではないと云うことが上の考察で明らかになるであります。同時刻の判断が、絶対でない以上、既に時間の絶対性は失われているのです。

相隔つた二点に於ける同時刻の判断は一般にはその二点の相對運動の状態に関すると思なければなりません。また二点は相對的に静止しているとしても、その間を往復させる信号の伝達の法則に關係します。それですからこの法則が定まらないうちは時間をすべての場處で決めることが出来ない筈です。ところがここに亦循環的な關係が起つていふことを見なければなりません。何故なれば信号の伝達はこの場合に一つの自然現象であつてこれがどう云う法則に従うかを私たちが經驗的に知るためには、既に時間を正しくしるす時計や空間を測る物指などをもつていなくてはならなかつたからです。私たちはこの循環的論理から脱するために自然法則の体系を簡單につくるといふいつもの指導原理を用いなければなりません。そこで私たちは先ず信号として用いるいろいろな自然現象のうちで最も簡單であると思われるものの法則を仮定

するより外に路がないのです。そうしてそれに基いて時間を各処で決定し、それからいろいろな量の測定に及ぼしてゆかなければなりません。アインシュタインの以前に於て私たちはどんな法則を仮定していたかはもはや詳述する必要はありません。それは要するに絶対時の仮定に導くものであり、そうして従来の力学の速度合成の法則を与えるものであります。併しアインシュタインは絶対空間を否定し、また絶対時間をも否定した上で、その論理のすべての根拠を相対性に見出そうとしました。

彼は先ず真空のなかに相対的に運動せる二人の観測者 A 及び B を想像しました。その周囲には各 A に対して静止せる空間（若しくは座標系）と、B に対して静止せるものがあります。之を夫々 A 空間、B 空間若しくは単に A 系、B 系と名づけましょう。絶対空間が否定された以上、A と B とは互に相対的に動いていることだけが認識されるのでありまして、その両者は運動に關し全く対等な位置にあります。彼は次に之等の空間に起る光の伝達の現象を想像しました。エーテルを否定した結果、光はおのおのの空間のなかで何の媒質もなしに伝わります。光を或る速さで伝えることそれ自らが之等の空間の本来の性質なのであります。ところでこの場合光の速さというのは一体何に対して云われているのであるかを明かにしなければなりません。それでなければ単に速さといつても無意味になってしまいます。併しもうここにはエーテルも絶対空間もないのですから、光の速さもやはり絶対な意味では云われないのでしよう。A から見ての速さは A なる観測者若しくは A 空間に対するものです。B から見ての速さはやはり B に対するものです。そこで問題は A 及び B から見た光の速さはどちらが大きくてどちらが小さいであろうか、又はそう云う差別はないであろうかと云うことです。アインシュタインは之を経験に先だつて単に思惟によりて判断すべきものとしたのでした。彼は即ち A と B との相対性をどこまでも保たせようと思いました。A と B とは全く対等な二人の観測者であります。彼等が光の速さを測りて若し相異した結果になるとすれば、それは何故で

あるかを答える理由を私たちは見出すことが出来ません。相異するとすれば一方の値が大きく他が小さくなければならぬ訳ですが、其のいずれが大きくてもよいという理由はない筈です。AとBとは対等である以上、この両者から見た光の速さは等しいものでなければなりません。アインスタインは斯様な論理のもとに、

「すべて一様な真空のなかで光は、互に相対的に一様に動くあらゆる観測者から見て、同一の速度をもつて伝わる」

という命題に到達したのです。絶対空間の否定とそうしてこの光速一定の命題とが彼の相対性原理の基礎をつくっていると云つてよいのであります。

一度光の伝達の法則が定められれば、之を信号としてすべての離れた場処に於て、また相対的に動いている観測者の間に、時間を決定することが出来るのであります。そうしてこの結果は實際ローレンツの与えた局所時なるものと同じ関係をもつてることが判明するであります。何故なれば局所時はこの時間をもつて光の速さを測つたときに、丁度すべての観測者に対して其の速さが同一の値を得られる様に定めたものであるからです。この様に時間を定めることがまた同時に長さに関する判断を実験上の事実と一致させる唯一の路であることは数学的に証明せられます。

註

(1) 多くの書物の説明には、この信号としていきなり光を用いることを云つてありますが、何故に光を信号とすべきかと云ふ理由は最も理解し難いことなので、私は以下の説明に於てかなりこの点に注意しておきました。読者は之に関しこの節ならびに第四節をよく玩味せられんことを望みます。

三 長さの相対的变化

私はここで尙お前節の終に言及した長さの判断に就て少しく説明しなければなりません。

空間のなかに二つの点が相対的に静止しているといたします。通常二点の距離というのはその二点を通る線を引き之に沿うて二点の距離を測つたもののうち最も短い距離のことを云うのであります。空間が若しユークリッド空間であるならばこの最短距離をあらわす線は直線でありますが、若しそうでないとすれば、即ち歪んだ空間であるとすれば二点の間に直線は引かれませんが、丁度面の上にある二点を考え、それが平面であるときと、球面であるときとを比較してみれば、空間の場合にも略々推察されるであります。従つて二点の最短距離と云つてもそれは絶対に定まつたものでなく、空間をどう判断するかによりて異なるものなのです。この事實は既に第二編に述べた処であります。實在の空間がどう見らるべきかの問題は尙お後に譲りまして、少くとも極狭い範囲では狭いと云つても宇宙全体に対して云うのですから私たちの経験に入る空間の範囲は全くそのうちに包容されてもいいのですが、之をユークリッド空間と見なして差支ないことは経験の示す処であります。この意味で私たちは前節に述べたような空間をユークリッド空間と解しておきましょう。併しそう解した上で尙お空間に於ける二点の距離が絶対のものでないことを相対性原理が教えたのです。

アインスタインは、空間に於ける二点で同時刻と云う判断は絶対ではなく、その二点が観測者に対してどう云う運動をしているかに依るものであることを示しました。つまり観測者から見てこの二点を往復する光がいつでも一定の速さを保つように同時刻を定めなければならぬことを示しました。そうして彼はこの結果から、亦その二点間の距離が観測者に対する運動状態によりて相異しなければならぬことを導いて来ました。之を理解せしめるために彼は二点間の距離ということの意味を単に幾何学的でなくして、運動学的に思惟する必要があることを注意しました。

二点間の距離と云う代りにこの二点を両端とする棒の長さと言つても同じことです。この方が具体的に
なるだけ判り易いやすかも知れません。通常私たちは単に棒の長さと言うだけで充分に一義的な意味をもつて
いると思つていますが、実はこの棒の長さと言つたものは幾何学的に抽象された意味しか考えられてい
なかつたのです。物理学的には棒は位置の変化即ち運動を起します。そうすれば棒の両端は時刻によりて
場処を異にしますから、私たちは棒の両端が同時刻に占めている二点の距離を測りて棒の長さとしなけれ
ばなりません。若しもこの同時刻と言つたことを取り除いてしまえば同じく長さと言つても本来の意味を失つ
てしまつてあります。私たちはこの本来の意味で云う長さを、同時刻の長さとして解しなければなりま
せん。二点間の距離にしてもそうです。この二点が同時刻に存在すべき場処の隔たりとして之これを解しなけ
れば一定の意味を失つてしまいます。私たちが単に距離と言つているのは実は二点の同時刻の距離なの
です。

右の注意を経た後で、私たちは同時刻という判断が観測者に対する運動状態によりて異なることを思い合
わせますと、すぐに二点間の同時刻の距離はこの二点が観測者に対してどう動くかによりて相異なるこ
とが解るであります。物体の長さもそうであつて、その同時刻の長さは観測者に対して物体が静止
している場合と動いている場合とは一般に異なることになります。之が謂わゆるローレンツ短縮の起る訳
であるとアインスタインは説明しました。ローレンツ短縮の不思議さを疑問としていた人々も、この説明
によりて始めて長さとか距離というものが絶対でなくて観測者に対する相対的の意味しかないことを悟る
ことが出来たであります。一つの棒は之これに対して静止せる人が測つた長さよりも、棒の方向に動いて
いる人の測つた長さの方がローレンツ短縮を示しているのです。ローレンツは之これを棒の電子的構成に歸し
て説明しましたが、アインスタインはそれを同時刻の判断の相異に歸してしまいました。従つて棒でなく

て、単に想像せられた二点の距離でも同じことなのです。更に言い換えれば観測者に対し動いている空間そのものは、運動の方向に縮まって見えるのです。空間の長さの絶対性はここに全く存在しないことになりました。ローレンツによれば仮に物体が光と同じ速さで動いたと想像すれば、其の運動の方向の厚さは零になってしまふという驚くべき事実を生じますが、アインスタインの場合にはそれが実質的に収縮するものではありません。時刻の判断によりてそう見えるに過ぎないのです。この物体の前端と後端とが同一の点に来たときに之を同時刻と見る結果、同時刻的に測つた厚さが零になってしまふだけです。それですから厚さがなくなってしまうというものは別に驚くに足りないことなので、それは唯空間の長さの相対的な判断ということに帰してしまふのです。そうしてその短縮が物質の弾性などに依らないことも、ここに始めて了解せられるであります。

ローレンツ短縮は斯ようにして時刻の判断に帰せられますけれども、之を単に外見であると云つてしまつてよいかどうかと云うことに就ては大分議論がありました。併しそれは要するに外見的这个問題に係わりています。若し物体の形が運動以外に力の作用とか温度の変化とか云う物理的原因によりて変る場合のみを、その実際の変化と云うならば、単に運動によるローレンツ短縮は外見なのであります。併しそれは決して通常他の場合に用いている様な、物理的原因に相当しないと云う意味での外見ではありません。例えば物体の長さを遠くから見て錯覚的に変化を感じることがあります。月が地平線から昇るときに大きく見えるという様な類ですが、それはほんとうの外見的变化です。実際にその視角を測定すればもはや変化はあらわれないのであります。然るに之に反してローレンツ短縮は、動いている物体に物指を添えて測つてみてもあらわれる筈のものなのです。そういう短縮を与える物指が私たちの正しい物指なのです。この意味に於いてそれは外見的でなくて実在的でありましょう。ともかく運動している物体には

測定の結果として実在的にあらわれる変形には相違ありません。

ローレンツ短縮は観測者に対して運動せる物体若しくは空間にあらわれるべき筈でありますけれども、それはどこまでも相対的のものでありますから、若し観測者が始終物体と一緒に結付いているならば、即ち相対的静止にあるならば、その人に向つては存在しないのです。それですから今私たちに対して動いている物体とか空間とかを論ずる場合に、仮にその物体又は空間と結付いて一緒に動く観測者を想像しますと、その人から見て物体や空間の形は、他の事情の変わらない限り一定なのであつて、之をその静止形体と申します。只物体の形体といつても不定なのですが、この静止形体というものを目あてにすれば、そこで始めて物体の変形を論ずることが出来るわけです。このことは尚お後に云い及ぼしたいと思ひます。

四 空間及び時間測定の基礎としての光の伝達の法則

アインスタインの相対性原理は光速度不変の仮定をその劈頭において先ず二人の観測者の相対性を満足せしめ、之から時間及び空間の完全な相対性を導いて来ました。この光速度不変の仮定が含む重大な意味に關して今少しく註釈が必要であることを私は思ひます。

私たちは先ず時間及び空間を測るために正しい時計と物指とを用意しなければなりません。けれども時計と物指とは自然現象を観察し其の法則を知つた後でなければ、ほんとうには定めることが出来ないのは既に第一編に述べた通りであります。この循環的経程を私たちは通常漸的に遂行しようとしているのです。地球の自転で時計を定め、白金の棒を物指につかうのもそれでありませぬ。併し若し何等かの根拠から精密な自然法則が見出されたならば、之によりて完全な時計と物指とをつくる事が出来る筈です。そうしてアインスタインが相対性に基いて仮定した光速度不変の法則は之を拡張して上述の目的に供すること

が出来ます。

光は規則正しい波動をなして空間を伝わります。私たちの前に解釈した如く、光を伝えることは物理的空間それ自からの性質であるとするならば、光の現象をもってすべての基礎とすることは必ずしも意味のないことには相違ありません。この理由で私たちは光の波動に完全な週期性を仮定しようと思ひます。完全な週期性というのは、その振動の時間と従つて波長とが真空に於ては絶対に不変であるということに歸せられます。そうすれば光速の不変はおのづからその結果としてあらわれて来なければなりません。斯うにして光の現象はどんな観測者に対しても同一になつてしまひます。すべての観測者は一定の光の振動時間をもつて時計を調整することが出来ます。またその波長をもつて物指を決定することが出来ます。斯様につくられた時計や物指は以上の仮定のもとに完全に正しいものであり、そうして又時間や空間の相対性を満足するものであります。この時計で測りこの物指で測ればどんな観測者から見ても光の速度が同一になるでありましょう。そうしてお互に運動している観測者同士が時計や物指を比べ合つと彼等は丁度ローレンツの絶対時と局所時との関係や、長さの短縮を見出すのであります。

それならば私たちは何故光の現象を之等時間及び空間測定の基礎に取らなければならぬか。之が最も重大な問題なのであります。相対性原理に関するすべての疑惑は皆之に係りていと云つてよいのです。之さえ解ればその人はほんとうにこの原理を理解したと云えるのでしよう。併しこの問題はそう單純に解決される筈のものではありません。そのあらゆる結論を知悉した上で、始めて光の現象を斯く選ぶことがすべての自然法則の体系を最も簡單に、最も整齊にする所以であるうということが判ぜられるのであります。勿論それは誰も最初から確に予見することは出来ないのですが、その大体の結果から之を見究めなければならぬのです。私たちは先ず自ら問つて見ようと思ひます。光の現象を選ばないとしたなら他に之に代

るべき何を私たちは見出すことが出来るでしょうか。今日では私たちは電磁気現象を光と同一のものと見做みなしています。それですから此の外に、真空のなかで伝わり空間それ自らの性質と密接な関係をもつであろうと思われるものは、もはや万有引力の現象を措おいて他にないのであります。私たちのまだ経験しないものがあるかも知れませんが、それは現在の知識に於て如何いかんともし難がたいことです。却かえつて現に知っているものに基いて自然法則の体系をつくりてゆくのが私たちの取るべき路なのであります。そこで万有引力の現象に就つてはそれがどんな速さで伝わるかということの研究も以前からありましたが、甚はなはだ不精確であつたので、近ごろアインスタインが相対性原理を拡張して得た結果に従うより外ありません。そうしてそれによれば、万有引力現象を上述の相対性の基礎に選んだとしても、全く光と同一に帰することが判明したのです。此の事実を知つた上では私たちはもはやそれ以外にこれに代るべき何の現象をも有しないのであつて、光の現象が時間及び空間の相対性を確立するために必ずしも「特種な」一現象なのではなく、却かえつてそれが最も自然的な且つ普遍的な空間現象であることが諒解せられるであります。

私はここに屢々しばしば耳にする様な誤解を避けるために数言を附け加えようと思ひます。それはこの編の第二節に於て二つの相離れた点 A 及び B に於ける時計を合わせるためにその間に往復せしむべき信号のことです。この信号には光を用いなければならぬと思つのは勿論もちろん誤りです。私はその誤をしないように特にその場合の説明に一般的に信号という語のみを用いました。若し可能であるならばどんな物理的作用を信号としても構いません。只その信号の伝達の法則が判つていなければ実際に時計を合わせることは出来ません。音響を伝えてやっても、物体を投げてやっても、どうでも宜よいのですが、各おのの観測者から見てもそれがどんな速さでゆくかが知られていなくてはならないのです。そうして之が實際どんな速さで進むかは、最初からは判りませんが、光の法則を相対性の上から定めて、之これに基いて論究してゆかれなければなりま

せん。従つてその精確な法則はかなり複雑なものになることも事実です。要するにそれらは光速度を不変にするような仮定と一致するようにせられなければならぬことは相対性理論の上から要求せられるのですから、それらを信号として用いてもよいのですが、光を用いる程簡単ではないと云うことを認める必要があります。それで光を信号として用いるということの意味は、その伝達の法則が一番簡単であるからというに過ぎないのです。稍複雑な計算さえ厭わなければどんな現象を用いても都合はないと云うことを諒解しなければなりません。光が時間及び空間の概念と密接に関連するのは、それが時を合わせる信号として必要であるからではなく、只真空に於ける普遍的現象として相対性の要求を満足しなければならぬ故であります。

五 相対性原理と自然法則の絶対性

アインシュタインの相対性原理は斯様にして光の法則がすべての観測者に対し不変になるように立てられました。言い換えれば之等の観測者に属する時間及び空間は全く相対的であつて、彼等が光の現象を観測した結果のうゑに何等の差別も見出し得ないように、即ちその結果からしては、彼等の用いる時間及び空間の孰れが絶対的のものであるかを判別し得ないように、時間及び空間の概念を改変したのです。この場合に特に光の現象が選ばれたのは、それが真空に於ける普遍的な且つ独特なものである為めなのであつて、他に之に代うべき現象のないことも前節に述べた通りなのでありますが、斯様にして一度限定せられた時間及び空間の概念は勿論すべての場合に保守されなければなりません。そうして之によりて叙述せられた他の現象の法則もやはり時間及び空間の相対性を保証するように作らなければならない筈です。ここに物理学の全部に亘る革命が強要せられたのでした。この革命は大凡そ次のような順序に於て括められてゆ

きました。

光の法則がすべての観測者に対し不変になるように、時間及び空間の概念を改定したことは、同時に光と同一の現象である電磁気のすべての法則を不変にすることが出来ました。私たちは光や電磁気的作用が空間を伝わるときに、それにエネルギーや運動量を与えています。このエネルギーや運動量の法則は勿論力学的エネルギーや運動量と同じ法則に従うものと解することは当然の次第でありますから、光及び電磁気の場合に得た法則をその儘力学現象に応用することにより、力学の諸法則をもすべて時間空間の相対性を満足するように変更することが出来ます。之等の変更は通常の力学現象では余りに僅かの影響しか及ぼさないために実験的事実で試めすことは困難であります。只電子の力学に於ては既にそれが確められていると謂つてもよいのです。また力学の法則をすべて最小作用の原理に由来させてしましますと、この原理から更に新しく熱力学の法則をも相対性と一致するように導くことが出来ます。斯う云う様にして物理学のあらゆる法則が時間及び空間の相対性を与えるように立てられ、そうしてそれが事実と矛盾しないことが実験的に証明せられたならば、茲に相対性原理が完成されることになるのであります。その完成のうえでこの原理の主張すべき処は即ち次の如くであります。

- 一 運動状態を異にするいろいろな観測者は、自然現象の観測によりて、只他に対する相対的運動を決定することが出来るだけであります。
- 二 各の観測者はそれぞれの運動の相対性を保持するように時間及び空間の判断を要求せられていきます。自然現象の観測によりて識別されるような絶対の時間及び絶対の空間は存在しないのです。
- 三 あらゆる自然現象の法則は、観測者の運動状態のみによりては差別を生じません。夫等のすべての観測者にとりて共通な形式をもって与えられます。

相対性原理はつまりどこまでも観測者の相対性を主張するのです。絶対な観測の立場というものが否定せられてその代りにすべての個々の立場が皆同等な権利をもって保証せられるのです。そうしてそれらの観測の結果として導かれる自然法則はいつも同一の形式になることが主張せられます。ここに法則の絶対性が生れて来るのであります。この点が相対論のおもしろい処なのであって、自然の实在というようなことを哲学的に理解するうえにも重大なる影響のあることであると思われれます。

私たちが相対論をもたなかった場合を顧みて見ましよう。私たちは絶対な空間を一度力学的に宇宙の全質量の中心に固定するものとして想像しました。それから又之をエーテルの静止せる空間として認めなければならぬようにもなりました。勿論之等の場合に絶対という言葉は、他の空間とは物理的に役目を異にしているという意味で用いられているのですが、私たちは口それを物理的事実として見做すだけでは満足が出来ないので、そうして更に何故に之が特別の役目をもっているかを尋ねなければ気が済みません。私たちは絶対論の立場から恐らく之に答えてそれが絶対空間なる特別のものであるからだと云うでもありません。併し絶対性の帰せられるものは唯一に限られねばなりません。その必然の結果は宇宙の全質量の中心は亦エーテルに対して静止していると云う論断に導かれるのであります。けれどどんな物理的実験が之を私たちに証明してくれるでしょう。それは明らかに不可能な事実であることを私たちは経験していません。それならばどんな理論的考察がエーテルと宇宙の全質量とをそういう関係に結び付けてくれるでしょう。エーテルに惰性的質量を認めることの出来ない私たちは両者の間に超え難い罅隙のあることを思わなければなりません。又絶対な時間というものの外にローレンツの局所時をゆるすときに、之等の時間が光や電磁気の現象をしるすに必要であるにも拘らず、エーテルと直接に相識らない力学的現象の場合には何故に必要でないかを考え及ぶと、この罅隙が更に大きくなって、両者の間に空間時間の認識を劃り別けてい

ることを肯定しなければならぬのです。絶対論は之等の障礙のために滅びなければならぬのです。そうして私たちは今まで気づかなかつた絶対論の特性に眼を向けるようになるのです。

「相対論の特性は前に述べたようにすべての観測者から見て法則が同一になるといふ点にあります。自然法則は之がために絶対論に於けるよりも著しく普遍的になつています。一体自然法則の普遍性といふことは自然科学の成立のうえに大切な要件でありました。観測が個々の人間の官能や感覚に依るにも拘らず、尚おそこに普遍的な要素のあることを先ず認めたいうで、私たちは始めて法則的關係をつくることが出来るのです。この意味の普遍性は心理学的にゆるさるべきものであつて、少くとも法則に対して必要な條件なのです。然るに相対性原理は自然法則に対してこの心理学的普遍性の外に更に物理学の普遍性を与えたものであると云うことが出来ます。異なつた運動状態にある観測者が普遍的に同一の法則的關係に到達するということは著しい事実なのであります。私たちは自然法則の普遍性がそれだけ増されていることを、軽く見過ごしてはなりません。普遍性が増されれば増される程、その必然性が相伴つて大きくなるからであります。自然法則を只普遍的なものとしてでなく之を必然的なものとして解するということは、自然の唯一性、従つて亦実在性のうえに直接に相連つていふことでもあります。この問題に關しては尚お最後に私は言い及ぼしたいと思ひますから、ここでは単に相対性原理が之等の哲学的考察を背後にもつて物理学上の革命を持ち來したことを説くのに止めて置きましょう。

第四編

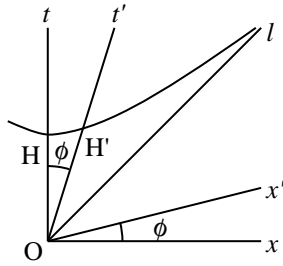
一 ミンコフスキーの四次元世界の双曲線的性質

私は前編に於て相対性原理の大体を説きましたが、茲にはそれがミンコフスキーの物理学的世界にどんな性質を与えているかを考えることによりて、尙おこの原理の内容を明らかにしたいと思ひます。アインシュタインの原理はこのミンコフスキーの表現を待つことによりて、どんなに美しい本質を發揮し得たかをそこに知ることが出来るのです。

四次元の世界にゆく前に、通常の幾何学に就て一言しましょう。平面図形の幾何学を解析的にあらわすには二つの座標が要することは既に前にも述べました。例えば二つの直角に交る直線を引いて之を座標軸となし、之に關係させて一般に点や直線や其の他の曲線の位置を数式的に云いあらわすことが出来ます。この場合に座標軸をどこに引いても、即ち各点の座標はどんなに変わつてもそれらの間に成立つ幾何学的關係は変化しません。この事實は既に座標の相対性をあらわしているのです。立体幾何学でも勿論同様であります。空間のなかに互に直角に交る二つの直線を引いて之を座標軸に選びますと、たとえこの軸の位置をずらしても、又は其の方向を廻転させても、幾何学的關係は少しも変わりません。又直交座標を用いないで、他の種類の座標に移つても事柄は同じなのです。即ちすべての幾何学的座標はその空間の一定せる限り全く相対的であります。(空間の歪む場合は第六篇に説明しますからここでは省きます。)ところで空間の三次元の外に時間の一次元を合せて想像したミンコフスキーの四次元世界はどういう性質をもつてありましようか。それを考えて見なければなりません。

四次元世界の特性は空間と時間との關係にありますから、簡単のために空間の一つの軸、それは物

体の運動の方向に引かれたものとするのです。と時間の軸とを含んだ平面で切った四次元世界の切り口を描いて見ればよいのです。第一編の終に説明した様に、この平面のなかに引かれた世界線は物体の運動をあらわしています。併し観測者の運動状態が変ると、この世界線が移動しなければならぬことを見ました。世界線がもとの図形を保たずに移動するということは、その座標たる空間及び時間の完全なる相対性に相当してはいないのであります。何故なればすべての観測者から見て法則が同一形式に保たれないからです。この点から見てアインシュタインの原理はこの四次元世界の構造を著しく改造せしめたことが判ります。どうすれば世界線が移動しないようになるか。それが出来れば完全な相対性が得られます。



第六図

相対性原理の根本の仮定は光速度不変の法則にあることを前に述べました。そこで私たちは先ず光速をあらわす世界線が終始不変の位置にあることを要求しなくてはならないのです。簡単のために私達は光速を1と測るような長さ及び時間の単位を用いたといたしましょう。そうすれば光を原点から最初の時刻に発せしめた場合の世界線は空間及び時間の軸を二等分する直線になります。第六図に於て Ox 及び Ot はそれぞれ空間及び時間の軸をあらわし、之を二等分する Ol が光速の世界線をあらわすことにします。即ち光速の世界線は空間及び時間の軸に対して丁度対称的關係をもつことになります。私たちは観測者の運動状態を変化させたときに、光速不変の法則を実現するためには、世界線 Ol の位置を移動せしめないと共に、この対称的關係をも維持させなくてはなりません。

私たちは第一の観測者に対して運動せる第二の観測者を想像しましょう。後者の世界線は Ot と ϕ なる角をつくる Ot' であらわされるものと仮定します。第二の観測者に取りてはこの Ot' は時間の軸でなければなら

ない筈です。何故なればこの線であらわされる質点は彼に対して常に静止しているからです。私たちはこの場合に時間の軸 Ot' をもとの軸 Ot の処まで移動させることをせずにおきましょう。それによりてすべての世界線の移動を起してはならないからです。即ち Ot' と共にあらゆる可能な世界線をもとの儘ままに残しておくなくてはなりません。併しかしそうすると光速の世界線 Ol が時間及び空間の軸に対して依然として対称的關係を保たせるためには、新しい空間の軸 Ox' をもとの Ox に対してやはり ϕ なる角だけ傾いた処に持ち来らなければならなくなるでしょう。私たちはつまり第二の観測者に属する時間及び空間の軸として Ot' と Ox' とを選ばなければなりません。それではこの両軸は互に直角に交わらなくなるではないかという非難が起るであります。この平面がユークリッド幾何学の成立する性質をもっているならば、それはほんとうです。けれど私たちはこの平面の性質を適宜に仮定することによりてこの点に於ても相対性を保たせることが出来るのです。それは双曲線の幾何学の成立つ準ユークリッド平面と解すればいいのであります。

双曲線というのはおもしろい性質をもっています。今第六図に於て Ol を漸近線にもち、 Ot を軸にする双曲線の一部 H を描き、それが Ot 及び Ot' を切る点をそれぞれ H 及び H' といたします。そうすれば H' に於ける双曲線の接線は Ox' に平行なのでありまして、それは丁度 H に於ける接線が Ox と平行なのと同じ關係を有しています。之を言い換えれば Ox 及び Ot の一對の線がこの双曲線に対する關係は、 Ox' 及び Ot' の一對の線が之これに対するのと全く同等なのであります。夫れ故に前の一對を両軸にして双曲線を考えても、又はその代りに後者を両軸にしても全く之これに対しては差別がない筈です。図のうえで見ると H よりも H' の方が少し右へ倚よっている様ですが、 H から測っても H' から測っても双曲線の長さは無限に遠くまで行っているのですから、双曲線だけから見れば差別をあらわさないのです。そこで私たちはこの立場即ち双曲線の幾何学から云えば、 H も H' も両方に無限に長い双曲線の真中にあると見られ、 Ot および Ox が互に垂直に交っ

ると同様に、 Ox' 及び Ox'' も互に垂直であると解することが出来ます。⁽¹⁾ 即ち前者が垂直であるのに、後者が垂直でないと言ふ様な差別は却^{かえ}つてそこには少しも存在しないのです。斯^これを考え合せると、私たちの仮定した第一の観測者と第二の観測者とはこの平面を双曲線的に解することによりて全く相対的の關係にあることが出来るであります。⁽²⁾

アインスタインの相対性原理は四次元世界を上述べたような双曲線的空間につくりなおしたのであります。之^{これ}によりて時間及び空間の座標軸は完全に相対的になり、そうしてすべての世界線は座標軸の廻轉に際しても、もとの儘^{まま}に残ることが出来るのです。相対性原理の驚くべき結果は悉^{ことごと}くこの微妙な幾何学的關係のなかに包含されていることを思えば、この四次元世界なるものがどんなに本質的にこの原理と相結び付いているかを想うことが出来ましょう。

相対性原理は光速度の有限なる処にその特質を保っているのです。若^もし之^{これ}が無^む限大になると前図の OI は Ox に重なつてしまいますから、もはや前述の対称的關係をつくることが出来ません。そうしてこの場合には双曲線は開いて直線になつてしまいますから、四次元世界は双曲線的の性質を失い、従つて相対性も隠れて、もと第一編に説明したものになつてしまいます。この点から云えば従来の世界空間は此新らしいもの一つの極限の場合に過ぎません。ミンコフスキーは純粹に数学の立場から見ても一般の双曲線的空間の方がこの直線的になつた極限の場合よりもよほど解し易^{やす}いものであつて、若^もし数学者に自由なる空想をゆるして選ばせたならば、自然現象が行わるる世界空間としては勿^{もちろん}論極根の場合でなく寧^{むし}ろ一般的なものを取るに違いないであろうと云つています。そうして實際に相対性原理が自然法則をそこに導いて来たことは、以上の意味に於て純粹数学の異常なる勝利に外ならないのだと云つています。数学の普遍性及び絶対性が自然法則のそれらの性質の基礎に横わつていることを私が前に述べたのも之と同じ意味である

と云つてもよいのです。相対性原理は数学的に必然な構えのなかに経験的な物理的世界を嵌め込んだものだということが出来ます。否少くとも自然法則と数学との關係に含まれたる之等の認識論的の意味を私たちはこの原理の出現によりて始めて明らかにすることが出来たのです。

註

(1) 垂直ということの定義をかよつにつくつてあると解すればいいのです。軸の回転によりてこの場合には双曲線の位置が変化しません。之に反して通常の幾何学では、原点のまわりの円が軸の回転によりて其の關係を変化しないようになっています。円の半径と其の接線とがどの位置に於ても互に「垂直」になつてゐるからです。

(2) 四次元世界の全体は第六図の平面内の時間軸のまわりに他の三次元空間を通常の意味で廻転することによりて得られます。双曲線的の性質はこの時間軸の方向にのみあらわれて来るので、之に対して空間の三次元は全く対称的に關係してゐます。

二 四次元世界に於ける時間的区分

ミンコフスキーの世界は最も能く時間及び空間の相対性をあらわしています。互に運動せる二人の観測者はその各が判断せる時間及び空間の軸を共に垂直と見なすことが出来、しかも一方の軸は他の観測者の軸に対して或る角度だけ廻転されたに過ぎないので。私は再び第六図に就て説明を続けましょう。

第二の観測者の見ている空間の軸 Ox' の上のすべての点は彼から見れば同時刻なのであります。その上では一様に $t = 0$ なる時刻、即ち原点と同時に刻なることを時計が示しているのです。けれども第一の観測者から見れば之等はもはや同時刻ではありません。その上では x が増すに従つて t が増してゆくからであります。即ち原点を遠ざかるに従い時計が進んでいなければならぬのです。第一の観測者から見れば同時刻ならぬ点が、第二の観測者から見れば同時刻になるといふことは著しいことであり、この世界の

截断面せつだんからそれをよく理解することが出来るではありません。

次に第六図に於ける○の範圍にある点はどんな場合でも、或る速さで動いて觀察することによりて之を原点○と同時に見做すみなことが出来ます。何故ならばその点と○とを結付ける直線を空間の軸にする様な運動状態を取れば明らかにそれが可能になるであります。又空間の軸がこの点を通らないで、その上か又は下を通るようにすれば、この点に於ける時刻は原点○よりも時間的に後になったり又は前になったりします。つまりこの範圍内のすべての点は、適当な運動状態で判断することにより、原点○と時間的にあらゆる關係に於て結びつけることが出来るのです。即ち時間的に前にもなり後にもなり又は同時刻にもなるからです。過去、現在、未来という様な言は夫故それに之等これらの点に対しては一義的に定まったものではなく、観測者によりて変化し得るものであることを思わなければなりません。之が時間これの相対的である所以ゆえんなのです。

併し過去とか未来とか云つことが一定して云えないとすると、ここに重大な疑問が生ずるに相違ありません。まい。私たちは過去に生れて未来に死ぬことを信じています。誰でも現在に生きているものはそつである筈ですのに、他の観測者によりてはたしてこの判断と相異せるものが許され得るのでしょうか。過去と未来との順序を逆にすることが出来るのでしょうか。すべての物理的現象は時間的には其の原因の後に結果の来るのが当然であります。この因果律を仮定して始めて自然法則の成立すべきことを私たちは認めているのです。原因の起る以前に結果があつてはならないのです。しかるに観測者によりて時間的前後の判断が変るとすれば原因の前に結果の存在すると見られるような都合な場合は起らないであります。この事情を明らかにする為めに私たちは今原点○に或る物理的原因が起つたとします。この原因から由来する結果は空間的に同じ場処で起るかも知れません。または異つた場処へ伝達されてゆくこともありま

しよう。若しその結果が Σ の範囲内にある或る世界点に起つたとしたらどうでありましょう。私たちは空間の軸をこの世界点より上へ引くことによりて、この点を O よりも時間的に前であると判断することが出来るのです。そうなるとこの結果は O にある原因に先だつという不都合が実現してしまいます。私たちはこの不都合を実現させてはなりません。之を避けるには、 O にある原因に対しては少くとも Σ の範囲内の世界点にはその結果が起り得ないということ論断しなければならぬのです。これをもう少し言い換えると次のようになります。

若し仮に O に原因があつて Σ 内の或る点 P に結果が起るものとすれば、この現象の経過をあらわす世界線は O から P に向わなければなりません。世界線は曲つてゆくかも知れませんが、簡単のために先ず OP を結び付ける直線であらわされるとして見ましょう。この OP は光速の世界線 Ol よりも、もっと多く時間軸に対して傾いていますから、その速度は光速より大きくなければなりません。私たちが上に論断したことは少くとも斯^かような光速以上の速さで伝わる物理的現象を否定していることになりません。又 O から P へ至る世界線が直線でなしに曲つているとすれば、その接線は或る処に於て OP なる直線よりもっと多く時間軸に対し傾く筈でありますから、その場処では速度が尙^なお更に大きいのです。夫れ故に私たちがすべて光より速く伝わる様な現象を一切否定するならば、 O なる原因に対し Σ 内の点はすべて因果的に結び付くことは不可能になります。従つて結果が原因に先だつという様な判断は之^{これら}の場合と共に減ずるでありましょう。右の場合に反して O にある原因に対しその結果が Σ なる範囲内の点に起ることは常に矛盾なしに可能であることは少し考慮すれば判りましょう。この範囲内の点はどこにあるつとも、それを通して O から時間軸を引くことは出来ませぬけれども、空間の軸は引かれませぬ。何故なれば第六図の Ox' なる空間軸をだんだんに上の方に廻転させると共に Ol' なる時間軸は之と等しい角だけ右へ傾いて来ますから両者は遂に Ol

の線の処で合致してしまいます。それが私たちの実現せられる極限の場合であつて、それを踰えて Ox' を上方に Ot' を下方に廻転させることは出来ません。 Ot' が双曲線を切る点 H' は双曲線に添うてだんだん右へ移動しますが、 Ot' が Ol を踰えて下方に来れば H' はもはや実点ではなく虚点になってしまうからです。斯の理由で t' の範囲内へは空間の軸は引かれないのであります。即ちこの範囲内の点はどんな観測者から見よつとも、決して原点 O と同時刻であるとは判断することが出来ないのです、必ず時間的に後なのであります。夫れ故之等の点を私たちは安心して O と因果的に結びつけることが出来ます。物理的現象は O に於て起りて或る世界線に添うて常にこの範囲内の世界点に来ることが出来るのです。そうしてどんな観測者から見ても原因の後にその結果が起るといふ一義的な結合を来すのであります。勿論この場合にても此間を連ねる世界線はそのすべての点に於て時間軸に対し Ol よりも大きな傾きをなすような接線をもつことは出来ません。それはこの現象が其の点の附近で光より速く伝わるということであつて、既に私たちの否定した処であるからです。

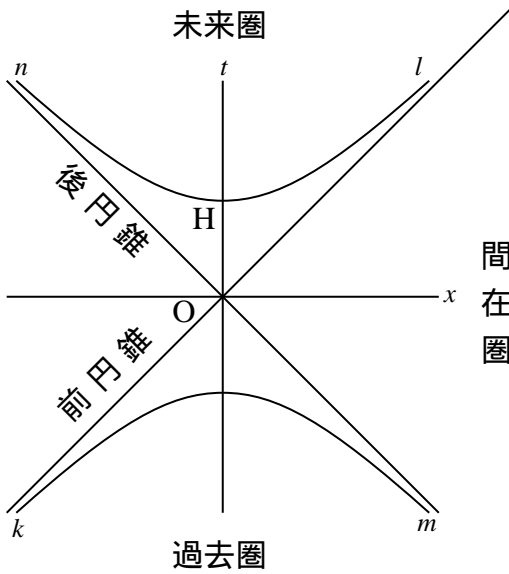
t' の範囲内に空間の軸が引けないと同じ理由で、 x' のなかに時間の軸が引けないのです。若し仮に時間の軸が引けるとすれば、この時間軸はその観測者自身の世界線をあらわしているのですから、これは時間軸を Ol の彼方に有する観測者に対して光速以上の速さで動いていることになります。即ち斯様な事実を私たちは不可能なこととして否定しなければならぬのです。前に私たちは因果律と矛盾しない様にすべての物理現象が光より速く伝わってはならないと云う結論に達しましたが、ここでは世界空間の構造のうえから既に観測者同士は互に光速以上に速く動くことの出来ないことを明らかに知つたのです。観測者の運動も他方から見ては實在の物理現象でなければならぬのですから、之等の結論は互に相容れるものとなつています。物体が光速以上の速さで動くことの出来ないのはローレンツ短縮の度合から推しても至当

のことであります。

世のなかに相対性原理に關聯したように次の話が行われて居ります。若し一人の觀測者が地球から出立して光の速さ以上の速さで真直ぐに進んだら彼はその出立の以前に地球から發した光の波を追い越えてだんだん昔の光波に出遇うから、地球上の過去の出来事をそれらの光によつて逆に見てゆくことが出来るであろう。彼にとりて時間は逆に進んでいるように見えると。この話は時間的前後の必ずしも一義的でないことを単に想描的に説明するとしては巧妙であるかも知れませんが、それを實現の可能な一つの例と見ることは相対性原理からは誤であると云わなければなりません。觀測者が光より速く動くこととは全く否定されているからです。又光の波の代りに音響の波を考え、之を追い躰えて進むとしたなら、音響的に彼は過去の波面に出遇うことは事實でありましょう。併しこの故に彼に取りて時間が逆に進むのであるとは云えますまい。彼に對しての時間は地上に静止せる觀測者に對すると同じ方向に進んでいるに違ひないので、只音波面を逆に横ぎるといふ特種的事情が現象を特種に見せるに過ぎないのです。相対性原理に於ける時間の判断の変化は決してかような任意の特種な物理的事情のために起るのではなくて、一般に相対的運動者が互に光速度不変の法則を維持しようとするのに基くのであることを知らなければなりません。

以上述べた事實からミンコフスキーは世界空間を其の性質によりて三つの部分に分けました。今左にもとの第六図と同じ截断平面の全体を示しましょう。即ち Ot 及び Ox を或る一人の觀測者から見た時間の軸及び空間の軸といたします。之を二等分する直線 kl 及び mn を引けば、之等は共に光速の世界線でありまして、前者は v の方向に進むもの、後者は之と反対方向に進むものであります。前の説明から \odot の範圍内のすべての点は時間的に \odot よりも後の時刻に屬するものですから、この部分をミンコフスキーは「 \odot の彼方」として云いあらわしました。即ち \odot を現在と見たときに未来圏と云つてもよいであります。之と同じ

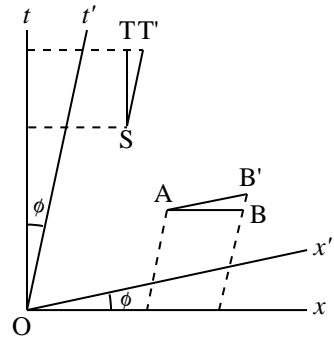
様にして kOm の範囲内の点はすべて O よりも時間的に前なのであって、ミンコフスキーは「 O の此方」と名づけました。過去圏と云うことが出来ます。此の二つを取り去った残りの部分、即ち lOm 及び kOm の範囲は O に対して時間的に前ともなり、後ともなり、又同時刻とも見られる部分であつて、これは間在圏とでも名づくべきものであります。過去圏及び未来圏のなかの諸点は O と因果的に連結することが出来ますけれども、間在圏内の諸点は然^そう出来ません。即ち O を通るような世界線は必ず過去圏から来て未来圏へ出るのであつて、決して間在圏の方へは向いません。



第七図

第七図は四次元世界の一つの截断面^{せつだん}に過ぎないのですが、その全体はここに図示することは出来ませんけれども Ot を軸にしてこの図形を四次元空間のなかに廻転すればいいのでありますから、私たちは頭のなかで之を想像して見ることは必ずしも難かしくはありません。 lOm 及び kOm はこの場合に三次元の円錐面をつくります。之等は光速の世界線によりてつくられた円錐面であつて、丁度 kOm の円錐面の一点から O に向つてゆく光は $t = 0$ に O に到着し、之を通りて lOm の円錐面を走ります。ミンコフスキーはこの円錐面をそれぞれ前円錐、後円錐と名づけました。

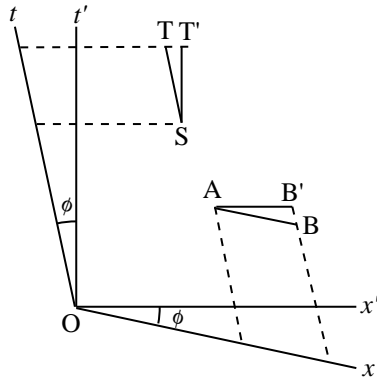
三 時間及び空間の長さの相互関係



第八図

私は次に観測者の運動状態によりて長さ及び時間的継続の異なることをミンコフスキーの世界構造から説明して見ましょう。これがために本編第一節に考えたような互に運動せる二人の観測者を再び仮定しましょう。彼等の判断による時間及び空間の諸軸は双曲線的四次元世界に於て夫々垂直になつて居り、或る廻転によりて一方から他へ移ることが出来ます。今時間の軸と相對運動の方向とを含んだ平面で切つた截面をもつ一度第八図に示します。Ot及びOxが一人の観測者に属する時間及び空間の軸でありてOt'及びOx'が他の観測者に属するそれらであります。私たちは今第二の観測者が或る物指の棒を相對運動の方向に置いたとして見ましょう。此長さを彼が同時刻的に測りて $\Delta x'$ だけあつたとしましう。同時刻的な長さは図のうへでは空間の軸Ox'に平行な線分AB'であらわされます。之を第一の観測者が見れば同時刻的ではありません。私たちは其の両端A及びB'から各Ot'に平行な線を引いて線分AB'をOx軸のうへに射影します。この射影の長さは丁度Oxに平行にAから引いた直線をB'からの射影が切り取つた部分ABに等しいこと勿論であります。之が即ち第一の観測者の測つた棒の長さであつて、AB'に比べてABの短くなつて居るのは、即ちローレンツ短縮に外ならないのです。この場合に私たちがA及びB'からの射線をOt'に平行に引いたことを注意しなければなりません。それはこの棒が第二の観測者に対して静止しているからであつて、之等の射線は即ちこの棒の両端の点A及びB'の世界線を示しているのです。この世界線は決して他の観測者の如何には依らずに固定しているものであります。若し第三の観測者がありて同じくこの棒を測るとしたならば、彼の空間の軸がこの二つの世界線で切り取られる部分の長さが彼の測つたものに

相当するのでありましよう。もう一つ注意すべきは三角形 $AB'B$ は双曲線の三角形でありまして、 B' に於ける角が直角であることです。何故ならば棒の相対的に静止せる第二の観測者からしては Ox' は Ot' と直角に交っているからです。更に若し第二の観測者が第一に対する運動の速さがだんだん増して光速に限りなく近づいたとしますと AB' は Ox に対し多く傾いていって遂に第六図の $O'l$ 線に平行になり、同時に A 及び B' からの射線も Ot に対する傾を増して $O'l$ に平行になりますから、 Ox の上の射影の長さは限りなく零に近づくでありましよう。ローレンツ短縮の正確なる知識をこの図形からも得られることが之等の考察から判りましよう。



第九図

尚第一及び第二の観測者の全く相対的であることに關し誤解のないように附言しておいた方がよいと思ひます。即ち棒が若し第一の観測者に対し静止しているときに第二の観測者の判断を問うこととした場合には、私たちは後者を本位にした様に図を書きな必ず必要があります。つまり Ox' と Ot' とを垂直に交るように表わしますと、 Ox' と Ot' とは ϕ なる角だけ開いて見えています。(この事は勿論双曲線的平面を通常のユークリッド平面のうゑに図示しようとするために起るのです。) そうすれば棒 AB の両端の世界線は Ot に平行であつてその

の Ox' 軸に於ける射影は AB' に等しく、これはやはり AB に比べてローレンツ短縮を生じていることが判るでありましよう。

棒の長さ^つに就て右に述べたのと全く同様な事が時計の進みに就ても云われます。時計が先ず第二の観測者に対して静止しているとしましよう。そうすれば之^{これ}が示す時間的継続は Ot' に平行な或る長さ ST' であらわ

されます。そこでこの時間の始めに時計のある場処での時刻を第一の観測者がどう見ているかということ、世界点 S から O_x に平行線を引いて O_t 軸を切る処を求めればよいでしょう。又この時間の終に相当する時刻は T' から同様に平行線を引けばよいのです。この二つの平行線が O_t から切り取る線分は即ち第一の観測者の測る始と終との時間的隔たりでなければなりません。私はこの図形を第九図に描きあらわす方が大きさの関係を見易くすると思います。何故ならば双曲線の直角三角形の直角に隣る一つの辺はその斜辺より大きいという性質をもっているからです。第九図の $ST'T'$ は T に於て直角なる双曲線の三角形でありまして、 ST は ST' よりも大きいのです。そうしてこの ST は丁度前の説明により第一の観測者から見た時間に相当するでありましょう。即ち第一の観測者は彼に対して動いている時計を見ると自分のよりも遅く進むように見えるのです。この関係は第二の観測者に取りても同じでなければならぬので、彼が相対的に動いている第一の観測者の時計を見ていれば、やはり自分のよりも遅れてゆくように判断しているのであります。つまりこの両者は互に他方の時計が自分のよりも遅れていると主張するのであります。二人の観測者を A 、 B と名けて見ると、 A が自分の時計を丁度十二時を示すものと思つているときに、 B は同じ A の時計を見てまだ十一時幾分にしかならぬと云つたらば、逆に B が自分の時計の十二時であると思つたときに、 A は其の時計を見るとやはり十二時にはなっていない筈なのです。この事情は A と B とが互に運動していて遠方に離れていることから起るのであります。ここで私が注意しておきたいことは、若し A と B とが或る同じ場処に同時にいて両者の時計を合せた後に、互に運動をなしてから再び或る場処に再会したとしたならば、両者の時計はどうなつていゝかであるかと云ふことは、直接に上の関係だけからは定まらないという事実です。 A から見れば B は運動しているのであるし、また B から見れば A が相対的に運動しているのですから、両者が各の時計の進みをこの相対運動だけから比べることは出来ません。それをするためには、

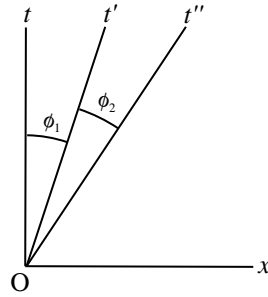
両者が各おのどんな世界線に添うて運動して来たかを比べて見なければなりません。世界線の形及びその長さはどんな観測者から見ても一定なのでありますから、それで始めて比較が出来ることになります。そうしてこの世界線の長さは実はその観測者自身が自分の時計で測つた時間を示しているのであります。この事は尚なお次編に於ての説明にゆずりますが、ここでは相対的運動に於ける時間の判断の相対性からすぐに斯か様な場合の二人の観測者の時計を比較することは出来ないのを明らかにしておきたいと思つたのです。

四 速度合成の法則

相対性原理は光速度不変の法則を最初に仮定しています。二人の観測者 A 及び B が一直線上を互に遠ざかつてゆくとして見ましよう。A が B の走り去る方向へ光を送り出したとします。A はこの光の速さを測りて c なる値を得るといたします。B は之と同じ方向に動いてゆきますけれど、光の速さは彼に対してやはり c でなければなりません。しかも光速不変の法則によれば常にそうであることが仮定されているので、B がだんだん速くなりてそれ自ら A に対する速さが限りなく c に近づいたとしても、光はやはり A および B に対し同じく c なる速さを保たなければならぬのです。一寸ちよつと見ると斯か様なことは一つの迷バラトックス理の如くに思われます。併しかし之等は当然ミンコフスキーの双曲線の空間の性質に含まれているのであります。

これだけの事実から相対性理論に於ては一般の速度合成の法則が従来の力学に於て知られているものは、甚だ異つてゐることが既に解るであります。私たちが地上に立つて例えば汽車の走るのを見る代りに、自動車に乗りて、汽車と同じ方向に之を追い走りながら見るときは、汽車は著しく遅く進む様に感ずるでしょう。若し汽車と同じ程の速さに走りながら見ると、恰あたかも汽車が自動車に対して止まっている様に感じられます。若し又自動車と汽車とが互に逆の方向に走はせ違つたとしたら非常に大きな速さで互に遠ざ

かつては見えるでしょう。之等の場合に単に地面に対する両者の速度の差又は和が相對運動の結果としてあらわれるからであります。然るに私たちが相對性原理に於て之と大に趣を異にした事實を見るのです。汽車の代りに光の伝わるのを想像して見ます。私たちはどんなに速い自動車で之と同じ方向に走っても又は逆の方向に走っても、光は遅くも速くも見えません。やはり地上にいて測つたのと同じことなのであります。つまり光の速度は之に何を加えようとも、または之から何を減じようとも、其の値を變化しないのです。かような加減算が光に対してゆるされなければなりません。



第十圖

私たちは推理をたやすくなし得るようにもう一度従来速度合成の場合にもどつて考えてみましょう。そうしてその場合に或る一つの速度に何を加えても又は之から何を減じてもその値を変えないようなものがあるかどうかを尋ねてみましょう。私たちは之に対して無限大の速度というものを見出します。無限大の値に有限の何ものを加減しようとも、やはり無限大なのであります。丁度この無限大の速度が相對性原理に於ける光速度に相当すべきことが判りましょう。私たちは既に一方に於て光速度が無限大の値を取つたときにミンコフスキーの世界の構造は双曲線的から直線的に変わり、そうして従来力学に於ける時間及び空間の關係に移つてゆくことを見ました。他方に於てまた相對性原理に従えばすべての觀測者同士の相對的速度も、亦すべての物理的現象の各觀測者に対する速度も、どんなに大きくなつても光の速度を超ゆることが出来ないことを見ました。之等の事實は悉く光速度が一つの極限の速度をなし、恰も従来力学に於ける無限大の速度に相当していることを示しているものです。

相對性原理に於ける一般の速度合成はこの結果としてかなり複雑になっています。一人の觀測者 A の時

間軸を Ot としますと、之に對し或る速度 v_1 で Ox の方向に動いている觀測者 B の世界線は $xO\tau$ の面内にありて Ot と ϕ_1 なる角をつくる Ot' であらわされます。更に B に對して v_2 なる速度で同じ方向に動いている第三の觀測者 C の世界線は同じ面内で Ot' に對し ϕ_2 なる角をつくる Ot'' であらわされます。この場合 Ot'' が Ot となる角は ϕ_1 と ϕ_2 との和に等しいのですけれども、 C が A に對する速度は v_1 と v_2 との和ではありません。之は計算の結果

$$\frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

となるのです。 c は光速速度です。この式で例えば v_2 が増して c に等しくなつたとしますと、之に更に v_2 を加えた結果は

$$\frac{c + v_2}{1 + \frac{v_2}{c}}$$

となり、やはり c に等しくなるのです。丁度光速速度不変を満足していることが判りましょう。

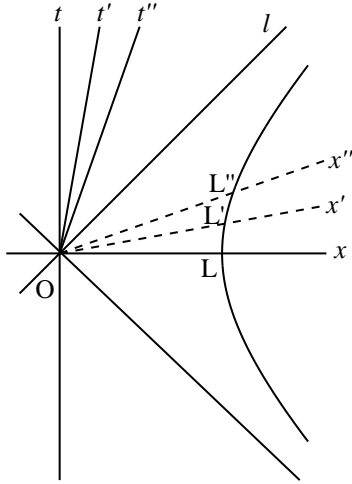
次に若し v_1 と v_2 とが同じ方向でなくて互に異なる方向にあるとしますと、 Ot 、 Ot' 及び Ot'' は同じ平面になります。第六図又は第七図にあつた様な双曲線を OH が 1 に等しくなる様を選び、之を v_1 、 v_2 の方向及び Ot で定まる三次元空間内で Ot' のまわりに廻転しますと、双曲線の面を描きますから、この面を Ot 、 Ot' 及び Ot'' は三点で貫くであります。そこでその面上の最短距離で此三点を結びつけると、双曲線の三角形が出来ます。此場合に tt' 及び tt'' なる二辺がそれぞれ v_1 及び v_2 なる速度に對する關係は丁度第三の辺 tt'' が合成速度に對する關係と同じになるのであります。 v_1 及び v_2 が互に α なる角をなしているとき、この合成速度は、

$$\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2 \cos \alpha - \left(\frac{v_1 v_2 \sin \alpha}{c} \right)^2} \\ 1 + \frac{v_1 v_2 \cos \alpha}{c^2}$$

となることが計算せられます。

右の事実から等加速運動と云うことに就て疑問が起らなければなりません。等加速運動と云うことは同じ時間毎に同じづつの速度が加わってゆくのであると解しましたが、この同じ時間とか同じ速度とか云うのは誰の判断によるのであるかを決めなければなりません。簡単のために直線運動の場合を見ましよう。前に述べた関係で ϕ_1 と ϕ_2 とを等しいとしても A なる観測者から見ると速度は二倍にはならないのです。実際 A から見て同じ時間に同じだけ速度が増すと、速度は遂には限りなく増すことになるので、それは相対性原理では不可能になるのであります。それで等加速運動と云うことを、A なる観測者からでなしに、之に對し動いている物体に固着し之と運動を共にしている観測者から云うのであると解すれば、斯様な不都合はありません。そうして斯の等加速運動をあらわす世界線は、世界の截断面に於ける双曲線であることが容易に判ります。速度がだんだん増してゆけば遂には光速度に近づくのでありますから、この双曲線は光速の世界線を漸近線にもつことが考えられます。光速を 1 と測るような単位を用いれば漸近線は空間及び時間の軸に等しい傾きをなすのです。今この運動物体が観測者 A に対し静止している時刻を時間の原点として測りますと、之の等加速運動をあらわす世界線は、空間軸 Ox を垂直に過ぎり光速の世界線 Ol に漸近する双曲線であります。これを理解するために私たちは物体に固着して共に動いてゆく観測者を考えて見ましよう。等しい時間を経過する毎に一定の速度を増すのですから、この観測者の時間軸は一定の角度 ϕ だけずつ Ot から傾いてゆくでしょう。之れを Ot' といたします。之に相当した空間軸を Ox' としますと、夫等

は Ox からやはり同じ角度 ϕ ずつ傾きます。この空間軸が世界線を切る場合、即ちその時間の経過毎に、世界線の接線は Ot' 、 Ot'' 等に平行になっていなければなりません。今 ϕ を無限小に取りて Ox から順次 Ox' 、 Ox'' 等を引き、又 Ox 上の一点 L から順次 Ot 、 Ot' 、 Ot'' 等に平行なる方向を取る様に、線を繋いでゆくときはその極限に於て第十一図の如き双曲線となるのでありましよう。それは即ち L から始まって光速度まで増す等加速度運動をあらわすのです。 Ol の距離は加速度の大きさによって定まります。 Ol の短い程、双曲線の彎曲度が多くなりますから、それは加速度の大なることを意味します。精確に計算すれば丁度 Ol はこの加速度に逆比例するのであります。



第十一図

斯様な等加速運動が相対性理論に於て大切なものであることは始めてボルンが示したので、之をボルンの双曲線運動と名づけることもあります。等速運動の世界線は直線であらわされますが、之から外れるものうち最も簡単な世界線は右の双曲線であるということになります。それで一般のもっと複雑な世界線もその極小部分を取ればこの双曲線によりて近似的に云いあらわされるのでありましよう。それは恰も通常物体の描く曲線軌道の極小部分を適当な半径の円によりて近似的にあらわすことが出来るのと同様であります。この場合の円の半径に相当して、双曲線の特質を与え

るものは前図の Ol なる長さであります。

五 光速度を超ゆる速度の吟味

相対性原理に於ては私たちの実在的に認める最大の速度は光速速度であることを要求しています。これが果してすべての実験的事実と相容れるかどうかにか就ては少しく慎重に考慮しておく必要があると思ひます。

最初に私は一つの例を挙げてみましょう。今一人の観測者 A と之に對して動いている長い車があるとして、車の上にはその動く方向に一列に並んでいる沢山の人があつて各正しい時計を用意しています。この沢山の人が申し合せて自分自分の時計が一樣に十二時を指すときに手をあげて合図をすることにします。この十二時の合図をさきの観測者 A が見ていたならどんな現象が起るでしょうか。これを容易く知るために私たちは世界空間を考へて見ればいいのです。A から見て車の運動の方向を Ox 軸に取り時間軸を Ot に取ります。車上の人は之に對して動いていますからその世界線は Ot に對し例へば ϕ なる角だけ傾いています。時間の原点を適當に選べば之をやはり O を通る直線 Ot' あらわすことが出来ましょう。車上の人が判断すればこの Ot' は時間の軸にならなければなりません。そして之に相當する空間の軸 Ox' は Ox に對しやはり ϕ だけ傾きます。車上に並んでいる人が同時刻として見る現象はこの空間軸 Ox' に平行な直線であらわされなければなりません。之は彼等には同時刻なのですけれど、観測者 A に對してはもはや同時刻ではないのです。何故なればこの世界線は A の空間軸 Ox に對し傾いているからです。そこで A は車上の人々の十二時の合図を同時刻的とは見ずに、却つて x の増すに従い遅れてゆく様に見ています。言い換へれば手を挙げると云う合図の現象が先ず x の小さい方の場処からだんだん向うへ伝わつてゆく様に思ひます。その伝わる速度は世界線の Ot 軸に對する傾きによりて定まります。而もこの場合にそれは光速速度を超えていること勿論であつて、若しこの世界線が O を通るとすればそれは明かに間在圏のなかへ過ぎるものであります。斯の事實は第三節に述べたことと矛盾しはしないでしょうか。

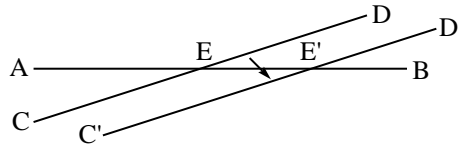
この疑問は右に仮定した合図の性質によりてすぐ解決せらるべきものであります。各の時計が十二時を

指すときは手を挙げるといふことは、あらかじ 予め申し合わせてはありますが、その一々の行為は互に独立なのであつて因果的に結びつけられているわけではありません。隣りの人が手を挙げたためにその次のものはその影響をうけて手を挙げるようになったのではないからです。つまり合図が光速度以上の速さで伝わるように見えると云ふことは直接に因果的な現象ではなく、単に独立な現象が一定の時間を隔てて各の場おの処に起つたといふのと同様なのですから、少しも不都合はないわけでありませう。若もし 約束的に手を挙げる代りに、隣りの人の欠あくびが次の人に伝わるというような生理的現象があつて、それが因果的に起るものであるとしたならば、それは決してどんな観測者から見ても光速度以上に速くは伝わらなかつたでありませう。

物理的の現象のなかに光速より大きな速さのものを探してゆくと私たちは剛体内の圧力伝達という作用を見出します。併しか 剛体というものは理想的に想像されたものであることを注意しなければなりません。私たちの實際に経験せる物質はすべて一定の弾性をもっているものであつて、之を圧すると、その力は有限な速さをもつて伝わりませう。剛かたいもの程この速さは大きいので私たちはとうとうその理想的の極限を想像し、圧力の無限大に速く伝わるもの、従つて圧力によりて少しも形体を変えない程剛かたいものを仮定して之を完全な剛体と名づけたのでありませう。斯かよう様なものは力学のうえに最も簡単な性質をあらわすから理論の便宜上導かれたのであります。けれど私たちは相対性理論に於てはもはやそう云う極限的性質を考へることは出来ないで、弾性体の極限としては、圧力伝達の速度が光速度に等しいものに止めなければならぬのです。即ち同時に力の伝わる様な剛体というものは否定されなければなりません。況況して同時的といふことが観測者の判断によりて変化することを考へ合せると、それによりて定義されるものは、物理的の普遍性を有しないことにもなります。そう云う剛体を否定すれば少しも不都合は起らないでせう。

私は之これに關聯かんれんしてもう一つ実験的の例を挙げませう。今二本の長い真直ぐな棒 AB 及び CD を取りて之を僅か

傾けて重ねたとします。この一方例えばCDを一定の速さで夫れ自らに垂直の方向に動かしたとしますと、之がCD'の位置に来る間にABと相重なれる点EはE'まで動きます。ABとCDとの傾きを小さくすればする程、EがE'へ移る速さは増します。たとえCDの移動の速度を一定にしておいても私たちは傾きを減ずることによりて、Eの移動の速度を限りなく大きくすることが出来るでありましょう。之が光速度を超えることは差支えないでしょうか。



第十二図

この問題を解決するに当りて先ず注目すべきことは、交点の移動は棒CDの移動と因果的に結びついていると云うことです。従つて、Eが光速度以上に速く動き得るかどうかという疑問の一切は、棒CDが夫れ自らに垂直に同時に動き得るかどうかと云うことに係わりて居なければなりません。そこで見遁してならないことは「同時的に」という言葉なのであります。眼につかずに見過してしまい易いこの点に謎らしき秘密が隠れているのです。私たちは改めて問うて見なければなりません。棒CDを夫れ自らに垂直に「同時に」動かすことが出来るであろうかと云うことです。若しこの棒の或る一箇処に力を加えて動かす出させるとすれば、これがどんなに剛い棒であろうとも、同時的にはすべての点に其の作用が伝わりません。それは光速度より速くは伝わらないのですから、従つて遠方の点は瞬時的にはまだ動き出さずに居ります。つまり棒はこの場合に曲つていたのである、それが移動しても、ADとの交点の移動はそれが曲らずにいる場合よりも遅れるに相違ないのであります。

この事情を考慮すれば交点Eの移動の速さは光速を超えることの出来ないのを証せられるでありましょう。若し又棒を動かすのに一箇処に力を加えるのではなくて、全部同時に力を加えて動かしたとすれば、そ

の結果は第十二図に示すようになりEは実際光速より速く動くことが出来ます。併し同時的に力をすべて
の点に加えるためには、丁度この節の最初の例に於ける合図の如く各処に於て予め約束されなければなら
ないのであつて、それは同じ一つの作用の結果ではなく、各独立の作用と見なければなりません。この場
合にはEが移動すると云うことは実は之等の独立の現象の結果が順次に起つたと云うに過ぎません。CDが
一本の棒でなくて、切れぎれのを一直線に並べておいたとしても同じになるのです。従つてEが
光より速く移動してもそれは不都合ではないのです。

私は序にここに、一つの棒の或る点を固定してこの棒を廻す場合を考えてみましょう。若し棒が真直ぐ
に保たれているとすれば、棒の先端の速度は、その長さを十分に長くすることによりいくらでも速くなる
でしょう。併し之はやはり実現の出来ないことであつて、棒の各点の速さはどんなに増しても光速を超え
ることは出来ず、棒は斯様な廻転の場合に真直ぐになつてゐることは出来ないのです。円柱を軸のまわり
に廻転するときでも同様の現象が起らなければなりません。但しこの廻転の場合には単なる速度ばかりでな
く加速度があらわれますから、之に対しては尚お後の説明を待たねばなりません。又観測者それ自らが廻
転するとき、非常に遠方にある物体が之と相対的に異常な速度を得わせぬであらうかと云う疑問につ
いても同様に後に論じます。

速度に關してもう一つ問題にせられのたは、或る特種の物質内に於ける光波の速度についてであります。
光に關する物質の屈折率と云うものは通常真空中の光速度に対するその物質内の光速度の比として知られ
ています。それ故屈折率が1より小さな物質のなかでは光は真空中に於けるより、もっと速く伝わるので
なからうかと云う疑問があります。併しこの場合に物質内部の光速度として云いあらわしているのは、ど
う云うものであるか。その意味を究めなければなりません。光の反射や屈折の法則は光の定常的状态に

於て成立つのです。即ち光波が絶えず同じ有様ありさまに反射面及び屈折面に到着して、その始めや終の影響のない場合なのです。このときには光の振動はすべての場処に存在しているのです、そのうちで振動の位相の等しい相隣れる点を結びつけたものが光の波面をつくっているのです。つまりこの波面は位相の等しい点の並列に過ぎないのです。そうして私たちがこの場合に光の速度と云うのは、この波面の進行の速度なのでありますから、それが或る特種な場合に真空の光速度を超えたとしても、この事實は前の諸例に於ける合図の進行や、一直線上に並べられた「繋ぎ棒」が動くために之と他の棒との交点の進行するのと比ぶべきものに外ならないのです。之これに反して物質のなかでほんとうに光のエネルギーが進むのは、因果的に起る物理的現象であります。之これがどんな速さで伝わるかを見るには、定常的の状態でなく、光線の先頭の進む模様を究めなければならぬので、なかなか困難でありますが、ソムマーフェルドは之を詳しく論じてすべての物質の内部で光の先端の進む速さは真空に於けるものに等しいことを証しました。これでいろいろな事情が明らかなにされたのであつて、等位相面としての光波面の速度が之より速くなることは相対性理論と矛盾するものでないことも尚なお確められました。又針金を伝わる電磁波の場合にも之と同様なことがあるのをソムマーフェルドは指摘して居ります。

第五編

一 特殊相對論的剛體

前一編に於て述べた相對性原理は^{つね}に一定の速度を有する相對運動に向つてのみ嚴格に成り立つのであつて、加速度ある場合には當て嵌めることが出来ません。實際に於て力学の原理たる慣性及び力の法則は物質の質量中心に固着せる觀測者か若しくは^{これ}之に對して等速運動をするものに向つては成り立ちますけれども、^{これら}之等^{これら}に對し加速度をもつてゐる觀測者に向つては^{これ}之を移すことは出来ないのです。即ち^{かまう}斯様な觀測者に對しては私たちは適當な力学的法則を立てることが出来ないのであつて、^{これら}之等の立場は最初から否定されなければなりません。之は果して至當であるかどうかは重大な問題であり、まして既に早くから議論もあつたことであり、又之^{これ}に關する見解を全く新らしくすることによりてアインスタインは驚くべく一般的な相對性を求むることが出来たのでありますけれども、それらは第六編に譲つて、ここでは従來の如く^{ごと}加速度を除外して論ずることにします。この立場即ち^い謂わゆる特殊相對性は私たちが一般的相對性を知つた後でも、近似的には實際に必要なことが多いのですから、^{これ}之を考究するのは無益なことではないと思ひます。

觀測者の加速度をすべてないものと仮定しますけれども、實際の物体は力にはたらかれて是非とも加速度を得るようになります。そうすれば物体に固着した觀測者を考えようとするときにはどうしたらいいでしょうか。私たちはこの場合に或る^{みな}瞬時に物体のもつ速度を眼にとめ、その前後の極小な時間には物体はこの速度で動いているものと見做し、^{これ}之と等しい速度の觀測者を想像すればいいのです。^{かよう}斯様な觀測者から見た場合に物体は「静止状態に^こ轉換」せられたと申します。この見方は物体のどんな運動に就いても可

能であるとは言われませんが、少くとも之の可能である場合(1)に私たちは先ず力学的法則を作ろうとしているのであります。

力学的に一番簡単な物体はいわゆる質点であります。之は一つの理想的な場合でありますけれども、実際に大さある物体の運動が近似的に、又は特種の制限のもとには嚴格に質点の場合に帰せられることが多いので、理論上大切になるのです。質点の世界線が通常の意味で角立たないとき、即ちどこでも接線を持ち得るときには、いつもそれを静止状態に転換することが出来ます。そうしてこの接線に平行に世界原点から直線を引けばこれがその点に固着せる観測者の時間軸になります。

大さのある物体になると極めて特種な場合の外は之を静止状態に転換することが出来ません。これの可能なのは物体が移動するときだけです。ここに移動と云うのは物体の内部のすべての点の運動が皆互に平行に起るようなものです。従つて一つの点がどう運動するかが定まれば他のすべての点の運動も一義的に決定されます。そう云う物体の運動をあらわすには、任意の一点の世界線だけで足りません。それですから之は質点の運動と全くその性質を等しくしているのです。

併しながら相対性理論に於ては大さある物体と質点との間に尚お一つの相異が存在します。それは物体はすべて運動によりてローレンツ収縮を生ずると云うことです。昔の力学に於ては形体の常に不変なるような理想的の物体を考え之を剛体と名づけましたが、そうしてそれは前編の終に述べたような弾性体の理想的極限の場合と一致させることが出来ましたが、相対性理論ではその両方とも不可能となつてしまつたのです。圧力伝達の速度の最大な場合にそれは光速度を超えることが出来ないと共に、一方に於て形体の絶対に変らないものはなく、どんな物体でも運動によりて収縮しなければなりません。それ故相対性理論に於て可能なる理想的な物体としてどんなものを取つたらいいかという問題が起ります。ボルンは物

体を静止状態に転換したときに形体の常に同じであるものを仮定し、之を相対論的な剛体と定義いたしました。斯様な剛体は各瞬時の速度に依じて、ローレンツ収縮をなすものでありますから、この關係に於て質点とは異なっています。言い換えれば大きさを有しない質点は相対性理論に於ては實在の物体の最も簡単な極限として見做すことは出来ないと言ふことになります。少くとも質量その他の物理的量の分布的密度を是非論じなければならぬ相対性力学等に於ては、私たちは常に或る体積　それは無限小であろうとも　を物体にもたせて考えなくてはならないのです。

ボルンの剛体は之をいつも静止状態に転換したときに同じ形体を保たなければなりません。従つてこの剛体が実現し得る様な運動には或る制限が与えられます。前に述べました移動のような運動では物体内の一点を静止状態に転換すると同時に他のすべての点もそうなります。そうしてそれらの点の世界線は皆平行になつていきますから、或る瞬時に静止状態に転換した形態をその儘次の瞬時の静止状態に重ねることが出来ます。之は剛体の定義と一致するのであつて、言い換えればボルンの剛体は移動して位置を転ずることが出来ると云ふことになります。けれども一般の運動はこの移動の外に廻転運動が加わつてあらわれまゝす。それが剛体に取りて可能であるかどうかは廻転に就て考慮して見なければなりません。

廻転といふことは一つの軸が固定されて、各点がそのまわりに円運動をするといふことであります。点が軸から遠ざかるに従い円運動の速度は大きくなります。それ故或る一点を静止状態に転換しても軸からの距離を異にする他の点は静止にならないのです。この事情のために移動に比べて困難が生じますけれども、そのうちで絶えず一樣な速さで廻転している場合は比較的簡單であります。私達は各の点の近所の極小部分毎に之を静止状態に転換して見ますと、その形体は常に不変に保たれていることが解ります。それ故ボルンの剛体の定義と相容れるのであります。併しこの事は一樣な廻転速度の場合に限ります。若しそ

の速度が少しでも変ればもはや各部分は静止状態に転換されたときに同じ形になりません。これは明らかに次の事実によりて証明せられるでしょう。簡単のために一つの円柱が静止している場合と、或る速さで一樣に廻転している場合とを比較してごらん下さい。円柱の半径が R なるときにその周辺の長さは $2\pi R$ である筈です。然るに廻転せる円柱の小部分を静止状態に転換したとすれば、半径の方向には運動がないから合せて丁度 R になるでありましょう。けれども、周辺に沿うてはその方向に運動がありますから、之と共に動いている観測者の測つた長さは各小部分に於て、この運動を共にしない観測者よりも大きくなっている筈であります。従つて後者が $2\pi R$ と云う長さに対して前者の合計は之より大きいわけでありましょう。この事實は最初エーレンフェストによりて指摘されましたので、エーレンフェストの迷^{パドック}理と呼んでいいます。ところが実際の事情を尚^なお考えて見ますと、前者は円柱の各小部分を静止状態に転換して測つているのですから、その転換した形態は、円柱が実際に静止していた場合とは異つていなければならぬことが之でわかります。即ち円柱は静止から或る速度の廻転に移るまでに、之の各部分はボルンの剛体の定義を満足することが出来ません。つまりボルンの剛体はたとえ一樣な廻転を最初から続けていることは出来ません、⁽³⁾ 静止から之に移ることは出来ないのです。従つて事実上これは不可能になるのであつて、一般に物体の運動の自由度は単に移動に対してだけでもつていと云つてよいのです。

ボルンの剛体の廻転が不可能になつた理由はどこにあるか。なぜ運動の自由度が制限されなければならぬかという疑問はここになお残つています。之は極めて重大な問題に相違なかつたのですが、畢竟これは何故に加速度をもつての観測の立場が許されないかということと直接に關聯してゐるのであります。そうしてこれは後にアインシュタインの解いた一般的相對論を待つて始めて答えられるのであつて、それ迄はその儘触れられずにあつたのです。私は後に此の問題に言い及ぼすでありましょう。

尚^なお弾性論の方から最も変形度の少ない弾性体を考えて、理想的な物体とすることは、ボルンの剛体のように運動の自由度を制限しない点に於て實在の物体に近づくことが出来ます。併^{しか}しながらこの物体の変形に就^つては、純粹に運動にのみ關して、弾性に関しないものがあるのですから、通常の意味の弾性力学とはやはり異つて論じられなければなりません。ローレンツ収縮に於て既にそうであり、また前述の円柱の変形に於てもそうなので、之等^{これら}の変形はたとえ物質が存在しない抽象的空間を想像しても、觀測者との相對的運動によりて實現すべきことを注意しなければなりません。この意味に於てボルンの剛体^{ごと}の如きはやはり弾性論によらずして考えられていいのであると思ひます。

註

- (1) 斯様な運動を準定常的 (Quasistationary) と申します。
- (2) 半径の円が^{2次元}にならないのは、非ユークリッド幾何学の特徴です。即ちこの場合に円柱の占める空間がそう云う非ユークリッド空間であるという見方をゆるせば問題は別になります。次篇で論じられるのはつまり之に外ならないのです。
- (3) 軸から遠い点の速度が光速度を超えてはならないという制限がこの上にも一つ加わらなくてはなりません。之は同時刻的に或る半径上の点に目じるしをつけても次の時刻にはそれは一直線にならないと云う結果を来します。尚お第六編を参照せられたい。

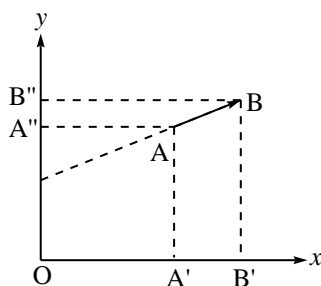
二 世界空間と物理的暈

相對性原理はすべて自然法則が觀測者の相對運動によりて変化しないことを要求しています。然^{しか}るに觀測者の相對運動はミンコフスキーの世界空間に於て時間及び空間軸の廻轉として云いあらわされることを前に説明しました。そうしてこの軸の廻轉に際して変化せずに残るものとして私たちは世界空間そのもの

並にそのなかに想像される幾何学的形体を指摘する事が出来ます。ミンコフスキーは之だけの事実から次の大切な命題を導きました。それは

「自然法則のなかに入るすべての物理的量は、時間及び空間の作る四次元世界に於ける幾何学的量としてあらわすことが出来る」

と云うのです。ここで幾何学的量といふのはいろいろな幾何学的形体によりて大きさ及び方向等を代表させたものですが、これらは軸の廻転には無関係に世界空間に定まったものでありますから、従つて之等の諸量間の関係式として自然法則が云いあらわされるならば、亦どんな観測者から見ても変わらないと云うことになります。このミンコフスキーの命題は自然法則を幾何学に依存せしめる点に於て極めて重要な且つ興味深いものであります。相対性原理がその不思議な関係を一般に是認せしめ、驚くべき革命を成し遂げることが出来たのは、悉く之に基くと謂つてもよいのです。私たちはこの意味に於て常にアインシュタインと共にミンコフスキーの名を忘れてはなりません。



第十三図

一般の幾何学的量の特徴は大きさの外に位置的關係をもつていと云うことです。之等の量を一般の多次元解析幾何学におきましてはテンソルという言葉であらわします。尤もこの場合に位置的關係と云いましたのは、その現在の場処をいうものではありません。場処はどこに在るとせられてもいいのですが、只その形体が座標軸に対してどんな關係に向けられているか、即ち広い意味に於ての「向き」をあらわすのです。この向きと大きさを完全に決定するためにはいくつの独立な數量を必要とするかは、空間の次元数と形体の性質とによりて違います。たとえば直線的線分 AB が平面の上に与えられているときは二つ

の独立な量で足りません。互に垂直な二つの座標軸 Ox 及び Oy を取りて之の各へ射影した長さ $A'B'$ 及び $A''B''$ を以て定めることが出来ます。なおこの場合に A から B に向いた方向を正とすれば、第十三図のような場合にはそれは射影の上で軸 Ox 及び Oy の正の方向と一致するから、その長さ $A'B'$ 及び $A''B''$ を正量としていいあらわせばよいのです。(之に反し若し B から A に向う方向を正とすれば、両射影の長さを負量としてあらわします。) 又射影をつくる代りに、 AB の正の方向が軸 Ox 若しくは Oy の正方向となす角と、 AB の長さとの二つの量で定めることも出来ます。 AB を平面上に想像すれば右の如く二つの独立な量で定められますが、之が三次元の空間にあるとすれば、三つの独立量が要ります。一般に n 次元の空間では直線の線分は n 個の独立の量で定められるのです。斯様な量を特に第一階級のテンソル若しくは単にベクトルと申します。

次に線分の代りに平面形 F を考えて見ましよう。若し之が第十三図の座標面 $OxOy$ の上にあるときは、位置的関係としては単に表裏の変化だけであります。即ち私たちは F の表側と裏側とを区別し之がどちらに向いているかを決定しなければなりません。この区別は通常次の方法で規約します。 F の面積の周囲に沿う廻転方向を、面の表側から面に向つて見たとき、いつも左廻りになる様に定めます。同様に座標面 $OxOy$ に於て軸 Ox を Oy の方に廻転させる方向が左廻りに見える側を、その表側といたします。そうして若し F の表側が座標面の表側と一致している場合に、 F の向きを正となし、之に反する場合を負となし、面積の大きさに正負量を区別してあらわします。つまりこの場合には F なる平面形の大さと向きとは、正負量を含んだ面積量只一つであらわされます。併しこの F なる平面形が三次元空間のなかにあつたときにはその大きさと向きとは三つの独立量で始めて定められます。即ち空間のなかに互に直角に交る二つの座標軸 $OxOy$ 及び Oz を取り、之等の軸の二つ宛が作る三つの座標面 yz 及び xy の上に F を射影してその大きさを測り、なお F の表裏を区別する廻転方向が射影の上で夫々 Oy から Oz 、 Oz から Ox 及び Ox から Oy に向う廻転と一致する

か否かによりて之に正負を区別するのです。この場合には三つの独立量で大きさと向きとが定まるといふ点でベクトルと同じことになりまますから、三次元空間だけを取り扱っていた従来の物理学では規約的に之等をベクトルで置き換えてしまっていました。即ちこのベクトルの大きさを平面形の大きさに等しく取り、その正の方向を平面形の表側の垂線と一致させることにしました。斯様なことは併し三次元空間にのみ当て筋るのであつて、私たちが次に四次元空間に進んで考えたと、平面形の大きさと向きとを定める量が多く要ることが判ります。四次元の場合に直角に交る座標軸を取ると四つありますから、その二つ宛で作られる座標面は六つになります。それ故一つの平面形 F は之等の座標面上の射影に正負を附することによりて定まるのですから、畢竟六つの独立量で決定せられるのです。之等の例で示されました通りに、一般に n 次元の空間のなかで一つの平面形の大きさと向きとをあらわすには $\frac{n!}{2!(n-2)!}$ 箇の独立量が要ります。この数は丁度 n のなかから二つ宛異つたものを取り出してつくる組合せの数なのです。之をもう少し一般にしまして n のなかから同じものなり異つたものなりを二つ宛取り出して錯列をつくと $\frac{n(n-2)!}{(n-2)!}$ 箇出来ます。之だけの独立量に幾何学的意味をもたせて、それで定まるものを一般に第二階級のテンソルと申します。平面形は之の特別の場合と見做してもいいのです。平面形に就て説明したことは立体に就ても当て嵌まります。 n 次元の空間のなかで m 次元の立体を考えると $\frac{n!}{m!(n-m)!}$ 箇の独立量で定まります。それから之を更に押し拡げてゆくと第 m 階級の一般のテンソルは $\frac{n!}{(n-1)! + m! - 1}$ 箇の独立量で定められることになりまます。

そこで今度は逆に簡単な場合に降りて m の零なるときを考えますと、上式を応用して、第零階級のテンソルはただ一個の量で定められることが判ります。斯様な量を特にスカラー量と申します。それから n 次元の空間のなかに同次元の立体を考えると、元来は第 n 階級のテンソルなのですが、やはり只一個の独立

量で定められる点に於てスカラー量と等しくなります。それで之を準スカラー量と申します。直線分、平面形、立体等を夫々二次元、三次元、四次元空間内に考えたときはそうなるのです。

以上の一般的の説明を済ませた後で、私たちはミンコフスキーの世界に於けるテンソルを考えて見ましよう。これは四次元空間でありて、そのうちの三次元は私たちの経験的の空間であり、他の一次元は時間であります。それ故このなかに一つの直線分を描きこれであらわされる第一階級のテンソル即ちベクトルを考えますと、四つの独立要素をもっており、そのうちの三つは空間の方への射影を定め、他の一つは時間の方向への射影を定めるものであります。若しこの直線分が世界線の一部であるとしますと、その空間への射影は空間内に於ける移動経路をあらわし、時間軸への射影は之に要した時間経過をあらわします。私は之を移動ベクトルと名づけておきましょう。この場合にすぐ眼につくことは、たとえベクトルの大きさは一定していても、空間及時間の軸の方向が変るに従つて其の射影の大きさが変ることです。つまり観測者の異なるに従つて移動経路と之に要する時間とはいろいろ異なるのです。しかも之等が相融合して不変な四次元ベクトルをつくっていることは著しい事実でなければなりません。ミンコフスキーが有名な「空間及び時間」と題せる講演の始めに

「今後、空間夫れ自ら及び時間夫れ自らは全く陰影のなかに隠れ失われて、独りその両者の或る結合のみが独自性を保つといわねばなるまい。」

と云つたのはかような事を指したのであります。

移動ベクトルは常に時間軸に対して二分の一直角以内の傾きをもっていなければなりません。即ち時間軸を傾けて之に平行な方向まで持つて来ることが出来なくてはならないのです。そうすれば空間への射影は消えてしまい、純粹に時間的経過をあらわすことになります。之に反して若し四次元世界に於ける或

る直線分が空間の一方向と二分の一直角以内の傾きをなす場合には、もはや時間軸を之に平行に傾けることは出来ないで、却つて之と直角の位置に持ち来ることが出来ます。そうすればこのベクトルは時間軸への射影を失つて純粹に同時的距離をあらわします。之を前の移動ベクトルに対して距離ベクトルと名づけましょう。この二つのベクトルはその時間及び空間軸に対する關係に於て代表的なものであつて、他の種々の物理的ベクトルもこの兩種の何れかと同様な關係にあります。ミンコフスキーは之等を夫々時間的及び空間的ベクトルとして區別しました。

右と同様に或る物体の長さとの物体が移動した世界線の長さとは四次元世界に於て等しく或る長さであらわされますけれども全く種類を異にしたスカラー量なのです。物体の長さは四次元世界のなかで距離ベクトルに沿つて測られるときに一義的に定まります。之はつまり物体と相対的に静止せる観測者の測つた同時的の長さなのであつて、前節の言で云えば物体を静止状態に轉換した場合の長さといふことになりません。又物体の移動をあらわすベクトルの大きさは同様に之と相対的に静止せる観測者の測れる時間的経過であつて、之はやはり一義的に定まる不変量であります。世界線が直線ではなくて曲つてゆく場合にも之に沿つた長さは右の如き一義的な時間的経過を示すものですから、この物体の移動に際してどれだけ時間が経つたかを一義的に云いあらわすために世界線の長さそれ自らを用いることは至当のことでありましょう。ミンコフスキーは斯様な時間を固有時と名づけました。之は相対性理論に於て最も大切なスカラー量の一つであります。

この外のいろいろな量に就ては 尚お次に述べましょう。

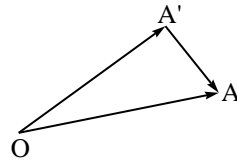
(1) ゾムマーフェルドは之を六元ベクトル (Sechservektor) と名づけ、之に対し通常の四次元のベクトルを四元ベクトル (Vierervektor) と名けました。前者は実際に電磁気力に於てあらわれます

三 力学の諸法則

前節に述べたように自然法則はすべて四次元世界のなかで不変であるように作られなければなりません。ミンコフスキーはこの仮定のもとに先ず力学の法則を改めました。そうして之は実験によりて確かめられるばかりでなく私たちにいろいろ大切な基礎的關係を教えました。

通常物体の運動状態をあらわすには三次元空間に於ける二つのベクトル即ち速度と加速度とをもってします。併し之等はもはや四次元世界に於ける不変量ではありませんから、そのままミンコフスキーの力学法則に入ること出来ません。彼は速度の代りに次の四次元ベクトルを考えました。即ち物体の移動をあらわす世界線の無限小の部分を取りて移動ベクトルを作り之とその部分の長さとの割合を取ったものです。之は勿論移動ベクトルと同じく時間的ベクトルであつて、しかもそれ自らの大きさで割ったものですから、絶対値は1になります。ミンコフスキーは之を運動ベクトルと名づけました。このベクトルの方向は即ち世界線の方向を示すもので、之が時間軸に対してどれ程傾いているかにより、物体の運動の速度を測ることが出来るのです。次にこの運動ベクトルが世界線に沿つて如何にその方向を変えるかをあらわすために、無限に近く隔たれる二点に於ける運動ベクトルの差をその二点間の世界線の長さで割つたベクトルを考えます。之は速度が変化する割合即ち加速度を測るもので、ミンコフスキーは之に加速ベクトルという名を与えました。運動ベクトルの大きさは常に1であつて変化しないのですから、

その差である加速ベクトルは運動ベクトルに垂直になります。第十四図でOA及OA'が二つの運動ベクトルの方向と大きさをあらわすとすればその差AA'の方向は、OAとOA'とのなす角が無限に小さくなった極限に於て之等両者の何れにも垂直になることは容易に了解せられるでしょう。夫故に運動ベクトルが時間的なるに反して加速ベクトルは空間的ベクトルであります。



第十四図

物体の運動状態をあらわすために右の運動ベクトルと加速ベクトルとが用いられる外に、私たちは尚お物体の惰性をあらわす量を考えなければなりません。之は通常惰性的質量又は略して単に質量と云うスカラー量をもってせられて居ります。併しこの質量は速度によりて変化するものであることが、電子の運動の場合に先ず理論的に、次で亦実験的にも証せられるようになりましたから、そうして又一方にすべての物体が電子から構成せられていることを認めるようになった上は、もはや一般に質量を四次元世界に於けるスカラー量とすることは出来ません。夫故に、ミンコフスキーは彼の力学法則をつくる場合に物体を静止状態に転換せるときの質量を考えました。之は物体の物質的内容の変わらない以上変化しない量でなければなりません。即ち四次元世界に於けるスカラー量であります。物体に固有な惰性、即ち観測者に対する速度に依らない惰性を之によりて測ることが出来ます。私たちは之に静質量と云う名を与えておきます。

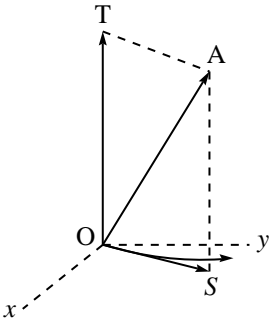
惰性と運動ベクトルまたは加速ベクトルとの外に力の概念を導き入れることによりて力学の法則は立てられます。力は明かに一つのベクトルでありまして、少くとも物体の速度が光速に比して小さいときには従来の力学と一致しなければなりませんから、私たちは物体を静止状態に転換した場合には静質量と加速ベクトルとの積をもって力に等しいと定める必要があります。けれどこの関係はその儘任意の運

動の場合に拡げることは出来ないのです。どこにその原因があるかという、物体の同時的の体積が観測者に対する運動速度によりて変ずるからであります。そこで私たちは不変的な関係を得るためには、各々の観測者から見えて一定せる体積例えば単位体積毎に成立つものを基礎的に仮定すればいいのです。即ち一方に単位体積の静質量を考え他方にこの単位体積毎にはたらく力を考えて、夫々静質量密度及び力の密度と名づけますと、茲に

$$\text{静質量} \times \text{加速ベクトル} = \text{力の密度}$$

なる関係を得ます。そうしてこれは四次元世界に於ける不変的なものであり、従ってミンコフスキーの力学の基本法則なのであります。ニウトン力学は一般には相対性理論によりて変改せられなければならぬが、ここに拘らず、此の基本法則に於ては其の形式をそのまま保たれていることは著しいことでありましょう。固よりこの法則は力や質量の概念の定義であると見られるのですから、何れかの形に於て保存せられなければならぬので、ニウトン力学の本質的な要素も之に於ては保たれているのです。そう見れば之に附随した近似的経験が多少の変更を受けたことは、ニウトン力学の破壊ではなくて却つてその補足と見なしていいのでしよう。

ともかくこの基本法則は大切なものであつて、之を従来^{これ}の法則と比較してその相違を明らかにしておく必要があるのです。その為にもう一度四次元ベクトルのことを考えて見ます。それは三次元空間への射影と時間軸の方向への射影と、二つの独立な部分から成立つております。例えば移動ベクトル OA (第十五図) があつたとき、その空間への射影 OS は通常の三次元空間に於ける移動経路をあらわし、時間軸への射影 OT は之に要する時間的経過をあらわすことは既に述べた通りであります。次に速度をあら



第十五図

らわす運動ベクトルは OA を夫れ自らの長さで割つたものですから、その空間への射影は OS を OA の長さで割つたものになります。通常の方法は之に反し OS を OT で割つたものですからそれだけ運動ベクトルの空間射影とは異つてることが解るでしょう。又運動ベクトルの時間射影は OT を OA の長さで割つたもので、従つて世界線が時間軸に対し傾く角の双曲線の余弦になるのです。更に私たちは加速ベクトルに進みますと、之は世界線に沿つての運動ベクトルの変化を世界線の長さで割つたものですから、その空間射影は必ずしも運動ベクトルの空間射影の変化を世界線で割つたものと一致しません。然るにこの後者は通常の加速度と比例するものですから、一般に加速ベクトルの空間射影はその方向と大きさに於て加速度と一致しないのです。ミンコフスキーの基本法則は力を加速ベクトルと比例せしめて居りますから、従つてその空間射影は通常の加速度と比例しないことになるのです。そうして之が力と加速度との比として定義せられる質量に複雑な関係を与える所以なのであります。

相対性力学に於ては力の密度と加速ベクトルとの比が静質量密度として物体に固有な量となるのですが、力と加速度との比はもはや單純にそのようなものではありません。上に述べたように速度の変化する場合に力と加速度とは比例しないのです。即ちその両者の方向が相一致しないと共に、その方向の差や大きさの割合は速度によりて異なつてゆきます。私たちはこの両者を比較するために運動の方向と之に垂直な方向とに両者の射影をつくりてその割合を取ります。そうして之を夫々縦質量、横質量と云つ名であらわします。之等の量が速度によりてどんなに変わるかと云つことを実験的に見出すならば、それが基本法則の一つの確めになるわけです。上の法則から計算すると、静質量が m_0 なる物体が速度 v で動くときの縦質量は

$$m_0 \sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

横質量は

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

であります。この関係は電子の場合に実験的に証明されました。⁽²⁾

加速ベクトルの外に運動量なる概念を導き入れますと、基本法則を稍異つた形に云いあらわすことが出来ます。通常運動量を質量と速度との乗積として定義すると同様に、四次元世界に於けるベクトルとしての運動量を静質量と運動ベクトルとの乗積として定義しましょう。そうすれば

運動量の時間変化の割合 = 力

と云う関係の成立することが容易く証明せられます。この関係のなかへは通常の力学の運動量の法則と共に、エネルギーの法則が対称的に含まれているという点で、極めて興味深く思われます。即ち四次元運動量の空間射影は通常の三次元運動量に比例するものでありますが、之に対して四次元運動量の時間射影はエネルギーをあらわすものと見られるので、その時間的変化の割合に等しい四次元の力の時間射影は、通常の三次元の力のなす仕事をあらわすことになります。エネルギーと運動量とが夫々一つの四次元ベクトルの時間的及び空間的射影と見なされる処に、ミンコフスキー力学の極めて本質的な特徴を帰することが出来ると思います。

斯様にして相対性力学は物体のエネルギー含有量として

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

なる値を与えることが算出せられます。この結果の大切な点は、それが物体の速度の零なる場合のエネルギー

ギーとして $m_0 c^2$ なる量を確定することです。従来の力学では運動のエネルギーのみを質量及び速度の函数として与えますけれども、物体が静止せる場合にどれだけのエネルギーをもつかに就ては何も規定してはいなかったのです。ところがエネルギーの全量が静質量に比例することを相対性原理は要求したばかりでなく、静止せる場合に於ては両者の比は単に光速の二乗に等しくなってしまうから、エネルギー恒存の法則はやがてまた質量の恒存をも直接に結果するようになります。この意味でエネルギーと惰性的質量とは同一根源の物理的量と見てもよいのです。そうしてこの事から私たちは光や熱の輻射の場合にそのエネルギー移動に相当した質量の移動をもゆるさなければなりません。ただ輻射エネルギーの静質量はかなり小さいものであることは次の例などで推知されるでしょう。ラジウムが一時間に放出する熱は一グラム原子即ち毎²²⁵グラムにつき³⁰²⁴⁰カロリーであることが実験的に知られています。これは 1.27×10^{13} エルグのエネルギーに相当し、従つてその静質量は $1.27 \times 10^{13} \div (3 \times 10^{10})^2 = 1.4 \times 10^{-8}$ グラムに過ぎません。現在に於てはかような小さな質量の差をその運動に対する惰性によりて測定することは到底不可能ですけれども、その重さとの關係に於ては或は測れないこともないのです。尚おこの重さの問題に就ては後に述べます。

質量とエネルギーとは昔は全く異つた種類の量として解せられていましたけれども、それがまるで關係のない独立のものかどうかは、そう速断することは出来なかつたのです。質量はその重さとの密接な關係によりて多少直接経験によりて知ることの出来るものでしたが、エネルギーに至りては実ははなだ間接につくられた概念に過ぎなかつたのです。その増減は物体のなす仕事によりて測られるといつても、これは決して直觀的に知られるものではありません。それが実質的な何ものかのように思惟せられたのは、その恒存の法則が一般に成立つと云うことから歸結せられたに過ぎません。ところが相対性原理は物体の静

止の場合に質量とエネルギーとの両恒存法則を同一事実として帰着せしめてしまいました。私たちが質量として直接に感ずる処のものが、又エネルギーとして感ずるものと同一であることが判つたと云うのは、よほど重要なことに違いないのです。^③ そればかりでなく一般の運動量とエネルギーとが融合して一つの四次元ベクトルをつくることも同様な大切さをもつべきことと思ひます。みんな四次元世界の幾何学というものの御蔭なのです。

註

(1) 電子の質量が運動速度によりて変ることは始めてジエー・ジエー・タムソン(一八八一年)によりて論ぜられましたが、之は速度の小さい場合の近似的の結果でした。之を嚴格に論じたのはアブラハム(一九〇二年)であつて、カウフマンの陰極線電子に於ける実験と比較して電子の全質量は悉く斯様な速度の函数たる電磁的質量であつて、その外に不変の力学的質量は存左しないことを結論しました。併しアブラハムは電子を昔の力学の意味で剛体的な球体と見なして、その結果を導いたのでしたが、その後ローレンツ(一九〇四年)は運動によりてローレンツ収縮をする球体と仮定して、質量と速度との關係を別に求めました。丁度それは後に述べる相対性原理からの結果と一致してゐます。

(2) 電子の質量に関する式は、ここに述べた相対性原理と一致するものの外に、前註に述べたアブラハムの導いた式があります。アブラハムは電子をボルンの剛体と異つて、昔の力学で取り扱つた剛体と仮定しましたから、相対性原理から云えば、それは反つて複雑なものなのです。従つてその質量と速度との關係が茲に記したものに比し遙かに複雑になつてゐることも当然なのでしょう。カウフマンは更に一九〇六年にラジウムのベーター線電子に就て之を精密に実験し、一方にアブラハムの關係と、他方にローレンツ及びアインスタインの關係とのいずれが事実と一致するかを検しようとしたが、稍前者に傾いた結果を得ました。併し之は必ずしも疑のない結論ではないことをプランクなどが論じました。その後ベステルマイヤー(一九〇七年)、ブッヘル(一九〇八年)、ウオルフ(一九〇九年)、フツカ(一九一〇年)、ノイマン(一九一四年)などが度々実験を種々の方法で行いましたが、之等の結果はすべて相対性原理の方に都合のいいことを示してゐます。勿論両者の差異は極めて小さいのでまだ充分確實に然つてであると断ずることは出来ませんけれども、恐らくはその疑はだんだんに少なくなつてゆくであります。

(3) エネルギーと質量との関係は最初空洞輻射(Hohlraumstrahlung)に就て論ぜられました。空洞輻射と云うのは、熱や光などの如き輻射エネルギーを質量のない壁で囲んだものです。すべての波長の輻射エネルギーが、その壁のなかに閉じ込められると通常熱平衡の状態を作ります。之を全体として動かすときに情性を示すことが明らかにせられたのです。この情性は一九〇六年始めてハーゼンエールによりて計算せられました。物質を含まないエネルギーが情性的質量を有することは之から導かれます。すべての物質はその内部に常にエネルギーを含むことからして、その質量をもみなこのエネルギーに関してしまえば、質量とエネルギーとは常に相伴うものでなければなりません。相対性原理はこの考を確めたものと見ることが出来ます。註(1)に述べた電子の電磁的質量というのも、電子の有する電磁気力の場のエネルギーに相当する質量に外ならないのです。その意味で最初は之を「外見的」な質量というように思われ、別に本質的な物質の質量があるように見られたのですが、今日ではこのエネルギーに属する質量が唯一のものとしてせられるのです。

四 最小作用の原理

ニウトンの力学の法則は力学現象をあらわすに微分方程式を用いたものであります。之を解り易く云いますと、或る物体の運動経路のうちの微小な部分と、之にはたらく力とを与えれば、次の瞬間はどう云う経路を取るかを定める式であります。或る一つの点Aから之と有限な距離を隔てたBに到る経路は、斯様にして順次微分的に定められるのです。この法則に対してAとBとの間の実際の経路の性質を部分的に与えるものがあることを私たちは力学の歴史のうえで知っています。それは最小作用の原理です。私たちは先ずAとBとの間のあらゆる可能な経路に就て作用量と云う概念をつくります。簡単のために先ず外力のない場合を考えましょう。この場合に作用量というのは各点に於けるエネルギーと経過の微小時間との積を各の経路に就て積分したものであります。この作用量をお互に隣接する無数に多くの経路に就て比較したときに、そのうちの最小なものが、実在の経路であると云うのがこの法則なのであります。

最小作用の原理はその形式の甚だ簡単な点に於て、最も基礎的な自然法則としての価値を多く認容せられているものであります。それでミンコフスキーの力学に於てもかような原理が見出し得るかどうかは大切な問題として見なされました。若しミンコフスキーの力学に於て成立するとすればその原理のなかには四次元世界に於て不変な量ばかりが入らなければなりません。この原理は二ウトンの法則のようにベクトル方程式ではありませんから、それに入る量はスカラー量に限るのです。私たちはそう云うものを探すことにしましょう。先ずエネルギーの代りには之と同等でしかも不変的な静質量を入れればよい訳です。微小時間の代りには、之と同等なスカラー量として、固有時間の微分を取ればよいのでしよう。そうすると最小作用の原理は

静質量と微小固有時間との積を各経路に就て積分したものが最小であるような経路が実在のものである。ということになります。一定の物体に就ては静質量は変わりませんから、畢竟AからBに達する固有時間即ち世界線の長さの最小のものが実際の運動の経路になるわけです。この法則はガリレイの惰性の法則と一致することは容易く証明されます。つまりこの四次元世界の不変関係から運動量並にエネルギー恒存則を導くことが出来るのです。

外力のはたらく場合におきましては、その力のポテンシャルによりて定まる作用量が上の積分のなかに加わる必要があります。之によりて経路の変化が起るわけでありませんが、その詳細は数学的な論述を要しますからここには省きます。ただ之に關してもう一度ちがった見方から後編に述べることが出来るでしょう。私たちはそこで尚おこの原理の極めて重要な意味を見出すであります。

外力のはたらかない場合につきまして私はもう一つ大切な考慮をここに記しておきます。それは光の進行に關してであります。

光は従来輻射エネルギーとして知られていました。輻射エネルギーが惰性的質量をもつことは一九〇六年始めてハーゼンエールによりて理論的に結論せられたことでありましたが、相対性原理は更に明らかに質量とエネルギーとの同起源的な関係を示しました。それ故光の進む経路も、物体の運動する経路と同じ法則のもとに云いあらわされるであろうことが予想せられます。しかも私たちは通常光にはたらく外力を考えませんから、それはこの節の始に述べた最小作用の原理にその儘従つていい筈です。現に昔からの光学に於ても光は最小時間の経路をとることがフェルマーの原理として知られていました。私たちの場合にも之に相当する原理の成立つことはすぐ解りますが、通常の時間の代りに固有時間が考えられなければなりません。

真空に於ては光速はすべての物理的の速さの極限であることが既に度々述べられました。これに相応して光の経路に関しおもしろい事実があらわれます。それを説明するために私は少しくミンコフスキーの世界空間に於ける線の長さの測り方に就て説明しなければなりません。

世界空間は双曲線の空間であります。今空間の一軸 Ox と時間軸 OT とを含む平面で截つた四次元世界の切り口を考えますと、第四編第一節で説明したように、 x_{OT} の軸に関しても、之と ϕ なる角だけ傾いた $x_{OT'}$ の軸に關しても双曲線 HH' は全く同等な関係をもつのであります（第六図）。従つてそれをどこまでも保たせるためには OT 軸が双曲線を切る点 H も OT' 軸が切る一点 H' も、共に原点 O に対し同等な位置関係を有しなければなりません。つまり私たちは OH の長さと OH' の長さとを互に等しいと測らなければなりません。ところが今 H' から OT 軸に下した垂線の足を J としますと、双曲線の性質からして必然 $OH^2 = OJ^2 - JH'^2$ という関係が成立つています。逆に云えば斯様な関係を満足する H と H' とを取れば、それがいつも同じ双曲線上の二点なのです。そこで私たちは前の要求に従つて OH' を測ることにしますと、即ち OH を OH

等しいと置きますと、 $OH'^2 = OJ^2 \cdot JH'^2$ なる式が成立しなければなりません。これが双曲線幾何学に於ける長さの測り方なのです。

Ot' 軸がだんだん OT に対し傾くに従い、之が双曲線を切る点 H' と O との距離は、図の上ではだんだん増してゆきますけれども、右の測り方によれば、いつも OH に等しいのです。それが極限の場合になって漸近線 OI に行つてしまうと、 H' は無限の遠方にゆき、 OJ と JH' とは互に等しい値に近づくように見えますが、その差はやはり有限であつて、 OH' は一定であると見なければなりません。図の上でこの場合 OH' を無限大と見るのはこの図をユークリッド平面と見ての上です。之に反して双曲線幾何学では之これを OH に等しいと測るのです。それですから図の上で OI の線の有限な部分は、この測り方では OH を無限に分つた大さ即ち零に等しくなるでしょう。一方に私たちは OI は O を通る光の世界線であることを知っています。それ故に光の世界線はその各部分の長さが零であるということによりて特色づけられてもいいわけなのです。世界線の長さは固有時間を測るものですから。更に言い換えれば

光が進行するのに要する固有時間は零である

ということになります。この結果を聞いて驚いてはいけません。光より速いものはないのですから、之が却つてその理論的極限をあらわす内容として至当のことなのであります。

この最小作用の原理が最も根本的な法則として保たれることは、尙お後にいう相対性原理の拡張に於ても著しく見られます。

註

(1) 最小作用の原理は、数学的に云えば実は作用量の変分 (Variation) が零になることだけを要求するのですから、作用量が最大若しくは最小の極限値をとりさえすればいいので、必ずしも最小には限りません。只通常最小値があらわ

れるというに過ぎないのです。それでこの現在の場合にも世界線の長さは測り方によりては最大になるのです。即ちこの節の後に述べたような双曲線幾何学で測りますと、實際然うなることが証明せられます。

(2) 物体が若し或る表面の上に動くように限られるときは、この表面から外力を受けますけれども、物体の動く径路はこの表面上の最短距離になることは知られています。世界線も之に依じて表面上の最短距離になるのです。一般の場合にもヘルツは斯様な原理を立てようといいました。

(3) 前節の終の註(3)を見て下さい。

五 種々の物理学的現象の法則

ミンコフスキーは力学の法則の外にすべての他の物理的法則をも、彼の四次元世界のなかに不変であるようにつくり上げようと企画しました。そのうちで著しいのは電磁気現象に対する法則であります。

この法則は諸物体が観測者に対して静止せる場合においてはマックスウェルによりて完成せられ、すべての実験と一致することが証明せられたばかりでなく、光現象も亦之と全く同一の法則中に包含せられることが確められましたけれども、運動せる観測者に対する法則をもとめるに当りて、いろいろな困難を生じそれが漸くにしてローレンツの理論によりて解決せられるようになったことは、既に第三編に詳述したとおりであります。そうしてこのローレンツの導いた諸法則は丁度アインスタインがその儘用いて相対性原理の根拠にしたものに外ならないのでありますからそれはまた自然にミンコフスキーの世界形象のなかにそのまま移すことの出来る関係でなければなりません。ミンコフスキーは之を明らかにすると共に、この法則中に内在するおもしろい関係を示したのでした。

電磁現象を空間内の一点で決定するものは、電気力及び磁気力の場の強さであります。この両者は共に三次元空間のベクトルであって、従って各三つの独立の要素をもっています。四次元世界では丁度この

両者は相合して一つの特種なテンソルを作ることが出来ます。前に説明したように四次元空間内に平面形を考えますと丁度之に相当するので、六つの独立要素によりて完全に決定せられるのです。そこで電気力及び磁気力の場の強さをあらわす一つのテンソルを考えると之が電磁現象の根本法則に入る重要な量でなければなりません。之を電磁場テンソル（または六元ベクトル）と申します。^①

電気力及び磁気力が四次元世界で唯一つのテンソルになるといふことは、よほど深い立ち入った両者の關係を示しているのです。テンソルそのものの大きさは座標軸の方向に関しないで一定すべき筈であります。その各座標面に対する射影の大きさは軸の変化と共に変わります。従つて電磁場テンソルを作る電気力及び磁気力の大きさは変わります。電気と共に動くときには電気力の場のみを認めますが、之と運動を異にする場合に磁気力の場があらわれる事実はこの關係に相当しているのです。しかもこの場合に磁場の強さの二乗と電場の強さの二乗との差、丁度それが私たちの四次元世界の双曲線の空間で測つた電磁場テンソルの大きさの二乗になるのですが、この差はどんな観測者から見ても不変でなければならぬことを示しています。

次に電気力及び磁気力の場の分布を確定する量として私たちはその源泉としての電気量の位置及び其の運動を見なければなりません。体積の変化を避けるために私たちはここでも単位体積の電気量即ち電気密度を考えましょう。丁度この電気密度並びに之と運動速度との相乗積即ち電気の流れをあらわす四つの量があります。私たちはこれで一つの四次元ベクトルをつくります。それは時間と三つの空間座標とで一つの移動ベクトルをつくつたのと全く同様であります。之を電気密度ベクトルと呼ぶことにしましょう。そうすればこの一つのベクトルによりてすべて電磁場の有様を確定されなければならないのです。電磁現象の根本法則はかくてこの電気密度ベクトルを電磁場テンソルと結合させる等式であらわされなければなりません。

私は不幸にしてこの法則を数学の使用なしに適切に簡単に云いあらわす言語を知りません。ここでは止むを得ませんから、只この法則は四次元空間に於て電気密度ベクトルと電磁場テールソルとの関係を、丁度三次元空間に於て静電気の場合に於ける電気密度と電気力の場との関係と全く同様に与うるものであることを附言しておくにとどめましょう。電磁場の最も一般的な法則が斯様な簡単な関係としてあらわれることは注目に値する処であると思ひます。

右の外に電磁場の性質としては、丁度静電気のときに電気力の場が常に一つのポテンシアルを有する如く、一般の場合にもポテンシアルをもっていることです。但し之は前者が一つのスカラー量であるのと異つて、一つの四次元のベクトルであります。之等に関して私はおおく説明の自由をもたないような気がします。が、ともかくこの関係と前の電磁場テールソルの関係とこの唯二つによりて、電磁現象の法則が最も一般に云いあらわされるのであります。そうして之がマックスウェル及びローレンツの理論と同一のものであることも容易く示されるのです。ミンコフスキーはその最初の論文でこの間に含まれた種々のおもしろい数学的關係を論じ、又之から電磁的運動量及びエネルギーなどの關係を導いています。その後になつてゾムマーフェルドは尙お之等諸式に関するたくさんの数学的な微妙な關係を發展させました、電磁作用が有限な速度で空間を伝播すると云う現象が、四次元世界の幾何学的關係のなかへいかにみごとに折り込まれているかが、それを味うとよく判ります。

電磁気力の外に真空に於てあらわれる物理学的作用として私たちの能く知っているものは万有引力であります。この現象の法則はもと天体運動の観測から演繹せられたケプレルの法則に基づいて、更に一般にニウトンによりて整えられて、謂わゆる距離の逆二乗の法則として与えられました。そうしてそれは地球や月や、太陽系諸星の軌道を計算することによりて、どれ程精密に事実と一致するかは、私たちの驚くに

値するくらいでありました。その後この逆二乗の法則はポテンシャル論の発展によりて、いわゆるポアソンの微分方程式の一積分であることが明らかになりました。ポアソンの式というのは、静電気のポテンシャルと静電気密度とを結びつける式と同一のものであります。つまり之は時間的変化を含まないものであつて、単に物体の瞬間的位置だけでその間の作用を決定することになります。問題の理論的研究は先ず第一にこの点に疑問を発しなければなりません。万有引力は果たして時間的変化を全くあらわさない現象であろうか。若し二つの物体の間の引力が瞬時的に作用をあらわすものならば、言い換えれば引力の伝達に時間を要しないものならば、上の法則が一般の場合に厳格に成立つていいのかも知れませんが、けれども物理的現象が遠隔の場合に全く時間を要しないで達するということは、電気の場合に於けると等しく疑われなければなりません。万有引力は果してどんな速さで空間を伝わるかということ、事実のうえに見究めることはこの根本的な問題を決定するのに最も大切なことなのであります。けれども一方に天体が種々の運動をしているにも拘らず、その間の引力が能くニュウトンの法則で云いあらわされ、そうして天体の速度に關係することの少ないという事實は、たとえ万有引力の速度が有限であるにもせよ、それが天体運動の速度に比べて非常に大きくなければならぬことを示しているのです。それだけにこの決定は観測上の値からはかなり困難であつて纏まつた結果には達しませんでした。ラプラスなどの計算では少くとも光速度に比べてよほど大きくなければならぬように云われていましたが、それも勿論確ではありませんでした。処が意外にも相対性原理の出現がまるで万有引力とは縁のないと思われる方面から起つて、すべての物理現象の伝達速度は光速度を超えてはならないことを要求するようになり、万有引力もやはり之に除外されてはならないものとなつてしまいました。勿論万有引力の速度が光速度を超えないとした処で、天体運動の事実に対しては観測の誤差や其の他の副影響を考慮すれば矛盾するところは幾んどないと謂つ

てよいのです。つまり私たちは万有引力の法則をも何れかの關係に於て相対性原理と結びつけなくてはならないことになったのです。そうしてそれと同時にミンコフスキーの理論によつて、万有引力の法則も亦四次元世界のなかで不変な形式につくり変えられなければならぬように余儀なくされていきました。何故なればポアッソンの式やニュートンの法則は三次元空間のなかだけで対称的になつていますがそれは四次元世界のなかで不変ではないからです。

万有引力の法則を四次元世界に於て不変にしようという最初の企てはやはりミンコフスキーによりてなされました。けれどそれは只電氣間の引力との類推を示しただけでその本質的な理論や、事実との精密な比較の如きはまるで手をつけられずありました。その後になつてアブラハムはポアッソンの式を四次元世界に於て対称的關係をもつように拡張して一つの理論をつくりました。之はミンコフスキーの要求になう最も自然な、そして最も簡単なニュートン法則の拡張であると思われまますけれども、不幸にして天体観測の事實に就てニュートン法則に比して精密度を進めることが出来ませんでした。それは水星の近日点移動に關することからで、後に尙お説明いたしますけれども、ともかくニュートン法則よりもっと一般的な完成的な理論としてこの點に關し私たちがよりよき一致を期待することは至当なのであります。アブラハムの理論が之を果すことが出来ないのは遺憾なことでした。ところが万有引力の法則を之等とは異つた出发点からもとめ辿つて行つたアインスタインの理論が丁度之に成功するようになったので、私たちは始めてニュートン法則の至当な拡張を事實と一致して求め得られるようになったのでした。しかもこのアインスタインの理論は同時に彼の最初つくつた相対性原理そのものの異常な一般的拡張によりて遂げられたのであつて、斯ようにして私の茲まで述べ來つた相対性原理は殆ど面目を一新して私たちのまえにおかれたのでした。私は之を更に編を改めて説かなければなりません。

力学現象と、それから真空に起る物理的作用としての電磁気力及び万有引力とによりて、謂わゆる可逆的
物理現象を尽していると言つていいのです。之に對立する非可逆的現象としては熱力学の現象があります。
相対性原理に於て之を取扱う場合に基礎的な仮定はこの現象を支配するエントロピーなる量の性質に就て
であります。分子論的な見方から云えばエントロピーは一つの熱力学的状态を現出する確度プロバビリティーによりて定
まるのですから、之はどんな運動状態にある観測者から見ても不変な量でなければなりません。つまり四
次元世界に於ける一つのスカラー量としてエントロピーが位置を占めます。この結果として温度は丁度工
ネルギーと同じ様に観測者の運動速度に関するようになることは容易く推論せられます。ともかくかよう
にして熱力学もやはり相対性原理に従うようになることは明らかであります。

この外に近時の量子論と相対性原理との關係に就ては 尚考究すべき重要な問題がそこに潜んでいるよ
うに私は思いますが、これは暫く措いてミンコフスキーの四次元世界がすべての物理現象のうえにどれ程
根本的な意味をもつべきかを、私たちは既に充分に見ることが出来たであります。すべての自然法則
はいまこの世界のなかに於てのみ不変な形式をとりて始めてその正当な云いあらわし方を得ると謂わな
ければなりません。

註

(1) 電磁揚テンソルは幾何学的に四次元空間の平面形と同じ性質をもっているのですから、之の各座標面への射影が六
つ出来るのです。そのうち三次元の空間軸 *xyz* で作った三つの座標面への射影は磁気力を定め、時間軸と各空間軸
とで作った三つの座標面への射影は電氣力を決定します。若しこの電磁場が運動せる帯電体から起るものとすれば、
私たちが之に相対的に静止して観測すると電氣力だけにならなくてはなりません。この事實は電磁場テンソルが世
界線に平行であることを示しています。何故なればそのとき世界線に垂直な三次元空間への射影が零になるからで
す。即ち一緒に動く観測者に磁氣力があらわれないのです。

(2) ニウトンの法則では二つの物体の万有引力が両者の質量の相乗積に比例し距離の二乗に逆比例することを云うていますが、質量が速度によりて変るならば静質量を取るべきかどうかの疑も起りますし、また距離も各観測者により異なるから、どついう値を入れていいか判りません。之等の疑点は皆その法則が観測者に対し不変でない為めに起るのです。

第六編

一 加速度及び力の絶対性に関する疑問

既に前編の始に一寸云い及ぼしました如く、私たちの従来の力学では運動の絶対速度を実験的に知ることが否定されていますが加速度は之に反して絶対にもとめることの出来るものと仮定しています。つまり情性の法則では力にはたらかれない物体は或る観測者に対して相対的に一定な運動状態にあること即ち静止しているか又は或る一定の等速運動をすることを要求しますが、之に反し物体がこの状態から外れるならば、即ちどんなかの速度の変化が起るならば、そこに力のはたらいたことを示しています。そうして力の所在は必ず或る物理学の対象として私たちの実験的に知り得るものと仮定せられています。よく通俗的に引かれている例は汽車の軌道若くは地上の物体に対する相対的な運動です。之が一樣に軌道を走っているなら私たちは汽車のなかで却って他の地上の物体の方が汽車の後方へ走り去る様に感ずることがあります。けれども汽車が急に止まって衝動を受ける場合に之は軌道が汽車に対して速度変化を起したためだと判断することはしないでしよう。速度が相対的であり、加速度がそうでないことは、私たちに取って単に直観的な事実のみではなくて、力学の法則がそれを真実として教えているのであります。私たちは地球の上においてそれがどんな速さで空間を動いているかを感じません。又すべての物理学の実験はその速度をもとめ得るであろうという期待に背いて、ついに運動に対する絶対空間を否定しました。私たちが測り得る地球の速度は他の天体に対するその相対的な速度に過ぎません。之に反して私たちが地球と共に動いているときその有する加速度は絶対定むることが出来るものと思われています。つまり地球はその軸のまわりに廻転しているので、之がために地上にいる私たちは地球の軸に向う方向に加速度をもっているの

す。この廻転はたとえ天空が常に雲に掩おほわれて星が廻るような事実を見られないとしましても、私たちは実験的に知ることが出来るのです。それはフーコー振子と称となえて、フーコーが始めて試みた実験であります。彼は長い振子を高い屋根裏から吊して之これを最初正しく南北の子午面内に振らせて見ました。ところがこの振子の振動面は時間の経つに従つて廻転して遂ついに一昼夜に一廻転を了することを見出したのです。この事實は振子の振動面がその惰性によりて常に空間内に於て一定の方向を取る間に、地球は之これと相対的に廻転することを示すのであると解せられています。この意味でフーコー振子の与うるものは空間に於ける地球の絶対廻転でなければなりません。又地球は大きく見て一つの弾性的流体であります。之これが空間に静止しているならばその自然な平衡状態は球の形をとるのでありますが、それが一つの軸のまわりに廻転するときには、廻転楕円体とならなければなりません。現に地球が大体に於てかような形をなしているのは、やはり空間に於ける地球の絶対廻転の事實を示しているのです。ともかく之これら等の実験的事實は私たちが加速度や従つてまた廻転の絶対の値を知ることが出来ることを承認しています。これは果して何を意味しているではありませんか。

加速度や廻転が絶対に定まるためには私たちがそれらを測る立場が限られていなければなりません。私たちは地面上で物体を落下させてその加速度はいくらいくらであると云つて測ります。しかし物体と一緒に落下運動をする観測者があつたならその人に取つて物体の加速度は零になるわけです。加速度の値を一義的に定めるには観測者はどこか一定の立場にいて測らなければなりません。廻転運動にしてもそうであります。地球の廻転を絶対に定めるには、之これ「あずか」からない一定の空間が仮定せられなければなりません。私たちは力学の法則を成り立たせるために或る絶対な抛り処を必要とするということになります。その立場にいる特定の観測者に対してのみ加速度や廻転は始めて絶対に定まるからです。この特定の立場は何であ

るか、之れは存在は果してどう云う物理的意味をもつか。斯う云う疑問が次に湧かなければなりません。私たちは力学の原則中に惰性及び力の法則の外に、もう一つ、作用と反作用とは互に相等しいという法則のあることを見遁してはなりません。この法則が今の疑問に対して先ず幾分の手がかりを与えるものなのです。

今簡単のために二つの物体が互に万有引力をもって作用する場合を考えて見ましょう。之等の物体はお互の力にはたらかれて加速度をもって運動するでしょう。若し作用と反作用と等しいならば、両者の加速度は互に大きさが等しくて反対の方向に向わなければなりません。併し之はどんな観測者についても成立つというわけには勿論ゆきません。その観測者は丁度謂わゆる両物体の質量の中心として知られた点に対し静止しているか若しくは之に対し一定速度で動いているものに限られるのです。つまり反作用の法則は、斯うよの観測者に対する加速度が絶対のものであることを指定しているのだと云わなければなりません。例えば太陽のまわりに地球がまわっているか又は地球のまわりに太陽が廻っているかいずれがほんとうかと云う問題に対して、単に相対的に云えばそのどちらの見方も明らかにそれぞれの観測者に向つてはほんとうであるに拘らず、私たちの力学は次のように答えるでしょう。

それは反作用の法則の成立つために太陽と地球とは何れもその両者の質量の中心のまわりに廻っている。この質量の中心は太陽が地球に比べて著しく大きな質量をもっていますから、太陽の中心に極近い処にあるのです。そのために通常太陽のまわりを地球がまわると見做しても地球の軌道を知る上には大差がなくなくなります。けれどもこの云いあらわし方は反作用の法則には適しません。何ぜんれば太陽を動かしないと見ればその加速度は零になるからです。

次に二つ以上の物体の運動体系があると、之等が相互に作用する力の廻転能率がお互に等しくなる

ために、私たちはその能率をつくる軸の方向を適当に固定しなければなりません。之等が謂わゆる不変面⁽¹⁾の位置を定めます。私たちは之^{これ}に対して廻転の絶対性を導くことが出来るのです。

上に説明したとおり力学の法則は絶対の加速度や絶対廻転の存在をゆるし、之^{これ}を測るべき観測者の立場を限定するものでありますけれども、私たちは之^{これ}を単に実験的に帰納せられた法則と見なしてすまずことは出来ませんでした。力学の歴史は多くの之^{これ}に関する論議を包容しています。

私たちは先ず次の問題に出遇わねばなりません。抽象的に選び出された有限の物体系に於ては、その質量の中心や不変面の位置を確定することが出来ますけれども、現実に与えられた全宇宙の物体系に対して之等^{これら}は果してどこにどのよう^{よう}に存在するかを実際に決定することが出来るでありましょうか。私たちは天体の運動を論ずるに厳格にはそういう観測の立場に自分をおかなければならない筈です。ところがこの問題は私たちが実験的に判断することの不可能であるのを容易^{たやす}く見出すであります。何故かといえれば私たちはどんなに精緻な望遠鏡をつくり得たとしても、到底宇宙のすべての天体を見尽すことは望み得られないからであります。私たちは只逆に或る物理的現象から全宇宙の物体系の有限であることを想像することが出来るものと仮定するならば、そのとき始めて真の観測者の立場を限定せられ得ることを予期されるだけであります。力学の法則が成立つためには斯^かような標準的な絶対な立場が理想的に存在しなければならぬとノイマンは仮定しました。そうしてそれは或る理想的な物体アルファなるものが宇宙に於て之^{これ}に結びついているのだと云ました。このノイマンの理想体アルファ⁽²⁾は加速度を絶対とする私たちの力学の法則の産物なのであって、丁度^{ちやうど}それは或る意味に於て電磁気力や光波の絶対観測者をゆるしたために存在していたエーテルに似ているのです。

全宇宙の物体系がその総質量に於ても、又その拡がり^{ひろがり}に於ても有限であろうと云う予想は、従来純理論

的に万有引力の法則から信ぜられていました。宇宙にある天体は各処に散在していますが、之を全体として見るときは、それらの物質が平均な密度で宇宙の空間を埋めていると見てもよいでしょう。若し天体がどこまでも無限に一樣に散らばっているとしたならば、それらから起る万有引力の場の強さは私たちのいる場処から限りなく離れるに従い無限に大きくならなければならぬことが証明せられます。何故かと云いますと、私たちは自分のまわりに大きな球面を想像しますと、その球面がつつんでいる全質量がその外部に及ぼす引力はそれが全部球の中心にあると同じようにはたらくことを私たちは知っています。ところがこの球内の全質量は球の体積に比例し従って半径の三乗に比例するに反し、一方で力は中心からの距離の二乗に逆比例して減じますから、結局球内の全質量がその球の表面のすぐ外の点に及ぼす引力は、球を大きくするに従い、その半径に正比例して増すことになります。夫れ故私たちは無限の遠方に一つの天体を想像すると、それは之より近い全天体から無限に大きな引力をもつて引き寄せられるということになります。ありましよう。それにも拘らず宇宙の天体は無限に拡がっているというのは、一つの矛盾を含むことになります。これを避けるためには、私たちはぜひとも宇宙に於ける天体の分布をどこまでも一樣と見みなしではなりません。つまり星の世界には或る中心があつてそれから無限の遠方ではだんだんに星の密度が稀薄になることを仮定しなければならぬのです。かようにして星の世界は近似的に有限になります。そして私たちはその全体系の質量の中心の实在を予想することが出来ます。

以上述べたことはニウトンの引力の法則から導かれることではありますが、その結果を尚お考えで見ますと、必ずしも私たちの理性の究極の満足を得られないような処がいろいろ見出されます。宇宙の空間そのものは無限に拡がっているに拘らず、私たちの星の世界即ち全物体系は何故或る中心のまわりに集団をつくっているのでしょうか。此の中心は限りない宇宙の空間のなかに何故特定な場処として標示せられな

ければならないのでしょうか。それらを私たちは宇宙構成に関する原理的理由なしに単に偶然な事実として認めなければならぬのでしょうか。そればかりではありません。たくさん星のうちで、たまたまその星の世界の集団の端の方に或る速度をもって向ってゆくものは、之これを引き戻す有限な引力に逆って永劫えいこくにその運動を続けてゆきますから、それらは私たちの世界から失われてゆく外はありません。偶然の法則が支配する限り、私たちの星の世界は斯かくして離散してしまわなければならないのです。宇宙の全物体系が一の集団をつくっていることも偶然な一時的の現象に過ぎないのでありましょうか。私たちは尚なおおくの星から送り出される光に対しても同様な離散の運命を仮定しなければなりません。エネルギーを荷い惰性的質量をもっている意味に於て光も物質と同様に考えようと私たちはしています。それらが無限の宇宙に放散せられて失い滅びてゆくときに、私たちはやはり現在の世界がどんなに一時的な仮の姿に過ぎないものであるかを知らなければなりません。私たちの星の世界は斯かような解釈のみしかゆるされないものでしょうか。

加速度を絶対とし従って観測者の立場を限定することに関し、もう一つの疑問は次の点にあります。前に述べたことによりて、実際に宇宙の全物体系に対してその運動を厳格に正しく測り得る理想的な観測者の立場は、たとえそれが存在することを仮定したとしても、それがどこに在るかを実験的に認知することは不可能であります。只宇宙の全物体系のうちから私たちの観測に入ることの出来る幾つかを取り出して、その部分的体系に関して力学の法則の成立つ観測的立場を見出すことが出来るだけです。けれど之これがほんとうの全体系に関する立場と近似的な関係にあることを誰が保証し得るでしょう。要するに私たちは現実な観測者として力学の法則に入る諸量を近似的にすら正しく決定することが出来ないことを虞おそれずにはいられないのです。私たちは寧むしろそういふ心配なしに立てられる力学の法則を望み得られないもので

しょうか。つまり各の観測者^{めがね}が自分に対する物体の速度や加速度のみを観測することによりて、その運動を決定する式をつくり得ないものでしょうか。この疑問は私たちをして速度ばかりでなく加速度をも相対的に見なすことが出来るかどうかと云う重大な問題に導いてゆくのであります。私は更にこの見方の可能であるかどうか^いに就て、説明してゆかなければなりません。

註

- (1) 不変面 (Invariant plane) と云ふのは、之に立てた垂線を軸として、すべての力の回転能率をつくつたときに、その和が常に零になる性質をもつたものです。斯様な面の存在及びそれが唯一つあることは容易に証明せられます。
- (2) ノイマンの理想的に仮定した物体アルファは、どこまでも想像のつえに立っているものですけれども、それは是非とも惰性の法則を認容するために必要なものであります。それ故、単に惰性のみを有する物体が直線的な等速運動を続けると判断し得る観測者の立場として導かれた惰性座標系 (Inertial system) と結局同一のものなのです。かような惰性系の座標軸は、亦相互に無限に遠く離れてその間に力を及ぼすことなく、且つその他の一切の力を受けない三つの質点によりて決定されるものであると見做されます。併しこのような質点の存在はやはりどこまでも仮想的であることは勿論です。

茲でもう一つ注意すべき極めて大切な事柄は、従来の力学ではノイマン理想体は宇宙の質量の中心や不変面に固着せられるものと見なされ得るとしまして、この質量の中心や不変面の決定の考察のなかには力の近接作用の觀念が入っていないと云うことです。力を遠隔的にはたらくものと見れば少くとも理論的に之等は簡単に決定されますけれども、すべての力の近接性が仮定されなければならぬ今日の立場から云えば、厳格に之等を決定することは極めて困難であることが理解せられます。力学の諸原則を作る場合に既に力の近接性の觀念を入れることは、重要な問題でなければなりません。

二 廻転運動の相対性の可能に関する論議

従来の力学は加速度を絶対となし従つて絶対の廻転運動の認識をゆるしていることは前節に述べたとお

りであります。地球が空間に於てどんな速さで廻転しているかはフーコー振子の実験によりて明らかに知ることが出来ます。尚お私たちの認識する廻転運動は相対的なものではなくて、いつも絶対的のものであることをニウトンは次のような実験を引いて説明しています。

今一つの桶を糸でつるし、この桶をぐるぐる廻して糸の捩れを起させておいて後、之に水を注ぎいれま
す。この桶を其の位置で放すと糸の捩れが戻るために桶は廻転を始めるでしょう。この廻転運動はだんだ
んと桶の中の水へ伝わってこれも廻り出し、終には水はこの廻転のために中央が凹んで桶の縁の方で高ま
るようになるでしょう。この場合に水の表面の変化は其絶対廻転によつて起るのであつて、決して之と桶
との相対的な廻転によるものではありません。何故なればこの相対的廻転は最初桶が急に廻り出すときに最
も大きく、廻転が水に伝わるに従つて漸々減ずるからであります。即ち私たちは水の表面の凹みによりて
その絶対廻転を認識することが出来るのであります。

この議論はおおくの人々によりて承認せられて来たので、これによりて絶対廻転を標示する空間がなけれ
ばならぬことがずっと以前には信ぜられていました。併しこの見方が決定的のものでないことは既にマッ
ハによりて鋭く指摘されました。彼はニウトンがその実験の説明に於て水と桶との両者のみを眼中に入れ
て他を見ずにいることを難しました。私たちが桶に水を入れて実験するときに、決してそこには水と桶とば
かりが存在するのではなく、相互に位置を變じないたくさん物質が其の周囲に存在しているのです。水は
桶に対する相対的廻転をなすと同時に、之等の多くの周囲の物質に対しても相対的廻転をしています。し
かもその質量に於て後者は遙かに前者に優つていとすれば、水がその表面の変化を後者に対する相対的
廻転によりて著しく起すことは当然ではありますまいか。斯ように考えれば私たちが水に認める廻転運動
はそれが行われる絶対空間の存在を証明するものではなくて、やはり私たちの認識に入るすべての物体系

に對する相対的なものでなければならぬのです。マツハは尙おそこへ附け加えました。若し私たちが桶をつくる物質の厚さを増して数料キロメートルに至らしめ、その質量を充分に大きくしたなら、水の表面の凹みはやはり前の実験と同じ様に起ると誰が予言出来るであらうと。彼の心のなかではこの場合に水の桶に對する相対的廻轉の著しくあらわれることを寧ろむじ予期していたに違ひありません。

廻轉運動に於ける二ウトンの絶対空間を否定して、物質の相対的廻轉を説く限りに於て、マツハの論は正しいことを私は思います。水は桶に對する廻轉を示すよりも、寧ろその周囲にあるすべての物体系に對する廻轉を示すのであるということは至当な解釈でありましょう。併しこの物体系は何であるかをもっと究めて見なければなりません。それは地面でも太陽系でも恒星系でもない、私の前節に遍べたノイマンの理想体アルファでなければならぬのです。この理想体は宇宙の全物体系によりて始めて定まるものですが、私たちがいつもそこに標準をもとめなければならぬという意味で絶対となるのであって、之に對する廻轉を絶対廻轉として云いあらわすに外ならないのです。それ故若しマツハの想像した如く、水の相対的廻轉が著しくあらわれる程に桶の壁の厚さを増すとすれば、これは桶そのものを近似的にノイマンの理想体に近づかせるということに外ならないので、従つてその場合にはもはや桶をまわすということは意味を失つて、只之に對する水の運動を見ると云うことに過ぎなくなるでしょう。フーコー振子の場合も丁度之と同様であつてそれがノイマン理想体に對し振動面を変えない間に、地球の之に對する廻轉を觀測すると云う意味をもっているのです。

斯よかうに見るとマツハの廻轉の相対性に関する論も、彼が従来の力学の法則を捨てない限り、畢竟私たちの前に述べた關係に歸着するのであります。併し理想体に對する廻轉を絶対という代りに、どこまでも之に對する相対的な廻轉であると云いあらわしているなかに、事からは同じであつても、一つの大切な事

実が含まれているのです。それは彼が之等の言葉の保持によりて始終、惰性の相対性を意味しようとしていたことです。新しい力学への路はここに展かれる可能性をもっていたのです。

マツハによれば桶のなかの水の表面が凹むのも、フーコー振子の振動面が変化しないのも、それはみんなノイマン理想体に対する惰性現象なのであります。そうして之等は対等な相手なしには起り得ないという意味で、どこまでも相対的であつたのです。ノイマン理想体はこの意味では単に空間的所在を標示する幾何学的体であつてはなりません。宇宙の全物体系の惰性を荷つた実体でなければなりません。彼はたった一つの物体が宇宙に存在していたときにはその惰性ということは意味がないと思つたのです。お互に二つの物体が向き合つたときに始めてそれらの運動を支配する惰性が生ずるのであると解したのであります。この事は物体間の作用というものが始めて二つ以上の物体の間にあられること、そうしてこの力のはたらきによりて始めて惰性が測られることを考えるならば自然のように思われます。それですから今宇宙の全物体の惰性と云つたのも、それ自身では意味がないので私たちが取り出す一つの物体に対して示さるる惰性でなければなりません。

惰性が相対的であるということは、同時にまた加速度の相対的であることを意味するであります。一つの物体の加速度はそれが単独に存在するとしたら生ずることが出来ないのです。之に力を及ぼす対手があつて始めてその両者に力が作用し加速度が生ずるのだからです。けれども私たちはこの加速度や惰性を測るのに単に両者の存在だけに眼を向けていたのではいけないので、もっと他の宇宙のすべての物体を考慮し、その物体系によりて定まるノイマン理想体を想像して、それに対して測らなければならぬということになつてしまふのです。つまり両者間の相互の惰性よりも、もっと余計に、之等がノイマン理想体に対する相対的惰性を考にとる必要があるからなのです。惰性や加速度がその根本に於て相対的なものであ

りながら、私たちの力学が之に絶対の意味を附してしまつのは、ここに理由があるのです。各の個々の物体とは比較にならないノイマン理想体の存在、それは宇宙の全物体系の孤獨的存在から結果するものであることは前節に述べたのですが、これが実に私たちの力学に絶対者を持来す原因でなければなりません。

斯う論じて来ると、惰性や加速度の完たき相対性をゆるす力学の可能性は即ちノイマン理想体をもたない宇宙の全物体系が思惟せられ得るかどうかに帰するでありましょう。現にニウトンの水桶実験に対するマツハの解釈は、桶の厚さの増すことによりて惰性の相対性を觀察し得られるであろうことを述べていますが、之は私の前の説明に反して、彼が寧ろノイマン理想体の存在を無視することによりて相対性を徹せしめ得ることを暗示していると見なければなりません。新しい力学は只之によりて可能になります。

マツハは恐らく斯うにして新らしい相対性力学の可能性を信じていたかもしれませんが、それがどうして具体的につくられるかということは非常な困難な問題であります。宇宙の全物体系が或る有限な拡がり無限の空間のなかに占めるであろうというような結論を導いたニウトンの万有引力の法則、そう云うものをさえノイマン理想体と共に捨てなければならぬことになるでしょう。そのうえで何を私たちが之に代えたらいいのでしょうか。これらの問題の解決は異常なる天才の異常なはたらきを待たなければ出来ないものに違ひなかつたのです。マツハの之等の論議の後五十年、アインシュタインのあらわれるまでは時代はそのままに推移して行つたのでした。

三 惰性と重力との相等の原理

惰性や加速度の相対性はマツハからアインシュタインに移るに及んでその意味のうえに一步を進めたこと

を注意しなければなりません。前節に述べたのは惰性や加速度はいつも少くとも二つ以上の物体の存在によりて、その間に相対的に観測せられるものであるということでした。併しそこにもう一つ見遁してならぬことはそれらを測っている観測者の存在であります。従来の力学はこの観測者の所在を制限していたことは既に説明したとおりです。そうして宇宙の全物体系を考へ取り入れればこれはノイマン理想体になつてしまふのです。けれどもマツハの見なしたようにノイマン理想体はただ之に対して個々の物体が一相対的な惰性を示す相手に過ぎないとすれば、たとえ宇宙の全物体系の孤獨的存在のために、それからノイマン理想体は結果して存在するとしても、之に対して相対的惰性の観測者が後者に結びついていなければならぬという必要はない筈です。どうにか力学の法則を変更したなら、斯ような任意の所在にある観測者に対して惰性や加速度が測られていいわけではありますまいか。つまり惰性や加速度は物体相互の相対的存在のために成立つものであると共に、之を観測するものの所在に依じて之に対していろいろな相対的値をもつものであることがゆるされはしまいかと云うのです。若し之等の何れに対しても同様な力学的法則が立てられ得るならば、そこに始めて惰性や加速度の完全な相対性が成り立つのです。アインスタインは実にこの相対性をもとめたのでした。

観測者に対する加速度の相対性を成り立たせるために私たちはどんな法則をつくつたならばいいか。之を究めるには先ずお互に加速度を有する二人の観測者が同一の現象をどんな風に異つて見るかを知らなければなりません。そのついでこの相異を陰影のなかにかくす一般の法則があり得るかどうかを探せばいいのです。私たちは今簡単のために二人の観測者がお互に一定の加速度をもつておしましよ。一定の加速度が起るためにそこには質量にはたらく一定の強さの力の場が存在しなければなりません。この力がどんな種類の物理的の力でなければならぬという理由はない筈です。たとえば電氣の力であろうとも、物

質に一定の電氣量が固着せられて居りそれが一定の強さの電氣の場に置かれてあるならばやはりこの物体の質量に一定の力がはたらいて一定の加速度を生じます。アインスタインは併しここに一定の重力の場を取りて論じました。私も先ず解り易いように重力の場が存在するものとして説明しましょう。若し之が實際重力の場に限るとしたならばその理由は別に示さなければなりません。この論は後に補うことにいたします。

重力の場が事實の闡明に最も簡単であるわけはすぐに解ります。それは一定の重力の場に於てはすべての物体はその重さの如何に拘らず一定の加速度を得るからであります。一人の観測者はたとえば一つの大きな箱の中にあつて、之と一緒に地面上の一定の重力の場に於て或る加速度で落下していると想像しましょう。もう一人の観測者はこの箱の外にありて地面に静止していると見ましよう。後者は箱及びそのなかのすべての物体を通常の力学の法則に従つて重力にはたらかれてこの運動をしていると見るでしょう。若し箱が地上に静止しているなら箱のなかの物体にはたらく重力は箱の底を圧する力としてあらわれ、箱はこの物体にその反作用を及ぼしているわけです。これが物体の重さとして感じられるのです。ところが箱が或る加速度をもつて落ちていると、そのなかの物体にもこれだけの加速度を惰性に逆らつて起させるために重力の幾分が費されなければならないのです。それだけ物体が箱の底を圧する力は減じているわけです。加速度が漸々増して箱全体が地上で自由に落される場合には、箱のなかの物体に向つても、重力の全部がそれだけの加速度を起す力として役立ちますから、もはやその物体が箱の底を圧す力はなくなつてしまふでしょう。この場合には物体にはたらく重力が丁度惰性の力と釣り合つていゝのです。そこで私たちは更にこの現象が箱の中の観測者にとりてどう見えるかを考究して見なければなりません。

箱の中の観測者は箱と共に動いていますから、自分に対して箱のなかの物体は少しも加速度をもつていな

いのです。従つてこの物体にははたらく情性の力を認めないでありましょう。またこの物体は箱全体が自由^ゆに落下している最後の場合には箱の底を圧すこともなく従つて箱からも何の反作用も受けないので、要するにこの物体は重力以外に何の力も受けずに箱のなかに静止しているということになります。私たちはこの箱の中の観測者に対してやはり同様な力学の法則を成り立たせるために何をしたらいいでしょうか。情性の法則、それは静止している物体には全体として力がはたらかないというのですが、今の場合に之^{これ}を保守しようとするならば、箱のなかに静止している物体には重力がはたらかないとするより外に仕方はありません。つまり箱のなかの観測者には情性の力と共に重力もなくなつて見えるのであります。重力は斯^かような特種な状態にある観測者に対しては少しもあらわれないということになります。

之^{これ}と同様な例は次の場合にも見られます。地球の上で私たちは物体の重さを感じています。之^{これ}は主として地球がこの物体に及ぼす万有引力によるのでありますが、その外に尙^なお地球の廻^{めぐ}り廻^{めぐ}りのため^に起る遠心力が之^{これ}と反対に加わつてゐることはよく知られてゐることでしょう。けれどこの遠心力に就^つてはむづかしい解釈が必要とせられてゐます。それは實在の力ではない。何故なら若^もし万有引力がなくなつたと想像してもこの場合に物体は遠心力の方向に加速度を得はしないから云々^{うんぬん}と云うような註釈^{しやく}であります。併^{しか}しこの遠心力は実は地球の中心に静止して廻^{めぐ}り廻^{めぐ}りを見ている観測者の判断した情性の力に外ならないのでしよう。地球の上^{の上}にいて之^{これ}と共に廻^{めぐ}り廻^{めぐ}りしている観測者に取つては、物体は静止しているのですから加速度に逆らう情性の力は存在しない筈^{はず}です。従つて物体の重さが前の遠心力に相当するだけ変更されてゐると見なければなりません。これは実は極めて判りきつたことなので、私たちが通常地球上で物体の重さと感じてゐるものは斯^かように変更された力なのであります。従来^{じゆんらい}の力学ではこの観測者の立場を認めないのですけれど、ここではそれを正直に云いあらわしてゐるに過ぎません。簡単のために地球上の観測者がその赤道の上^{の上}に

ると仮定すると、万有引力と遠心力とは丁度反対の方向に向つていますから、この観測者に対する物体の重さは単にこの両者の大きさの差に等しいのです。それ故若し仮りに地球の迴轉速度が増して或る程度に達すると遠心力が大きくなりて丁度万有引力を打ち消すことになる場合があります。そのときに地球赤道上の観測者にとりて物体の重さは消滅したと謂わなければなりません。現にその人のまゝでは手にもつてゐる物体は少しも手を压すこともなく、また之を空間に放しても落ちることはないでしょう。丁度前の例で箱のなかの観測者がその内部だけを見ていたときと全く同じ現象が起ります。若しこの人が生れた最初から始絡斯様な事実のみを経験していたなら、物体の重さと云うことはその人に取りて寧ろ不思議な性質でなければなりません。

アインスタインは斯様な觀察のもとに惰性の力と共に重力をも観測者に対する相対的の力と解する事によりて、すべての場合に加速度の相対性をゆるそうとしたのです。そればかりではありません。彼はこの論結を更に進めて大胆にも惰性の力と重力とを全く本質的に同一なものに見なそうとしたのです。彼は之を簡単に相等原理と名づけました。これによれば一つの力を惰性の力と見るか重力と見るかは只観測者の立場の如何によるのであります。前の落下する箱の例に就て云いまして、地面上からこの箱の落下を見ている人に取つては、箱のなかの物体が箱の底を压しないのはその物体の重さと落下の加速度のために起る惰性の力が丁度相釣り合つてゐるからだと解するのでありますが、之に反し箱の中の観測者に取つては物体は静止していますから惰性の力が現われないので、それにも拘らず物体が箱の底を压しないのは地球の重力が前に述べた如くなくなつたものとしなければなりません。しかもその人は地球の存在を肯定するためには地球に固有な重力に釣合う他の重力がそこにはたらいいてゐると解するより外はないのです。この後者は地上の観測者には惰性の力と見えたものであり、箱のなかの観測者には一種の重力と見えるもの

に外ならないのです。之と全く同様に地球の廻転の場合の遠心力は地球の廻転を外から観測しているものには惰性の力であり、地球上に固着せる観測者にはやはり一種の重力と見なされるものであります。之等の論は従来の方学に執着している人々には余りに奇矯なように思われますけれども、以上の論理を虚心に辿つて来た人には必ずしも肯われないことではないでしょう。只ここに疑問となるのは私たちは重力の場をいつも現実の物質の分布に附帯して起るものとのみ考えて来た事実に対して、今述べた箱のなかの観測者や、地球上の観測者が判断した一種の重力の場、それは一般に云えばノイマン理想体に結び付いた観測者には惰性の力として見なされる筈のものなのですが、そう云う重力の場が由来すべき物質の分布をもとめ得るかどうかと云う問題であります。またそう云う物質は果して現実の物質であり得るか又は一種の想像的なものに過ぎないのかと云う問題が之に続いて必然に起ります。之等はかなり困難な疑問であります。それはとにかく後にまわして、私たちはもう少しアインシュタインの議論に附いてゆくことにいたします。

註

(1) エッチングトンの書物に引いてありますが、ジュール・ヴァルンの「月を廻りて」と云う小話のなかに、三人の人間が砲弾のなかに閉じこもりて空中に射出され、地球と月との中間の丁度重力の消失する点へ行って不思議な経験をすることが書いてあります。併しこの砲弾のなかの人間は地球と月との重力の鈎合う点にゆかなくとも、既に砲弾が大砲の口を出た瞬間から、もう重力を感じていない筈なのです。何故ならばこの砲弾は勿論地球に引かれて、恰も本文の例に引いた自由に落下する箱と全く同じ加速度を地球に対してもっているのですから、その内部では丁度重力が打消されていなければなりません。すべて空間に自由に放たれた物体の上では、他の物体からの重力の場を感じないのです。

四 惰性的及び重力的質量、重力の場に於ける光速度の変化

重力と惰性の力とが密接に關係して居るのであるということとは従來の力学に於ても私たちの經驗して居ることでありました。それは物体に固有であると信ぜられていた質量の意味を通じてであります。最初物体の質量の概念はその重さということから發達して來たのです。地球上一定の場処でいろいろな物体を比べて居るうちは単にその重さ即ち之等これらにはたらく重力の大きさだけの差違をいえば充分です。けれども場処が変ると、言い換えれば重力の場の強さが變ると、同じ物体でも重さが變つて來ます。つまり物体の重さと云う概念のなかには二つの要素が入つて居るので、そこで重さと重力の場の強さとの割合を物体に固有な要素であるとして、之これをその質量と名けました。その定義から云つてこの量は詳しくは重力的質量といふべきものであります。ところがこの外に物体に固有の量がその惰性からも定められるのです。即ち物体に力がはたらいて加速度が生ずる場合に、同じ物体ではその力と加速度との比はいつも一定なので之これを惰性的質量としていいあらわします。尤もこの惰性的質量は既に第五編で述べた如く速度によりて變ることが解り、電子の運動などで実験的に証明せられるようになりましたが、その場合に尙なほ静質量といふものを考えればそれはやはり一つの物体に固有な量であります。一方で重力的質量といふものを私たちは同様に物体の静止して居る場合の固有量と解しますと、ともかく惰性的静質量と之これとの間に何等かの關係がある筈だということが予想されるのです。

この關係を探す手がかりになるのは、すべての物体は同じ重力の場で同一の加速度を得るといふ事實です。之これは勿論速度の小さい場合になされた近似的実験の結果でありますが、私たちは少くとも物体の静止して居る場合の極限的性質を運動の有様から抽象的に見出さうといふのですから、この目的のためにはその近似的な結果を用いてちつとも差支はないのです。そこでこの事實は明らかに惰性的静質量が重力的質量に比例することを示していなければなりません。若し此の両者が比例しないなら、同じ重さの物体でも

情性のちがうために異った加速度をもつ場合が起らなければなりません。それ故この両者が比例する限り適当な単位で之を測ればいつも両者を同一の量として云いあらわすことが出来るでしょう。この様な理由から従来の力学ではこの両様の意味の質量を、同じ名であらわし同一の量として区別を認めずにごして来たのでした。

けれどもこの情性的静質量と重力的質量とが果して根本的に同一の者であるか、又は偶然的に互に比例する量として測られるのであるかと云うことは情性と重力との関係を深く究めようとするために、ぜひとも必要なことにちがいないのでした。只従来私たちの経験する物体に於てはそれが情性をもつと云う事実と、又重さをもつと云う事実とは、云うまでもなく常に伴ってあらわれるのですから之等の疑問を起す余地もなく、また疑問を起したにしても之を判断する方法を殆どもち得なかつたのですが、近ごろになってこの問題に關聯した重要な事実が見出されたのでした。それはエネルギーの情性ということでありませう。熱や光のような輻射エネルギーを或る質量のない物質壁で困んだと想像しますと、そのエネルギーが運動の変化に対して有限な情性を示さなければならぬと云うことが理論的に示され、また相対性原理は一般に静止エネルギーと情性的静質量とは比例すべきことを結論するようになりました。このことを私は前編に述べましたが、その際に引いたようにラヂウムが熱を放散するために失う質量は非常に小さいので之をその情性によりて驗出することは不可能でありますが、併し若しこの理論を私たちが正しいとして認めるならば、即ちエネルギーと共に情性的静質量が失われていることを疑わないならば、この現象は更に今私たちの問題として情性と重力との関係を考究するのに役立つことが出来るのです。何故なれば私たちが重さを測るに用いている天秤はその適当な構造によりては非常に小さな重さの差違を驗することが出来るものであるからです。輻射エネルギーは情性をもってはいるけれども、それは果して重さをもっているで

あろうか。惰性的静質量と重力的質量とは果してここにも同一の量として見なし得るであろうか。之は私たちに取つて実に重大な問題なのであります。それは全く理論的の予断をゆるさない事からであつて、只実験的に抛りどころを求めるより外に方法がなかつたからです。ラヂウムが熱と共にその重さを減ずるかどうかを見るのは、この意味で非常に大切なのです。併しこの実験に於ても直接に之を測るためにはその量の小さいために今日まで確かな結果を望むことが出来ずに居りますけれども、やがて私たちが実験的の困難に打ち勝つことが出来るようになるでしょう。

物体の惰性的静質量と重力的質量との關係に就てなされた最も精密の実験はエートヴェースが一八九〇年に行つたものであります。これは両質量が比例すべきことを巧に次のような現象によりて証明したのでした。地球上にある物体には地球の万有引力と地球廻轉のための遠心力とがはたしますが、前者は本来の重力的質量に比例し、後者は惰性的質量に比例します。若し此の両者が互に比例しないならば重さが同じでも惰性の異なるものがあり得るわけですから、従つて引力と遠心力との合力の方向が異ならなければなりません。然つすると或る複雑な組成をもつた物体は各部分にはたらく力の方向が全く平行でなくて多少異つた方向をもつ場合が起るでしょうからそれらは必ずしも一つの合力に合成することが出来ないで偶力を形づくることがあります。それ故斯ような物体を振れない系でつると偶力のためにどちかに廻転しようとなります。エートヴェースはいろいろな物質に就てこの廻轉性があるかどうかを精密な振り秤で測つたのでした。併し彼の実験の示した限りに於て斯う云う現象を認め得られなかつたのです。ラヂウムなどの放射性の物質で若しエネルギーと共に惰性のみが減つて重さが減らないとしたら勿論エートヴェースの実験で指摘されなくてはならないのです。スーザーンズは一九一〇年ウラニウムに就て之を驗しましたけれども、やはりこの現象を見ることが出来ませんでした。

之等の実験はまだ完全とは云えませんが、それでも惰性と重さとが常に相比例するものであることを余程確らしくするに足りるものです。アインスタインは之を考慮しながら前節に述べたような考察によりて、その両者を本質的に同一なものであると結論しようとしたのです。彼は此の結果として従来誰も思い到らなかつた著しい現象を予言したのでした。それは光線が重力の影響をうけて屈曲するであろうと云うことです。光線は輻射エネルギーが空間を進行する現象であつて、真空のなかでは常に直線に沿つて進むことが信ぜられていました。けれど若し輻射エネルギーが惰性をもち、そうして又それが重さをもち有つていたならば、大きな物体の近傍に於て強い重力の場を通過するとき、通常の物体が曲つた軌道を描くように、光線も亦曲つて進むであろうということが予想されるわけでありましょう。けれども一方から見れば光は一つの波動であつてその波面は光線に垂直になつていることを私たちは実験的に知つています。波面が進行する場合にそれが曲つた方向にゆくとしたならば波面の各処に於て波の進行速度が異なることを意味しなければなりません。光線が重力の場で曲るためには光の速度がそこに於て変化していることを必要とします。そうして物体に近い程度速度が遅くなるときに始めて光は物体に引き寄せられる様に曲ることが出来るのでしよう。斯のような事実が果してあるかどうかをアインスタインは先ず考究しなければなりませんでした。

彼はその考究の出発点として前編に述べた相対性力学からの重要な結果を利用することが出来ました。それは物体の静止せる場合のエネルギーは惰性的静質量と光速度の二乗との相乗積に等しいと云う事実です。このエネルギーはその物体の有するすべての種類のエネルギーを包括しています。今この物体が重力の場で静止しているとしましょう。たとえば地面上にあるとしまして、この物体をそこから静に高い処へ持ち上げたといえます。この場合に私たちは重力に対して或る仕事を費さなければなりません。それだけ物

体の重力的エネルギーが増すわけでありませう。このエネルギーの増加は上述の関係によりて惰性的静質量の増加か又は光速度の増加に相当しなければならぬ筈です。然るに私たちはアインシュタインと共に惰性的静質量と重力的質量との同一を仮定し、従つて又之は重力の場に依らない物体固有の量であるとすれば、必然的に重力の場に於けるエネルギーの増加は光速度の増加に依ることを結論しなければならぬでせう。地面から高処にゆけば重力の場の強さは減ずるのです。そうしてそこでは地面に於けるより光速度が増すでありませう。此の結果は丁度上に予期した処と一致して居ります。

実際に光線が重力の場に於て曲るかどうかは、光速度の大きなことと強い重力の場を實現させることの困難なために実験的にはかなり判断に苦しまなければならぬのです。只星から来る光が太陽の近傍を通る場合にその屈曲の大きさは観測に適する程度に達することが出来ます。之に關して理論が確められるようになった著しい事實は更に後に述べることにいたしましませう。

註

(1) エートヴェースは、硝子、コルク及びアンチモン結晶などと真鍮の錘りとを比較したのですが、その結果から之等の物質に惰性と重さとの相異があるとしても、その重さの二千万分の一を超えないことを導きました。

五 世界空間の変形と一般相対性

アインシュタインは物体の惰性と重さとが同一のものであるといふ仮定をエネルギーの場合にも拡張することによりて、光速度が重力の場に於て変るといふ結論に達しましたが、之は単に上の性質から導き出された結果という以上に根本的な意味をもっている事実として解されなければならぬので之は光速度といふものの特種な役目から云つて肯かれるでありませう。私達が前編までに述べて来た特殊相対性原理は觀

測者のお互の速度が一定の値を保っている場合に限られていましたけれども、そこには光速度が常に一定不変であるということが基礎的な公理として含まれていたのです。私たちはその場合に重力の場のごときは少しも考えに取っていませんでした。ところが今観測者の立場をもつと一般に拡張しようとして、それと同時に重力の現象をも取り入れて議論を進めた結果として、はか図らずも光速度が重力の場で変るという事実にごぶつかつたのでした。そこで当然私たちは斯う云うことを思い浮ぶであります。それは光速度が変わるといことが、重力の場の存在するというごの特質ではなからうかと云う予想です。勿論モリウアインスタインに依れば重力の場が存在するごときないとは観測者に対する相対的の現象です。地面上に静止する人に取って地球の重力の場は存在していませんけれども、地面上の空間で自由に落下する箱を想像すればこの箱の中の観測者に対しては重力の場は消失してしまします。けれど箱のなかで光速度が一定であり従って光は一直線に進むごときなりましたなら、この現象を地面上で見るとやはり光の速度が変りそうして光線は必ずしも直線に進むごときでないごことが容易く理解されるにちがいありません。それですから、どんな場合にも重力の存在と光速度の変化ごときは相伴うものと謂ってよいので、従って私たちは一步を進めて、光速度の変化そのものによりて重力の場の成立を説明してもよいごことになるのでしよう。私たちはここに重力の物理的の意味に就て新しい手がかりを得たようにも思われるのです。ともかく光と重力とは斯うにして密接な関聯を与えられるごことになりました。

しか然るに茲に一つの大きな困難がこの理論をすすめる途上にあらわれました。私たちが一度つくり上げた相対性原理は光速度の不変を公理的な仮定ごときとしてもっているのに、今それを捨てて光速度の変化をゆるすごとしたなら、この原理はその土台から崩されたごときと謂わなければならぬ。折角せっかく広い処に出ようごときとして今迄の成功をみんな失ってしまうごときしたらそれは堪えられない遺憾であります。前に築いた相対性原理の美事

な住居をどう繕ったなら、この新しい要求をも容れることが出来るようになるでしょうか。この問題の解決は当時非常なむづかしいものとなっていていろいろな議論を沸き立たせました。アブラハムの如き人は之を極端に悲観して相対性原理を捨て去つてもとの絶対論にかえろつとさえした程です。又ノルドストレーム及びミーなどはもとの相対性原理をどうにか拡張して重力の場合を包括させようと試みましたが、多少アインシュタインの上述の論とは異なる点もありましたし、又その結果が十分に満足なものにはならなかつたのです。之等は一九一一年から一三年頃までの間のことでしたが、丁度その年にアインシュタインはグロースマンと共に全く新しい基礎のうゑに相対性原理の拡張を企てたのでした。そうしてこの論はその後多少の変更と補足とを加えて漸く一九一五年になってアインシュタインの手で完成されました。それが今日一般的相対性原理と称えられているものなのです。

私はここで新しい基礎と云つたものが何であるかを説明しておかなければなりません。それは空間幾何学の最も一般的な理論であつたのです。もと私たちは一定の公理の系統から發達したユークリッド幾何学のみを知っていました。ところがその公理のうちで平行線に関する公理を否定しても、尚おそれ自身のなかに矛盾を含まない他の幾何学的論理系統の成立し得ることがだんだんに明らかになつて、謂わゆる非ユークリッド幾何学が生れ、更にその公理を一般に整えることによりてリーマン、クリストッフエルなどの一般的な幾何学理論が發展して行つたのでした。之れによればたとえ二次元的表面の場合に、いろいろな面がありますが、その上に一定の幾何学の成り立つような表面同志は皺をよせることなしに変形させてお互に他の上に重ねることが出来ますけれども、之れに反して皺がよらなくては重ね合されない二つめ表面の上では異つた幾何学的關係が成立します。例えば平面と円柱面との如きは前者に屬し共にユークリッド幾何学が成立しますが、平面と球面とではそうゆきません。球面幾何学はもはやユークリッドの平面幾

何学とは、ちがわなければなりません。之と同様なことは三次元若くはそれ以上の高次元空間でも行われるのであります。同一の幾何学が成立つかどうかを判別し得るものとして、一般の幾何学理論は之等の空間の各に固有な唯一の量があることを見出しました。之をその空間の曲率として云いあらわします。⁽¹⁾ 曲率の同じものはどんなに形は異つていてもお互に皺にならず重ね合うことが出来るもので、之の異なるものは然う出来ないものです。ユークリッド幾何学の成立する空間は丁度二次元の平面と等しく曲率の零なる場合で、⁽²⁾ その外に曲率の一定な球面や準球面に相当する空間も考えられますし、又曲率の場処毎に変わる複雑なものも想像せられます。アインスタインはこの一般的な幾何学理論をミンコフスキーの四次元世界のうゑに応用したのでした。ここに今日の偉大な一般的相対性原理を生んだ彼の卓見があつたのです。

前に述べた特殊相対性原理に相当するミンコフスキーの四次元世界は双曲線幾何学の成立する空間でありました。この幾何学は通常のユークリッド幾何学と異つてはいますけれども、或る一つの変数(時間)を虚数単位で測ることによりて容易に後者に移ることの出来るものであつて、曲率の零であるという性質はお互に共通なものですから、私たちは斯ようなものを準ユークリッド空間として取り扱つています。尚お四次元世界のうちに含まれる三次元空間は純粹にユークリッド空間として見なされてきました。このなかで私たちは光速度を一定不変の量と仮定していたのです。そうして光の進行をあらわす世界線は一つの直線としてあらわされました。ところがここに重力の場があらわれると光速度が変化し、従つてその世界線は曲ることになつたのでした。私たちは前の場合からこの後の場合に移るために四次元世界に或る変形を与えなければならぬでしょう。この結果として世界空間に皺がよるかどうかが、言い換えれば曲率があらわれるかどうかは判りませんが、ともかく重力の場の存在、従つて光速度の変化は四次元世界の或る変形として解せられるのです。ここに注意すべきことは、たとえこの四次元世界の変形が曲率の変化を起さな

いようなものであっても、そのうちに含まれる三次元空間には曲率の変化の起る場合がたくさんにあるということ。そうして実際おおくの重力の場に於て之が実現されて居ります。

アインシュタインの理論は斯ようにして四次元世界の変形を重力の場と結びつけた後に更に一步を進めて、この世界空間の曲率の特質を物理的に意味づけようといたしました。即ち世界空間は物質の存在しない処では常に曲率が零であり、物質の存在する場処ではその密度に^④応じて曲率が異なることを仮定しました。世界空間の曲率が之によりて、物質の存在と一義的に結びつけられたことは、アインシュタインの理論の根本的の仮定の一つであつて、之によりて始めて万有引力の場と之を起す物質との関係が完全に決定せられるのであります。

一般相対性から見れば前の特殊相対性に於ける関係は尚お一層ひろい原理に含まれてしまつてゐるので、只それは観測者の特別な立場、即ちその人に対して重力の場のあらわれないような場合に限つて実現される関係に過ぎなくなるのであります。この一層ひろい原理が何であるかと云うことから始めて、私は次の説明を続けてゆこうと思ひます。

註

(1) 一般の空間の性質は、各点に固有な、微小線分を決定する基本テンソルと名づける第二階級のテンソルによりてあらわされます。私たちはこのテンソルと、その座標に対する第一次及び第二次微分係数とをもつて一つのスカラー量をつくることが出来ます。之が即ち空間の曲率 (Krummungsmass) と称えるものであつて、斯様なスカラー量は唯一つしか存在しないことが数学的に証明せられます。この曲率の外に尚お一般に基本テンソルから導かれる第二階級及び第三階級のテンソルがありて、それぞれ空間の変形を云いあらわしています。

(2) 平面やユークリッド空間では勿論曲率が零になります。併し之と同時に尚お前註に述べた第二階級及び第三階級のテンソルも零にならなければなりません。三次元の空間のなかにある面に就ては、曲率さえ零になれば、従つて第二階級のテンソルも零になり、面は平面になるか若くは皺なしに之と重なることの出来る面になります。けれども

一般に高次元の空間では曲率のみが零になっても、まだ全く平面的な性質をもたないで、歪んだ空間をつくります。即ち平面的（ユークリッド的）になるためにはどうしても第三階級のテンソルが、零にならなければなりません。之が零にならないでも、第二階級のテンソルの零になるものを、第一次的に歪んでいると云います。又第二、第三階級のテンソルは消えないでも曲率の零になるものは第二次的に歪んでいると云います。更に曲率の零でないものは、全く歪んだ空間なのです。

(3) 物質のある周囲の世界空間では曲率は零でありますけれども、一般に第一次的に歪んで居ます（註(2)参照）。従つてこの世界空間に含まれる三次元空間の曲率は必ずしも零になりません。

(4) 物質の密度は特殊相対性の場合と等しく一般相対性に於ても一つのスカラー量と認められます。そうして之が曲率と一義的に結びつくことが出来ます。密度がどんな観測者から見ても変わらないと云うことは、そこに物質の恒存性の核があるものと見なくてはなりません。

六 世界空間に於ける共変性及び不変性

特殊相対性の場合に既に私は最も基礎的な自然法則として最小作用の原理を説明しておきました。之が前節の終で、光速度不変の法則よりも一層広い原理として暗示したものに外ならないのです。外力のはたらかない場合に一定の静質量をもつた物体は世界線の長さが最小であるような径路を取ることが、この原理の直接の結果であつたのです。私たちはアインスタインに従つて重力を惰性の力と同一のものであると解するならば、それはもはや外力ではありません。私たちは歪んだ四次元世界を考へて、そのなかで上の原理をその儘心用しさえすればいいのです。若し物体のかわりに光が進むならばその世界線の長さは零であるということも前に導きました。重力の場がそこにあるならば、之に相当した歪んだ四次元世界のなかで、やはり長さの零になるような世界線をもとめれば宜いのです。それが光の径路でなければなりません。そうしてその径路は一般には世界の歪みによりてもはや直線ではあり得ないのであります。光

速度の変化はこの云いあらし方のなかに含まれた事実なのです。それはまた世界空間の歪みのあらわれない特別の場合に、光速不変の法則に移つてゆくことの出来るのは、容易に推断せられるでしょう。

私は更に茲に最小作用の原理の大切な役目を述べなければなりません。それは前節の終りに述べたアインシュタインの仮定、即ち世界空間の曲率と物質の密度との関係は、丁度この原理に入る作用量として私たちの前に論じた物質に属するものの外に世界空間の曲率に比例する量を附加することによりて、同じくこの原理の応用として導かれると云うことであります。先ず物質の存在しない場処では之に属する作用量がなくなり、最小作用の原理は単に世界空間の曲率の最小なることを要求することがすぐに結果するでしょう。そうして実際に之は曲率の値を零にすると云うことになります。又物質の存在する処では物質に関する作用量と世界の曲率に比例する作用量との和を最小にするために、物質の密度とこの曲率との間に一定の関係が必要になるので、之がアインシュタインの仮定したものに外ならないのです。

最小作用の原理は自然法則の最も基礎的な簡単な形式であることを、私たちは之等によりて知ることが出来ると思いますが、尚お私たちはアインシュタインが最初にこの原理に依らないでしかも之から導かれる関係を何故立てることが出来たかを見通してはならないと思います。之は実にミンコフスキーの四次元世界の不変性と、そうしてそのなかに起るすべての関係の共変性というものが相対性原理の根本に横わっている事実からに外ならないのです。私たちは世界空間のどんな歪みを考えるにしても、いつも世界線の微小部分の長さが変わらないということを仮定します。之は丁度ジーマンなどの發展させた一般の幾何学理論に於ける仮設と同じなのであって、その解析的な理論が絶対微分学と云われるのも要するにこの意味からなのです。つまり一般の空間に於ける微小線分が絶対の長さを保っているようなあらゆる変数転換をそこでは取り扱っているのです。この場合に独立変数のどんな転換を行なつても形式を変えないようない

るな関係があります。之を論じてゆくのが絶対微分学なのであります。そうしてこの関係のなかに入ってくるすべての幾何学的量即ちテンソルは独立変数の転換と共に皆それぞれの転換をなし、夫々相当した新しいテンソルとしてあらわれるので、之をそれらのテンソル並にこの関係式の共変性と名づけます。相対性原理は丁度之がミンコフスキーの世界空間に於て実現されることを要求するものに外ならないのです。この場合には独立変数が時間及び空間座標であり、その他のすべての物理的の量は共变的なテンソルとして、又その間に成り立つ自然法則は共变的な関係式としてあらわされなければなりません。私たちは物理的諸量の概念を之に適合するように選ばなくてはなりません。そのうえで共变的な関係式をつくれればそれが正しい法則になるのです。アインスタインのもつめた関係もこの要求に相当したものでしたから、最小作用の原理によらないで之と同等なものが得られたのでした。この説明をすませた後で私たちはもう一度最小作用の原理に戻ると、それが何故に最も基礎的な法則であるかと云う理由をこれまでよりももっと瞭きりさせることが出来ます。従来最小作用の原理がすべての自然法則のうちで基礎的のものであるとする理由としては、それが最も簡単な形式をとるからと答えられるのが常であり、私も亦前にそう云う言葉を用いました。併し相対性原理は単に簡単ということをその理由として満足させてはおかないのです。今上に説明した一般の幾何学理論におきまして、種々の幾何学的量は独立変数の転換と共に共变的に変るテンソルでありますが、そのうち特別なものとして第零階級のテンソル即ちスカラー量は変数が転換しても全く変らないのです。そうして絶対微分学に於てこの不変的な幾何学的量は、最初の仮設によりてその性質をもっている微小線分の長さ、それを措いては空間の曲率として定義された量の外にはないことが証明されています。

このことは大切な空間の性質なのです。ところで私たちのもつめる自然法則は一般に四次元世界に於け

る共变的關係として与えられるのですが、そのなかで独り最小作用の原理に入る量は丁度世界空間に於ける不変量なのであって、従つてこの原理の形式はどんな変数轉換に際しても一つの不变的關係としてその儘残るものなのであります。最小作用の原理が斯の性質を具えていると云うこと、そうして亦之が不変的の唯一のものであると云うことが、この原理を自然法則の最も基礎的な形式であるとするに充分の且つ必然的な理由となるのであります。それが簡単であるということはこの性質からおのづから出て来ることでありましょう。

尚おここに序に注意しておきたいことは、上の幾何学的關係に於て独立変数の轉換は、すべての量の共变的の満足せられるように、言い換えれば微小線分が絶対不変になるように行われなければならないと云うことです。私たちが種々の觀測者の立場に依つて、時間及び空間の長さをどう測るべきかと云う問題は、之等を独立変数としたとき、それが世界空間に於て右の要求を満足するようになされなければならないと云うに歸着します。この結果として私たちはもはや、絶対的に時間をするす固定装置の時計や、空間の長さを定める剛体の物指をもつことは出来ません。世界空間のいろいろな変形に依つて時計の示す時間や物指の長さはやはり変化してゆかなければならないのです。ずっと前に述べた物指のローレンツ短縮や時計の進みの局所的变化も之れの一つですが、一般にはもつと複雑な物指の曲りや時計の変化を考えなくてはなりません。空間的には長さが絶対なばかりでなく、真直ぐとか曲つてるとか云う判断も絶対ではありません。みんなそれらは觀測者の状態に依るものです。

時間及び空間の長さの相対性は斯ような広い意味で成り立つようになりましたが、私たちはこの相対性のなかに潜んでいる絶対不変をもとめなければなりません。一つの物体がどんな空間的拡がりをもっているか、又それがどれだけの時間的経過をもつたかということは、その上で始めて一義的な意味を得るから

であります。之がためには私たちは任意の観測者の立場を去りて、その物体の世界線に追隨しなければなりません。言い換えれば、この物体の世界線と同じ世界線をもつ観測者を基にしなければなりません。之はつまり常に物体に固着している観測者と云うに外ならないので、私たちの前に用いた言葉によれば物体を静止状態に転換するという事です。この観測者から見た物体の大きさは世界線に垂直に四次元世界を切った截り口として与えられ、又時間的経過は世界線の長さ即ち固有時間として与えられます。併しこのことは物体のすべての点を同時に静止状態に転換され得ないような運動たとえば廻転の如きにありてはその儘当て嵌められません。斯ような場合には各点の世界線とすべて垂直に交わるような三次元空間をもつめなければなりません。それは一般にもはやユークリッド空間ではなくなり得ます。この事実が前にポルンの剛体の定義と一致しない運動のあらわれたことに相当しているのです。ポルンの剛体なるものを固執して考えていれば、剛体は一般的な運動が不可能になりますけれども、私たちは既に空間の変形をもゆるしている上は、実際の物体の理想的なものとして必ずしもポルンの剛体を抽象するを要しないのであって、空間と同一の変形を起し得るものを考えればいいのですから、物体の観測者の立場の転換に相当するどんな運動でも可能であることは勿論認められるのです。特殊相対性の場合に残されてあつた剛体の問題は之によりて始めて完全に解決されたと云つてよいのでしよう。二人の観測者がお互に時計の進みを比較すると云う問題もずっと前に一寸申しましたが、之は単に相対的速度だけによつては定まらないのです。同一の空間上の点から出て異つた世界線を通じて再び同一の空間的の点で出遇つとすれば、それらの二人の時計の進みは世界線の長さによりて定まるのであります。私たちの童話にある浦島の話^①をこの例に引いた場合に、私たちはその正しい解釈を与えるように注意しなければなりません。浦島の時間的判断が海岸の漁夫等のに比べて短かつたとすればそれは短い世界線に沿つて進んだのです。それがどんな具体的の場合

に相当するかは決定的には云われません。相対的な重力の場がなくなれば世界線は短くなるでしょう。又光速に近づけば固有時間は小さくなるでしょう。けれど同一の空間点に戻って来るためにはその間にもつと複雑な経過が含まれておりまして。尚おこれの立ち入った議論に関しては次の編で云う処を参考せねばなりません。

註

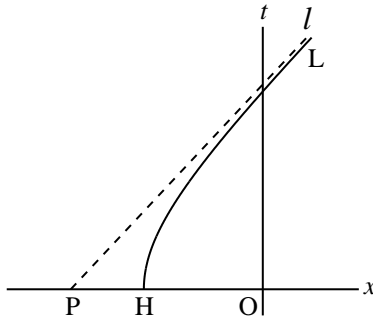
(1) 世界空間の二点に於ける時刻の差が単にその二点の位置によりて、定まらないで、之を結び付ける世界線の長さに依ると云うことは、数学的に云えばその量が非積分的 (Nonintegrable) であることを示すものです。

七 落下運動及び廻転運動

前節に於て一般相対性原理の理論的内容を抽象的に説明しておきましたが、尚おもう少し具体的な例による方が解り易いみちを与えるだろうと思しますので、前に例示した場合、即ち地球上に静止している観測者と、自由に落下する箱のなかの観測者とをここにもう一度想像して見ましょう。後者から見ればそのなかに重力が少しもあらわれませんから、四次元世界は準ユークリッド空間であつて、光の世界線は時間軸に対して45度の傾きをもつ一つの直線であらわされ、箱のなかに静止している物体の世界線は時間軸に平行な一つの直線になります。地面上に立てた鉛直方向を x 軸に取れば、之と時間軸とを含んだ面で四次元世界を切つた截り口は第六図などに示したものと同じ性質をもっています。この観測者から見ると地面上に静止している他の観測者は x 軸の方向に一定の加速度をもつて動いて見えます。それ故にこれの世界線は一つの曲線としてあらわされなければなりません。

茲で或る註釈が要ることを聡明な読者は既に私のすぐ前の言葉から悟られたであります。私は前に

この例を話したときは、説明の混雑を避けるためにほんやりと相対的の加速度とということを用いて来ました。従来の力学に於ては加速度は絶対的なものでありましたから、それは誰が測つても同じものであったのですが、相対性原理に於ては明らかに然うではありません。お互に運動している観測者に取りて、相対的速度が互に反対に向くと同じように、相対的の加速度はやはりその方向を反対にしなければなりません。またそればかりでなく空間の長さを測る物指が両者に取りて必ずしも同一ではなく、又各の測る時間の長さもちがいますから加速度の値がどんな関係にあるか予め言うことは出来ないのです。それをどう定めるかが決せられないうちは只ほんやりと相対的な加速度と云つても実は無意味に終るわけであつたのです。そこで一般に空間の長さ及び時間の測り方に就ては、前節に述べたようにミンコフスキーの四次元世界の不変的な性質を基にしなくてはなりません。

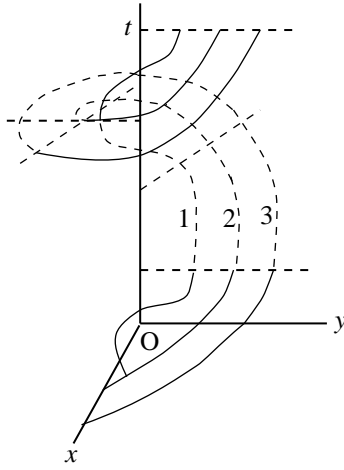


第十六図

私たちはともかくそつ云つ關係を満足するように時間や長さの測定を行うものと仮定いたしましょう。そうして前に特殊相対性の場合に定義したと同じように運動ベクトルや加速ベクトルを定めます。加速ベクトルの一定な運動は丁度第四編第四節で説明した等加速運動即ちボルの双曲線運動と名づけるもので、その世界線は一つの双曲線になつてあらわれます。今私たちの選んだ例に於て箱のなかの観測者が見たときこれに対して地面上の観測者はこの等加速運動をしていると仮定するとこれの世界線は右の双曲線になるのです。箱が地面に対し落ち始める時刻を時間の始めと取れば之は第十六図に於てHLの如き線であらわれます。

次に私たちは地面上の観測者の立場に移つて之を見るとしましょう。この観測者に取りては第十六図の

世界線 HL が之に固着しているのですから、之がその人に対する時間軸でなければなりません。即ちその人はこの線を空間軸に対して垂直に且つ真直ぐに立っていると判断しているのです。世界空間は之に相当して歪まなければなりません。この歪みが彼に対して存在する重力の場をあらわすのです。この歪みがどんなに起るかは、すべて世界線の微小部分の長さが変わらないようになされなければならぬので、その結果を明らかにするには稍難かしい計算が必要です。ここにはそれを詳しく述べることは出来ませんが光の世界線 Pl はもはや直線ではなくなり、又箱に静止している物体の世界線 Ot は双曲線ではなくて之と異なつた形の線になってしまいます。



第十七図

もう一つ私は廻転運動をなす物体の例をとりて論じましょう。簡単のために円板を考えて、一人の観測者はその中心に静止し、他の観測者は円板の上の中心から外れた点にありて之と共に廻転していると想像します。円板の質量を度外視し又他に物体がないとすれば重力の場が存在していません。又後の観測者から云えば円板は相対的に静止しているのですから、その各点の世界線は時間軸に平行になっています。この円板の運動を全く見ない立場から前の観測者の立場に移ると云うことは、円板に対して廻転せる座標体系に移ることになります。従つて円板に対するこの観測者の運動は、丁度第十七図に示すような螺旋線をつくる世界線であらわされるでしょう。1、2、3の如き線は夫々中心からの距離が1、2、3だけ隔つた点の世界線です。そこで斯様な観測者、即ち円板と運動を共にしない立場に移ると云うことは之等の世界線が皆時間軸と平行になるように世界空間を歪めると云うことに帰着します。

併しここでは前例と異なつて事情が複雑になります。前例では観測者が箱のなか又は地上のどの点にいるとしても、夫等は互に相対的に静止していますから、従つて夫等の世界線は互に平行していますから、時問軸の一の截り口である三次元空間内のすべての点は皆同様の歪をうけて、一方の立場から他方へ移ることが出来たのでした。ところが現在の例では之に反して1、2、3の如き世界線は互に平行していません。それですから之等の線のすべてに垂直な二次元的の截り口は、既に複雑に歪んでいる訳です。この世界線やその截り口を皆平行になおすためには各点に与える歪みが夫々異なつたものでなければなりません。之が即ち曩に特殊相対性のときに剛体廻転の問題にあらわれた難点であつたのです。ともかく円板の各点は夫々異なつた歪みをもつて、この観測者に見えることになりますから、ボルンの剛体の如きはこの廻転運動に移ることはゆるされないのですけれども、アインシュタインの理論から云えば、斯様な歪みは取りもおさず一種の重力の場を、ここにつくるものであつて、それが私たちの従来考えていた遠心力の場にならないのであります。

前編に述べたエーレンフェストの迷理もここで尚お明らかに理解されるでしょう。円と廻転を共にする観測者から云えば、第十七図の時間軸に垂直な截り口は同時刻の点をあらわしますけれども、円の外にありて之が廻転を観測する人からは、同時刻と判断すべき点が前者と一致しないで却つて1、2、3等の世界線をすべて、垂直に截る面上になければなりません。従つて円の半径をはかるに、その同時刻的の長さ^②と云ふものをとると、両者が必ずしも等しいとは云えなくなるでしょう。半径と円周との関係は後者に対しては新に非ユークリッド的に測られなくてはならないのです。

私はここで尚重要な問題に触れなくてはなりません。それは円板の半径をどこまでも大きく考えるときには、之に相対的に廻転せる観測者に対して中心から遠く離れた点の速度は光速度を超えて速くなり

しないかと云う疑問です。この問題は既に第四編の終りに述べたのでしたが、そこで例に引いた如く、一本の長い真直な棒の一端を中心にして廻したと云う場合にも同じ疑問が成り立ちます。ここで私たちの注意すべきことは、棒の廻転の速さを定めるには、或る観測者から見て棒の同時刻的位置が元に戻るまでの時間を一週期とすることであり、之が若し有限ならば棒の先端が無限大の半径の円を描くときにその速度は無限大になるのです。ところが棒の同時刻的位置（之は第十七図の1、2、3の世界線に垂直な線です）と云うのは何で定められるのでしょうか。棒が真直くであることが仮定されるならば之は廻転の中心点から出た光の径路と一致しなければなりません。然るに光の径路は力の場がなければ一直線をなしますが、相対的に廻転せる観測者から見ると、遠心力の場が存在し従つてその歪んだ空間のなかでは彎曲した径路をとる様になります。この径路は無限の遠方では遂に中心のまわりに廻る螺旋線になってしまふのでしよう^③。それですから無限に長い廻転棒の一端の速度と云うものは、決して之を剛体的に直線である^④と見なして速断することは出来ないのです、やはり実際にはすべて光速を超えないことが、正しく結論されるのです。円板若くは空間それ自からの相対的廻転に就ても同じことが云えます。

註

(1) ここで注意すべきことは、本文に記したように最初円板に固定せる観測者に対して力の場がないとすれば、之と廻転を共にしない観測者に対し遠心力の場があらわれますけれども、之に反して最初後者に対し力の場がないとし、次に相対的廻転によりて前者に移ると、却つてこの方へ遠心力の場があらわれます。廻転に対するこの差別は即ち二ウトンの謂わゆる絶対空間、ノイマンの謂わゆる理想体アルファを決定させるに到る所以なのです。この問題に対しては次編に於て詳細に論じてありますが、廻転の相対性を完全にするためには無限に遠方に於ける事情を考慮しなければならぬことはこの節からも推察せられます。

(2) 同時刻的の長さを実際に定めるには、光を送りてその径路に沿つて長さを測らなくてはなりません。併しながら光の径路は斯ような廻転系のなかでは可逆的ではありません。円板の上の中心に近い点Aから之より遠いB点にゆ

くのと、反対にBからAに戻るのとは明らかに異なっていますから、その長さの決定に関し尙お複雑の考慮が必要です。

(3) この点に關しても次編に論じてある無限遠方に於ける條件が考に取られなくてはなりません。

(4) 廻轉の相對性に関し興味ある一つの例として近頃グスターフ・ミーの論じたものを、茲に記してみましよう。それは或る重力を起す中心のまわりに電氣を帯びた質点が廻っている場合です。例えば太陽をまわる惑星が電氣を帯びていると云うような例です。この場合に若し一人の觀測者がその惑星に固着して現象を見ていれば、帯電せる惑星はその周囲に単に靜電氣の場を起しているのです。併し惑星の外にありて之が廻轉運動を見ている觀測者から云えば、帯電体のまわりの電磁場はその加速度のために輻射エネルギーを發しているであろうと思われるので、若し然うならばこの兩者の觀測者の間に相對性が失われはしないかと云う疑問が起るのです。ミーはこの場合の電磁場を計算して、後者の場合に帯電体から四方へ拡がる輻射波と、逆に四方から帯電体に向つて收斂する輻射波との重なつた電磁場が、丁度前者の場合の靜電氣の場に全く等しいことを證明しました。併し實際にはこの收斂する輻射波は存在していませんから、帯電体は輻射エネルギーを失わなければならない筈です。そうして前の帯電体に固着せる觀測者が之と同じ結果に到達するためには電氣の或る廻轉性の場を最初から帯電体のまわりに考えなくてはならなかつたのです。斯様な場がどうして起っているのかと云いますと、それは帯電体から見て一方に重力中心があつて、そのために空間の歪みを起しているからなのです。その歪んだ空間のなかでは靜電氣の場が変化されていなくてはならなかつたのです。この考察によりてここでも廻轉の相對性に矛盾の伴わないことが示されています。

第七編

一 一般相対性原理と観測的事実との比較

アインシュタインの理論の最も著しい事実との一致は太陽系の惑星の運動に就て示されました。従来太陽系に属する諸天体の運動は驚くべき精密さに於てニウトンの万有引力の法則で与えられて居るので、かの有名な海王星の発見の如きは益々この法則の正確さを証明したものであったのですが、観測の精緻に進むに従つて幾らか理論に外れるような点も見出されて来ました。月の運動の不規則さはその一つですが、月は一番私たちの地球にちかくその形体の影響など複雑な原因がはたらいているらしいので、斯様な不規則さの起ることも止むを得ないと思われませんが、之に反してもう一つ解釈に苦しんだのは水星の近日点の移動でありました。一体ニウトンの法則によれば太陽のまわりを唯一つの惑星がまわっているときには、太陽を焦点とする一定の楕円を描く筈であります。併し実際には他に惑星があつて之が引力を前者に及ぼしますからそのために軌道が動かされますし、又太陽自らの固有運動も之に影響します。けれど之等の副影響を取り除いてしまえば、もはや楕円軌道を移動させるような原因は他に求められません。それにも拘らず實際の観測の結果には斯ような移動があらわれて来るのです。私たちはこの移動を測るのに、楕円の最も太陽に近い点即ち近日点が一定の期間にどれ程動くかをもつてします。太陽に近い惑星に就て之を測ると皆近日点は軌道の平面のなかで、惑星の運動と同じ向きに或る角度ずつ進むことが判りました。勿論観測の誤差がありますから近日点の多少の移動はその誤差から起るでしょうけれども、水星の場合には之が最も著しく、毎百年について43秒の角度だけ動くことが知られていました。これは絶対の値としてはかなり小さなものですが、天体観測の誤差のあり得る範圍に比べては数倍の大きさに達しているので、何か相当な原因

がなければならぬと云うわけでいろいろな説明が試みられました。ホールは引力の法則は丁度距離の二乗に逆比例するのでなくて、いくらか之と異つてあるつとつて仮定のもとに之を論じて、距離の2.00000016乗に逆比例するという解決を得ました。又ル・ヴェリエは水星よりもつと太陽に近い処に私たちの知らない惑星があつて、その影響によるのであらうと想像し、之にヴァルカンと云うような名をつけたりしました。けれど引力の法則を人為的に変えることはそれとポテンシアル論との關係に於て困難を伴うものであり、又新しい惑星があるとすれば観測によりて確められねばならない筈でありますし、それらの点で何れも充分な承認を得られなかつたのです。この外に黄道光を起すような抵抗物質が空間に拡がってその影響であるとも云われていますが、之も果して観測の結果を満足すべきかどうか判りません。純粹に理論的の根拠から之を説明しようとしたのはゲルベルで、彼の一八九八年の論文には、万有引力ポテンシアルが空間を伝播するときの速度を有限であると仮定し、之に電気の場合と類似な法則をあてはめて、それから近日点の移動を導き、この値が水星の場合に観測の結果と一致するためには引力伝播の速度がどれ程でなければならぬかを計算して、丁度光速と等しい値を得て居ります。之は大層興味あることで、ニュートンの法則が物体の静止せる場合にのみ正しく当てはまるときに、之を運動せる物体に拡張した一つの可能な解決として認められるからであります。ただ相対性原理から論ずると、引力伝達速度が光速に等しいことは満足ではありませんがその外の諸關係がミンコフスキーの四次元世界のなかで共变的な意味をもたないという処に、この原理との調和を欠いて居るのです。勿論ゲルベルの時代に斯ようなことは誰の頭にも存在しなかつたので、彼がともかくも一つの理論的な解決に達したということを私たちは多しなればなりません。しかも彼が近日点移動に対して得た式は、それから二十年後にアインシュタインの導いた式と寸毫の相違もないものであることは著しい事実でなければなりません。

アインシュタインの理論によりますと、太陽を静止せる球体と見なすと、そのまわりには対称的な且つ時間的に変化しない重力の場が起ります。物質のない場処では四次元世界の曲率は零として保持されますけれども、球体の存在のために或る変形を起しています。従つてその場合の三次元空間、即ち太陽のまわりの實在の空間には或る曲率があらわれるのです。この空間がどんなものかは理論的に導くことが出来ませんが、かなり複雑な性質をもつたものです。このなかで一つの惑星が動くとすれば、それは四次元世界に於て最小距離をあらわす一つの世界線に沿つて動きます。之に相当した太陽のまわりの軌道はもはや一定の楕円でなくて、それが近日点移動を有するものになります。計算の結果では、楕円の長軸の半分を a 、その扁平率を e 、軌道の週期を T 、光速度を c とすると、軌道の一週期間に近日点と同方向にまわる角度は $\frac{24\pi a^2}{c^2 T^2 (1 - e^2)}$ に等しくなります。之を私たちの時間的測度で言つて百年の間に移動する分量になおし、太陽に近い四つの惑星について観測上の値と比較すると次の表の如くになります。

惑星	毎百年の近日点移動角度(秒)	前項の角度と軌道の扁平率との相乗積	同上観測値	差
水星	+ 42.9	+ 8.80	+ 8.24	- 0.58
金星	+ 8.6	+ 0.05	- 0.06	- 0.11
地球	+ 3.8	- 0.07	+ 0.07	0.00
火星	+ 1.35	+ 0.13	+ 0.64	+ 0.51

之等の数字はアインシュタインの理論がどれ程よく従来不明であつた処を説明することが出来るかを示しています。

惑星が動くのと全く同様に、太陽の近傍を光が通る径路を見出すことが出来ます。只之にありては、固

有時間が全く零になるといふ條件が前者と異なるだけです。私たちは光が無限の遠方から来ることを仮定しますと、太陽に近づくに従い、空間曲率のために屈曲して、丁度之の引力によって引かれたのと同様になります。太陽の質量を M 、万有引力常数を γ 、光線が太陽中心へ最も近づいたときの中心からの距離を R とすると、全体として光線の屈曲する角度は $\frac{4\gamma M}{c^2 R}$ となります。若し光線が太陽の表面を通るものとするば此の値は 1.75 秒になるわけです。太陽以外で私たちに近い星では質量が之に比べてずっと小さくなるので、上の角度も小さくなり、木星の場合には僅かに 0.017 秒程になります。夫れ故この現象を事実によりて確かめようとするには、先ず太陽の場合を描いては望みないのです。ところで太陽に就て観測するは日蝕皆既の際、太陽の近傍に来る知られた恒星を写真に撮りてその位置を検し、之が光線屈曲のない通常の場合の位置に比べてどれ程変つてゐるかを見ればいいのです。アインスタインの理論の出たすぐ後でフロイドリツヒは従来の日蝕写真をしらべてその材料を探しましたがよく判らずにしまいました。又アメリカのリック天文台では一九一八年の日蝕皆既に観測隊を出したのですが、充分の結果を得ませんでした。一九一九年になつて英国の王立天文学会で五月二十九日の日蝕に観測隊を出すことを決しました。之はブラジルの北部から大西洋を超えてアフリカ大陸の西海岸に亘る皆既蝕でありましたが、英国から行つた二隊のうちクロムメリン及びダヴィッドソンはブラジル北部のソブラルに、又エッチントン及びコツチンガムはアフリカのギネア湾内のプリンシプと云う島に向いました。この観測の結果は星からの光線が太陽面を掠めたとした場合の光線屈曲の角度としてそれぞれ 1.98 秒及び 1.61 秒という平均値を与えました。丁度アインスタインの理論からの値 1.75 秒はこの間に横つてゐるので、この観測と矛盾しないことを示しています。

丁度この観測の結果がロンドンの王立学会の席上で発表されたのがその年の十一月六日でありましたが、

之に依つてアインスタインの理論は遽かに世に喧伝せられるようになり、これまで相対性原理の存在を知らなかつた人々が驚いて之に眼を向けるようになったのでした。併しそれと同時にこの日蝕観測の結果について多くの学者によりて疑議が持ち出されたのです。日蝕の場合に太陽光線の達しない部分の空気の温度が冷却するため写真像にそう云う変化を起しはしないかと云う説もありました。又太陽の周囲にある気体雰囲気が光を屈折するために観測のような結果を引き起し得ることも論ぜられました。之等の疑に對してはかなり精細な講論が繰返されて居りますが、その批難はいずれもアインスタインの理論を否定するには足りないように思われます。何故なれば空気の温度の変化はその程度に於て又時間的移動に依て、観測の結果を起すには不相当でありますし、又太陽雰囲気が之を生ずるためにはよほど多くの気体物質を要し、太陽近傍を通る彗星に及ぼす抵抗が従来想像せられたものよりずっと大きくならなければならぬからである⁴。

以上二つの事実の外に、尚おアインスタインの理論の實驗的証明が可能であるとせられているのは、太陽から来る光のスペクトル線が地球上のそれに比べて移動すると云う事實です。太陽面上と地球面上とは重力の場の強さが異つていますから、それだけ物体運動の固有時間が異ならなければなりません。若し光の振動が原子内に於ける電子の一定の運動によりて起されるものとしますと、そうしてその振動週期は一定の重力の場で定まつた固有時間に相当するとしますと、之が夫々太陽面と地球面とにあつた場合に異ならなければなりません。この結果太陽面上の重力の場が大きいのですから時間も大きくなりスペクトル線は赤色の方に移動すると論ぜられました。その移動の分量は光の色によりて多少ちがいますが、眼に見えぬ光のスペクトルの真央辺（青色）で凡そ 0.008\AA （エングストレーム単位即ち一耗の一千万分の一）程であります。この現象が實際にあらわれるかどうかは極めて興味ある問題としていろいろな人たちによりて

研究されました。併し光のスペクトル線の移動する原因は不幸にして沢山たくさんにあり、又スペクトル線そのものが単純な一本の細い線ではなくて、たくさんの線が或る一定の構造をもっている場合が多い⑤のです。それであるべく簡単な構造のものを選ぶことと、又圧力などの影響をうけることがなるべく少ない線を選ばなければならぬような、いろいろの困難があります。それで実際の移動を測り得たとしても、それが果して上に云う重力の効果であるか又は他のどんな原因によるものか判断が難かしいのです。従つてこの問題の解決は今日のところ最も曖昧に残されています。多くは太陽スペクトル中窒素に属する帯として見なされているたくさんの線に就つて測られているのですが、前に研究したシュワルツシルド（一九一四年）やエバーシエッド及びロイツの結果は殆どアインスタインの理論と一致して見えますけれども、その後一九一七年に、セント・ジョンの出した結果ではまるでそう云う効果はないと云うことになり又近ごろ（一九二〇年）グレーベ及びバツヘムやペローの得たところでは稍やや小さいけれども理論に近い効果が認められるとせられています。要するにこれに関しては實際的材料がまだまだ不十分であると云わなければなりません。太陽スペクトルのような複雑な光源を用いていたのでは容易に判じかねるでありましょう。

そればかりでなく、この現象に関しては尚なお理論上の疑もありません。太陽面と地球面とに於て光の振動週期がたとえその場処の固有時時間によりて与えられるとしても、之これに相当する振動数がその儘まま或る観測者に伝えられて来るかどうかと云う問題です。之これは勿論一般には不可能なことであつて、或る特別な観測者から見て振動数の不変が成り立つても、私たちは随意に然そうでない観測の立場を想像することが出来ます。^⑥又もう一つは実際の原子の構造は上に述べたように、固有時時間に比例する振動週期を与えるかどうかと云う問題です。私たちは恐らく原子の振動をもつて固有時を示す時計として用いることがゆるされるではあるとも思いますけれども、之これは始めて観測の結果として認めらるべき事実であつて、それですから、た

とえスペクトル線の移動の効果が予期の如くあらわれなかつたとしても、それは原子構造論に影響するものであつて、相対性原理の根柢に煩いを及ぼすことはないでありましょう。

万有引力論の経験的事実による判断の可能な場合は以上の三つだけしか数えられていません。之等は何れも静止せる太陽の重力の場に関するもので、万有引力論の極めて一般的なるに拘らず、その非常に特殊な場合に就てのみ確められるに過ぎないのです。このことはアインスタイン万有引力論に尙お多くの未確定的な要素をのこす所以でなければなりません。私たちが将来実験室内に於て充分強い運動せる物体の重力の場をつくる事が出来たとしたなら、そのときには極めて多くの問題がその判定を待つために湧き出ることでしょう。そうしてそのときにほんとうの理論の勝利が決められるのです。

註

(1) 第五編の終に述べたアブラハムヤノルドストレームの理論は相対性原理を満足していませんけれども、それから計算された水星の近日点の移動は却つて実際と逆の方向に起りますので、事実と一致しないのです。

(2) 光線の経路が、物体の運動と全く同じ法則に従つて、最短距離の世界線をもつことは著しい事実といわなければなりません。只前者では後者の極限の場合として固有時間が零になってきます。併し歪んだ空間では曲つた路を通ると云ふことは、光に重さがあつて物体と同様に引力の作用を受けたものと解釈することが出来ます。光の重さはこの意味で計算されます。この相対性原理の結果に対して二ウトンの万有引力の法則の与つるものを比較しますと、即ち無限遠方で光と同じ速度をもち、且之と同じ重さをもつた物体が二ウトンの法則によりて引かれたときには、その軌道の屈曲は、相対性原理によりて計算した場合に比して半分にしかなりません。日蝕観測の結果はこの意味で二ウトンの法則に反し相対性原理に一致するものであるとエッチングトン論じています。

(3) 観測の数の少ないことと、それが、天候及び装置の欠点等のため誤謬の生じていることは免かれ難いことでありませんが、理論のもう一つの試めしは次のようにして示されました。それは観測に用いた星が七つあつたのですが、それぞれ太陽中心からの距離を異にしているので、その星の写真上の位置の移動も異つて居るのです。この移動の大きさは理論に従えば、太陽中心からの距離に逆比例しなければなりません。夫故二つの座標軸上に夫々移動の大きさと

距離の逆数とを記せば、各の星に属する点が一直線上に横たわなければならないのです。この関係はかなりよく観測値によりて満足されたのでした。

- (4) 太陽の周囲にありて光を屈折する作用をなすものは主として「コロナ」と称せられているものですが、若しその作用に依るとすれば、太陽中心からの距離によりて註(2)に云える如く規則正しく変化することは余程特別の場合でなければなりません。又観測値に相当する屈折を起すためには太陽表面から四十万哩の高さの処で屈折率が 1.0000021 でなければなりません。これは $\frac{1}{140}$ 気圧の空気 $\frac{1}{70}$ 気圧の水素に相当するものです。之から計算すれば太陽面上の気圧は莫大なものになります。種々の考慮からこれ程の物質は太陽近傍にないように想われます。彗星に対する抵抗も大きくなければなりませんし、また星からの光がもつと著しく吸収されてしまつてありましよう。
- (5) スペクトル線の移動する原因を挙げて見ると次のようなものがあります。

(a) スペクトル線を生ずる気体が観測者に対し運動するために起るドップレル効果。これは太陽の廻転運動のためにその周縁から来る光を見た場合にあらわれ、また太陽に対する地球の運動が両者の距離を変ずる場合にあらわれますが、之等は容易に計算によりて除かれます。またスペクトル線を生ずる気体が太陽面で動くためにもこの故果があらわれますが、これは太陽の中央と周縁とを比較して見出すことが出来ます。

(b) 気体が圧力をつけているために生ずる移動。この影響は種々の線によりて異なるので、之を除くことは最も困難です。幸に多くの帯スペクトルに属する線はこの影響を示すことが殆どないのでが実験的に知られていますのでその云う線を選ばばいいのです。

(c) 異常分散のための移動。之は吸収に伴つて必ず起るものですが、やはり線によりて異なります。窒素の帯スペクトルは前の圧力移動とともに之も殆どないために最も適当した線として選ばれます。

(d) 他のスペクトル線が重なるため並に相互の隣れる線の近いために起る変動。之はそれぞれの線によりても異なり又同一の線でも輻射スペクトルと吸収スペクトルとで異なります。

以上の種々の原因がありますから、多くのスペクトル線に於ける観測の結果を単に平均することは無意味になる場合が多いのです。本文に述べたように或る観測者等がアインシュタイン効果を得なかつたのは之によるのであることをグレーベは論じています。併し彼は尚お斯ような欠陥は選び出した線の少ないためであることに注意し、之に反し若し非常に多くの線に就て平均を取れば偶然の法則によりて種々の対称的效果は消え失せるであろうと考え、窒素の帯スペクトルのすべてのものに就て之を作り、所期に近い結果を得ました。

(6) 實際に万有引力ポテンシアル即ち世界空間の基本テンソルが時間の函数でないような観測的立場を選べば、すべて光が進む間に振動数の変らないことが証明されます。私たちは太陽と地球との相対的速度を無視すればこの意味に於て実験的にアインスタイン効果を予期してもいいのです。

二 無限遠方に於ける條件

私たちは一般相対性原理を知った後に、尙お極めて重大な問題の残っているのを悟らなくてはなりません。私たちはもと速度の相対性を仮定して空間に於ける地球の絶対運動を全く否定しました。地球の絶対的速度を測定することは私たちにはどんな方法によりても不可能であることが承認されました。然るに之に反し私たちは今加速度の相対性を新らしく導き入れて観測者の任意の立場を全く同等に取扱おうとしたに拘らず、フーコー振子の実験の如きは謂わゆる地球の絶対廻転を示すのは何故でありましょうか。それともこの廻転はやはり絶対ではなくて何ものかに対する相対的のものとして解し得られるのでしょうか。之がその問題なのであつて、これから見ると、加速度のない移動に関する相対性と廻転に関するそれとの間に幾らかのちがひがあるように思われます。

この問題を深く考究すると私たちは再び従来の力学で認めていた絶対座標系、即ちノイマンの理想体アルファに結付けられたものが何故に実験的に他のものから差別せられ得るかと言ふことの解決に導かれなければなりません。全宇宙を限りない拡がりをもつたとすればノイマン理想体は理論的に確定することが出来ないのですけれども、それでも私たちは廻転物体の観測から明らかに之に関する知識を得ると云うのはどう云うわけでありましょうか。アインスタインは先ず之を解決しようとしたのでした。

私たちが加速度の存在を実験的に指摘することが出来たり、又フーコー振子によりて地球の廻転を知ることが出来るのは、或る條件を無限に遠方の処で仮定しているからであることを、アインスタインは先ず

私たちに警告いたしました。つまり之等の知識はこの条件に対する相対的なものであつて、若しこの条件を変更したとするならば、従つて絶対加速度とか絶対廻転という思想も変らなければならぬ。そしてこの条件の任意の変更が可能であると彼は主張したのです。

その条件とは何であるかと云いますと、無限の遠方に於て重力の場が存在しないと云う一つの仮定なのです。之はほんとうに一つの仮定に過ぎないのでありましよう。けれどもニウトン万有引力の法則が到る処に於て一義的な解を得るために私たちは通常この仮定を当然なことと思ひこんでいました。そして前に述べたように宇宙の全天体の拡がりをも有限であると結論し、その分布によりて決定せらるるノイマン理想体の存在を想像することが出来たのです。従来の力学から云えばこれが唯一の見方であつたのでした。否これによりて一つの簡単な解を得たことに満足して之のみをほんとうの自然法則として見なしていたのです。その外の考え方はたとえなし得るとしても同じ事実をもつと複雑に解釈することになる。自然法則は種々の可能な解釈のなかから最も簡単なものを選んだものに過ぎないと。そう云う風に思ひ決めていたのでした。ところがアインスタインはどんな観測者の立場をもゆるして、それをすべて包容したものをほんとうの自然法則にしようとしたのでした。之がために重力の場は単に夫々の観測者に対する相対的のものとなす必要が起りました。重力の場が存在しないと見るのは或る特種な観測者に対する場合に限るので、之に対して任意に動いている観測者に対してはそれはいろいろな形式にあらわれるのです。それ故に無限の遠方に於て重力の場が存在しないと云うことは、やはり或る特種の観測者が見た場合に限りてゐるわけです。之が即ちノイマン理想体に結付けられたものであつて、フーコー振子によりて判断せられた地球の廻転はこの観測者に対する相対的な廻転に過ぎないのです。併し私たちは決してこの観測者の立場のみをゆるすという理由をもたないのです。もとよりその他の場合よりも簡単であると云うためにこの観

測者から見た有様を叙するのは差支さしつかえありません。ただ之このみが可能ではなくて、もつと無数に多くの可能な立場のあることを忘れてはなりません。そうしてそれに応じて無限の遠方で仮定せらるべき条件即ち謂いわゆる限界条件はいろいろ変つてくるのです。

ここまで来ると大体の事情もわかったことと思ひます。私たちが何故一定速度の移動を實驗的に求めることが出来ないのに反し、廻転を知ることが出来るかと云ひますと、それは前者では相對的に異つた速度に移つても、限界条件が変らないに拘かわらず、後者では異つた立場に移ると之こが変るからであります。つまり私たちは同じ限界条件を仮定したいいろいろな觀測的立場を實驗的に差別することは出来ないけれども、この條件の変更を實驗的に指摘することが出来るということに歸着するのです。このことを数学的に云ひますと次のようになります。どんな條件が限界に於て仮定されようとも一般相對性原理はいつも同一形式をもつた共變的微分方程式によつて自然法則を云ひあらわします。けれどもその方程式の積分は、限界條件の異なるに従つてちがつて来ます。たとえば觀測者に対し静止せる球体を考えその周囲の重力の場をもつめた場合と、最初一樣に廻転をなせる球体を考え、次に之こと共に廻轉せる立場に移りて之こを静止状態に轉換せる場合とは、異なつた結果を得るのは一見不思議におもわれますが、後者の場合の限界条件はもはや無限遠方の重力の場を零にしていないと云うことに注目すれば容易に理解せられるでしょう。この例から推して尚なおノイマン理想体に対し静止せる球体と、廻轉せる球体とはその周囲に異つた重力の場をおこすこと、即ち後者では謂いわゆる遠心力の生ずることが能く判ると思ひます。そうして之こ等はすべて實驗的に差別せられなければなりません。

限界条件としていつも重力の場の零になるような觀測的立場を選ぶことが出来るかどうかに就つては、尚なお一言を必要とするであらうと思われます。一般に任意の觀測者に対して複雑な重力の場が与えられて居

まして、それが或る数学的に特異な複雑さをもたない限り、通常は少くともその微小部分に於ては、適当な転換によりてその重力の場を見かけの上で消失させることが出来るものであります。私達は物理的にはこれの可能を信じていいのでしよう。若し^もそうであるとすれば宇宙の無限遠方に於て或る適当な立場を選べばその重力の場をなくすことは出来るのであります。そのうえに私たちは大局から見て宇宙は任意の点のまわりに対称的であることを仮定するならば、同時にすべての遠方に於て重力の場を零にすることが出来るにちがいありません。私は今宇宙の任意の点と申しましたが、若し^も全宇宙の天体に中心のあることを仮定するならば^{これ}は任意の点ではなくて、その中心点と云わなければならなかつたのです。實際従来^{これ}の力学でゆるしているノイマン理想体に^{むすびつ}結付いた座標系はその上で始めて定まつたものであります。それですから無限の遠方で重力の場の零になると云うことは決してそれ自身実験上の事実ではなくて、却つて理論的の仮定に過ぎないのであります。又重力の場が零になると云うことは、そこで光速度が一定の値を取ることを意味します。併し^{しか}これも前述の通りに実験的結果ではなくて、そう云う一定値を取る様に私たちが時間や空間の長さを定めなくてはならないと云うこと^①に外ならないのです。そして之^{これ}がいつも可能であると同時に、アインシュタインの理論はそれにどんな値でも与え得るような他の観測者の存在をゆるしているのです。

これで物理学的の事実の説明は済んでいるわけなのであり、そうして実用的な物理学者はもうそれで自分たちの役目を終えたと思つてありましようけれども、私たちは更に一步を進めて、ここで話のあつた限界條件とか無限の遠方とか云うことを考察するに於て、深い形而上学的の意味のあるのを思つてあります。アインシュタインは実にこの問題に進んで行つて、遂に^{ついに}彼の創見的な宇宙論に到達することが出来ました。之^{これ}は恐らく私たちの経験を超越することからでありましようけれども、思惟のうえの問題として、相

対性原理と密接に相関聯している処に少からぬ興味を感じられます。

註

(1) 私たちの用いる實際の時計や物指が近似的に之に一致するというのは、かような場合が直観的に最も簡單であると見なされるからです。そうしてその理由は理論的にも亦見出されるでしょう。

三 宇宙構造に関する推論

前節の終に云いました様に、私たちが無限の遠方というのは果してどんな意味をもっているかを尋ねてみましょう。私たちが自然現象に対してなし得る観測はすべて近似的であり有有限的であります。それで私たちは自分の周囲にある天体の分布を知ることが出来ますけれども、或る距離より遠くなればもうどんなにしても判らなくなってしまうでしょう。勿論その限界は観測的機械即ち望遠鏡などの精度に依ることでありますが、ともかく或る程度を超えることは出来ません。それですから、たとえまだその先の方にどれ程多くの天体があろうとも、その物理的影響が私たちにとどかない限りそこはもはや私たちに取つて何も判らない無限の遠方なのです。その場処ではもはや實際の天体の分布がどんなであらうともすべての方向に対称的であることを仮定して差支ないのですし、又重力の場のあらわれない観測的立場をそこに選ぶことが出来るでしょう。従来の力学の限界條件は斯様にして成り立ちます。けれども私たちがそれを以てほんとうに無限の遠方となし宇宙の限界とすることに満足を感じずであらうかと、自分に問うたときに或る疑を生じずにはいないでしょう。勿論私たちのまえに現する一切の自然は私たちの感覚に依存すべきことは認識論に於て認められています。併し私たちの感覚には限界のあることも同時に承認しなければなりません。感覚の限界内に存在するとせられた實在的自然がその限界外にも連続しているかどうかは推理

に依るより外はないのですが、宇宙の天体が望遠鏡の視圈内に限りて存在すると云う充足理由を見出さないうちは、その視圏外にも尚お続いていることを想像する方があたりまえです。若し然うならば、従来の力学が無限の遠方と見なすのは、推理的に眞の宇宙の限界ではなくて、私たちの感覺的限界に過ぎないと云うことになります。そこで私たちは斯う云う問をつくることが出来ます。宇宙の眞の限界は果して存在するであろうか。又それを私たちが推理的に求め得るであろうかと。前に私が述べた二ウトンの万有引力の法則からの推論は天体の限界の存在を導いていましたが、之には又推論的にいるいろいろな不満足なところのあることもそこに記しました。そう云うものを取り除くことが一つの要求となつてもいました。

ここに一寸比較して見たいことは、微小な物質の対象に対する私たちの感覺的限界とそれを超えた推論です。この方面では私たちは顯微鏡若くは超越顯微鏡で觀られるものを超えて小さい粒をもはや直接に視ることは出来ませんけれども、いろいろな物理的作用、即ちブラウン運動や種々の電磁氣並に光学的現象を利用して間接に分子、原子及び電子等の存在並にその性質を実験的に確めることが出来ました。けれども今日では未だ電子の形状やその内部に於ける電氣の配布の模様などは經驗的範圍を超えた推論なのです。それらは至当な形而上学的要求を満足するようにはせられなければなりません。尚おかなり究極まで經驗的範圍を進めることが出来るようにも思われます。之に反して宇宙の限界に至りてはどんなにしても之を經驗すると云うことは殆ど不可能に思われると同時に、その推論の根柢に於てかなり必然的な形而上学的要求を見出すことが、アインシュタインによりて望みおおくせられたのは興味あることと思えます。

アインシュタインは従来の力学が与える實際的の無限遠に対立して、理論上の究極的な無限遠の性質を次のように仮定したのです。實際上の無限遠では前に説明しましたように觀測者の立場によりて重力の場がないとも見られませんが、また立場を換えると任意の場が存在するとも見られます。数学の言葉で之を申し

ますと、独立変数の轉換によりて限界條件が変ると云うことになります。併し宇宙それ自らが全体として不変なものであるならば、そのほんとうの限界に於ては、もはや観測者の如何によりて少しも変らない状態が常に実現されはしないであろうか。即ちどんな独立変数の轉換によりても変らない限界條件が成り立ちはしないであろうか。斯うアインスタインは考えることによりて宇宙全体を或る絶対なものにしようとしたのでした。之がために彼は先ず宇宙の諸天体をその近傍に散布した平均状態を想像しました。勿論宇宙の各処の特質を見るのでなくて、その全体を論ずるためには物質を平均させてしまつても差支ないのです。ありますが、そうした場合に物質の平均密度が果してどれ程になるかは予想するわけにゆきません。彼はこの密度を有限な或る一定の値になると仮定しました。この結果はミンコフスキーの世界空間に或る一定の曲率を与えることになり、そのために之は或る五次元空間を包む四次元曲面となるでしょう。この曲率は實在の三次元空間に対しては対称的でなければなりませんから、之がために宇宙空間は明らかに二次元の球面と対比すべき三次元の球面となります。従つて宇宙空間の拡がりには有限であつてしかも限界をもたないものが得られます。限界がないのですから前に云つた限界条件も必要がなくなり、これは変数のどんな轉換に対しても不変に残ることが出来るでしょう。アインスタインはこの仮定によりて自然に限界条件をなくすことが出来たのは非常におもしろいことです。

併しながらアインスタインは宇宙空間に限界のないことを承認しているのに反して、時間は無限に続くことを仮定しました。時間と空間との經驗的の性質の差異についてはいろいろ問題となることもありましようけれども、それが物理的概念としてミンコフスキーの世界空間に入りこむ限り、有限の場処で經驗せられた諸法則に対して、全く対称的の役目をもっていると言う事實は、まことに著しいことであつて、私たちはその經驗を宇宙の限界にまで拡げるに當つても、この性質を保持させたいと云うことは、一つの至当

な思惟の要求であると思われるのです。アインスタインは尚おこの外に宇宙空間を填充する物質の全体に對して静止せる座標系の存在し得ることを仮定しました。この結果として彼は以前に立てた重力の場の式即ち世界空間の曲率と物質密度との關係式に幾らかの変更を加えなければならぬことになりました。このことに就ては、余り議論も見えませんが、併し私の考えでは、宇宙全体はたとえそれ自ら絶対不変のものであるとは云え、之を填充する物質を相対的に静止せしめ、そうして之に固着する観測者をひとりその他のものから差別することは、一般相対性に矛盾するものではないかと思われます。彼は之によりて宇宙空間のなかに絶対静止を認めたのに等しいと私は思います。この意味に於て私は重力の場の式を彼が変更した理由に賛することは出来ません。そうしてこの変更に相当する最小作用の原理に於ける変更にも至当な意味を見出すのに苦しむことを思います。

アインスタインは上の変更によりて偶然に宇宙物質の平均密度と宇宙の球面空間の半径との間に一定の關係を得ました。半径を R 、密度を μ 、万有引力常数を γ としますと $\mu = \frac{c^2}{4\pi\gamma R^2}$ となります。従つて宇宙の全質量は $\mu 2\pi^2 R^2 = \frac{\pi R c^2}{2\gamma}$ です。つまり全質量は R に比例しますから、質量が零になると共に半径も零に

ならなくてはなりません。宇宙の物質と之を容れる空間とが共に消失し、共に大きくなることは興味の無いことではないのです。けれども此の關係式によりて宇宙半径 R が、私たちの知っている最も遠い星に比して尚お大なるためには、全質量が恒星などに想像せられるものに対し異常に大きくなければならぬことは、之の實際的の価値を疑わしめています。又空間の球面的なるために一点から出た直線は有限の長さをもち元の点に戻つて来ます。このために例えば太陽などから出た光線はもう一度球空間の反対の極に焦点をつくりますから、そこに反太陽を見なければなりません。之は實際にはたくさんの宇宙物質による光線の散乱や屈曲によりて瞭きりした像をつくらないかも知れませんが、反太陽は現在の太陽の位置に相当

するのでなくてそれが光を發した数百万年も前の位置に相当してあらわれるのですから、若し太陽がそのような昔から存在していたとすれば現在の位置と反太陽の位置との差によりて、この間の絶対運動を知ることが出来るでありましょう。この絶対運動はつまりアインシュタインの選んだ特種の座標系、即ち宇宙の空間を填充する物質に相対的に静止せる観測者に対するものでなければなりません。かようにして相対性は宇宙内の只限られた範圍に於て成り立ちその全体に向つては或る意味の絶対があらわれて來ます。

併しこの宇宙論はともかく昔のニウトン引力の法則から導いたものに比べてはいろいろな意味に於て優つていられると思われます。特にその著しい対照は彼が限りない宇宙空間のなかに有限な天体集合を仮定し之を空間それ自らと縁のない偶然的な実在と見なしているのに反し、此は空間そのものと必然的な關係をもつた物質の存在を認めていることであります。空間のなかに物質が一樣な平均密度で填充せられることは熱力学の第二法則の要求する處であつて、曩の有限な天体集合は如何にしても宇宙全般に於ける永遠な状態ではあり得ないのです。

併し前にも申しました様にアインシュタインの宇宙論は空間に対する天体分布の一樣とその相対性とを認めながら、時間に対してはその変化の無限の過程を認め従つてこの意味で亦その絶対性をゆるしていることは、その議論の徹底を欠いているように思われるのです。之によればミンコフスキーの四次元世界は宇宙の球空間と之に垂直な無限の時間とから作られた四次元の円柱的空間となります。私たちは之に対して、時間と空間とを全く対称的になして、世界空間そのものを四次元の球面空間とする場合を考察して見ることは極めて重要なことと思つのです。

この大切な考察は和蘭のド・ジッターによりて詳しくなされました。之によれば或る観測者の位置から遠ざかつて最大距離の点、即ち球空間の対向点にゆくと、世界線の微小部分の長さの絶対値は零になります。

従つて光速はそこで零となり、光はいくら経つてもそれを超えて先方へはゆかないことになるので、之は前に述べたような反太陽の出現を否定することになります。そうしてこのことは世界空間の対称的な性質によりて、どこに在る観測者に対しても、又何時になつても等しく成り立ちます。又遠方にゆく程光の振動週期が遅くなりますから、ジッターは非常に遠い螺旋星雲などのスペクトル線が赤の方に移動するのは之によるのではないかと想像しました。ジッターは尚おこの場合にアインスタインの変更した重力の場をそのまま応用しましたが、宇宙の平均物質に静止した観測者に対して物質の密度は零にならなければならぬと云う結論を得ました。それですからアインスタインの理論に反して宇宙物質の全量は全空間に散布されたとき極めて少なくなると云うことになり、それと同時に世界空間が曲率を有するのは物質の存在のためではなく、それ自らの幾何学的性質と見なさなければならぬようになりました。アインスタインは世界空間の曲率を物質の存在に帰することに於てのみ意味があるとして之に反対しています。

併しこの反駁にも拘らず、ジッターの宇宙論は世界空間の完全な対称性を保つ点に於て私にはそれへの執着を多く感じさせます。私は天体をつくる物質の外に、電磁的並に万有引力的輻射エネルギーが宇宙に充ちていて、却つて有限な質量的密度をもっていることを仮定し、之によつて世界空間の曲率を説明することが出来はしないかと思ひます。そうしてこの場合には重力の場の式にもはや何の変更をも要しないことになると共に、又宇宙物質に対し静止するというような絶対座標系は存在しなくなります。どんな観測者に対しても輻射エネルギーは共变的な速度をもつて動くからであります。宇宙論に対しては尚おかように多少の議論が残されてはいますけれども、一般相対性原理が之に達する道をひらいたことに私たちは多くの興味を感じずにはいられません。

(1) エッチングトン¹⁰⁶は次の数字をもって之を示しています。太陽の質量の 10^6 倍を一星系の質量と仮定し、尚お螺旋雲の如きものが 10^6 星系を含んでいたとしても、宇宙半径は 10^{19} 光年の程度に過ぎません。之に対し現に最も遠い螺旋星雲までの距離は 10^{16} 光年もあると思われていますから、遙かに多大の質量がなくてはならないのです。

(2) 若し私たちの属する天体集団が前に述べたように有限な範囲に限られているとしても、無限の空間のなかに充分遠方には他の同様な集団が存在すると云うことが、熱力学の法則から思惟せられなければなりません。それらをすべて平均した上ではやはり一様な物質分布を得るでありましょう。

四 一般相対性原理に関し残されたる諸問題

相対性原理はアインシュタインによりて既に殆ど大成されたと謂つてよいのですが、併し之に基いて私たちが自然法則の体系に達するために、まだ幾多の困難な問題が残されていることを思わなければなりません。将来の研究者に取りては之等の問題を探し求めて之を正しく解決することが大切な次第であります。

アインシュタインは重力と惰性の力とを全く等しいと仮定し、且つ重力の場の存在を必然的に世界空間の変形と結びつけました。私たちは物質が存在しているときその周囲に重力の場の起ること及び世界空間の変形することは、容易く認めることが出来ませけれども、逆に或る観測者に取りて世界空間の任意の変形があらわれたときに之を常に物質の重力の場として意味づけることが出来るかどうかは、尚お疑問に置かれ得るでありましょう。即ち世界空間の任意の変形に相当していつも之を重力の場として生ずる物質の分布が一義的に決定せられ得るかどうかと云う疑問です。もう一つ言い換えれば或る特種な世界空間の変形は、之を重力の場と解しないで、他の電磁気力の場と解することは出来ないであろうかと云う様な疑もありません。又物質の生ずる重力の場はやはり或る特種な世界空間の変形にのみ相当し、その他の任意の

変形は単に観測者の立場の変化として解すべきではないかと云う疑もあります。之等は惰性と重力との相関の仮定に直接に影響することであつて、之を考究することは極めて重大な意味をもつています。

テイルリングは電磁気力と解せられ得べき世界空間の変形を求めたことがありました。併しそうして見出し得たものは私たちの知っている電磁気力の場の理論に対し僅小の差異を取り除くことが出来なかつたのです。又ライヘンベツヘルは物質の生ずる重力の場は一定のスカラー量たるポテンシアルの変化によりてあらわされると云うことを仮定し、之に相当する世界空間の変形のみを重力に帰しようとした。アインスタインの理論では一般に光の進行は複雑な第二階級のテンソルによりて与えられ、その速さと云うものを一定のスカラー量として定めることが出来ないのに反し、彼の説では重力のポテンシアルによりて光速が決定せられるようになります。私も以前に之と同様な考えで議論したことがありますが、それらの当否は今日まだ実験的に判断することは出来ません。何故かと云えば第一節に述べたように理論を検するに用いられる事実は皆静止せる球体の重力の場に過ぎないからであります。私たちは之等の説の取捨を暫くは単に理論的考察による判断に任すより外はないでしょう。⁽¹⁾⁽²⁾

万有引力と共に真空現象として知られている電磁現象は、最初相対性原理がその議論によりて生れて来たこと云うことからしても、ぜひとも一般相対性の理論のなかに包容させなければならぬものです。そうして万有引力を世界空間の変形と結びつけた上は、電磁気力をも之と同様に何等か世界空間の幾何学的変化によりて解しようとする希望は至当なことと思われるのです。併し之を等しく世界空間の変形に帰することが出来ないとするれば、その外にどんな変化を眼につけたらいいのでしょうか。一九一八年にワイルがこの問題に答えるために試みた考察は非常に大切なものだと私は思います。

彼は先ずリーマン等によりて発展された一般幾何学理論の拡張を企てました。リーマンの幾何学は前に

説明したように空間の微小線分の長さを絶対不変であると仮定して、その上ですべての空間的変形を論じたものであります。そこでは独立変数の転換と共にこの空間的変形が或る共变的關係としてあらわされています。この場合に座標即ち独立変数は空間の微小線分の座標系に対する幾何学的關係即ち方向を決定するものであります。この外に微小線分は測度の変化によりてその長さを変えなければなりません。そこでワイルは一般に微小線分の長さの変化をゆるして、測度の変化に伴う共变的關係をもとめました。彼は之をミンコフスキーの世界空間に応用し、その空間的変形を重力の場に帰する外に、測度の変化を電磁気力のために起るものと解しようとしたのです。實際四次元世界に於ける測度の変化は、その独立変数の数に等しい四つの独立な量によりて決定せられます。彼はこの四つの量で電磁的ポテンシャルをあらわそうとしたのです。この理論に立ち入っては余りに数学的になりますから今茲に述べることを省きますけれども、ともかく之は電磁現象を等しく世界空間の幾何学的共变關係として云いあらわすと云うことに重要な意味をもっているのです。

尚おワイルのなした幾何学理論の拡張は次の意味に於ても大切であります。昔のユークリッド幾何学は有限な幾何学的形象の性質を論じていたので、それらは直接に或る空間を隔てて対比することが出来たのです。之に反しリーマン以後の一般幾何学に於ては微小な幾何学的形象の性質が微分方程式によりてあらわされますから、その対比は近接的に相隣ったものを経て始めて遠方へ及ぼすことが出来るのです。この幾何学理論の推移は、丁度物理学に於て物体間に行われる作用の遠隔性が否定されて、すべて近接的に相隣れる場処へのみ及ぶことが出来ると云う思想に導かれたのと相当しています。つまりユークリッド幾何学は一の遠隔幾何学であったのに対し、近時の微分幾何学は近接幾何学とも謂うべきものなのです。すべての理論はその発達に伴って遠隔的から近接的に移るもので、相対性原理が光速度不変の仮定から更にその

変化する場合に拡張されたのも、ミンコフスキーの世界空間の性質が遠隔幾何学から近接幾何学であらわされるように推移したのに外ならないのです。併し^{しか}リーマン幾何学は微小線分の長さの不变を仮定し、之を遠隔的に対比する可能性を有する限り、まだ純粹に近接的ではないのであつて、ワイルの拡張は更に之を近接的に徹底せしめたものと云つてよいのであります。空間の微小線分が座標系に対するその幾何学的關係と測度とによりて完全に定まることを思えば、ワイルの幾何学は究極的な近接幾何学であります。そして私たちの物理的世界形像が完全にこの究極的なものによりてあらわされるとすれば、それは哲學的に甚だ意味深いことと謂^いわなければなりません。

ワイルの理論はその極めて複雑なるためにまだ充分に發展されては居りません。併し^{しか}彼が導いた結果のうちで、電子に関するものは、その單位的構成を説明する点で注目せられます。^④只原子や電子の諸性質は之^{これ}が電磁氣力の場に存在するによりて種々の変化を^⑤つけ、しかもそれがその儘^{まま}残されますから、一般にその現在の性質は以前の経歴に関することになり^⑥ます。勿論^{もちろん}その實際上の効果が小さければ、之等^{これら}の事實は必ずしも原子や電子に経験せられた固定的の性質と相容れないものではないでしょうが、とにかく精緻な実験的判定を要することであり、或はこの点に理論に対する障礙が含まれてい^⑥わしないかと云う虞れが懷かれるのです。私たちはこの理論に関して多くを将来に待たなければなら^⑥ないのです。

註

(1) アインスタインの相等原理によれば、一定の加速度をもつた観測者と、一樣な重力の場にある観測者とは全く同等であることが仮定せられます。併し之は重力の場に限るのであるか、又は重力の代りに電氣力、磁氣力若くは分子間の力の如きものが置き換え得られないのかは、明確ではありません。けれど恐らく電氣力などの場合には成り立たないであろうと云ふことは、原子内の電子の運動に関して示されます。近ごろ(一九一六年)ゾムマーフェルトは量子論の应用到て斯様な電子の運動を論じましたが、そこでは特殊相対性原理の結果を用いました。ここには多分

重力に関する一般相対性原理の式はその儘利用することは出来なかつたのです。何故ならば原子核の力の場は電気力の場であつて、重力ではないからです。若しこのことが事實ならば、アインシュタインの云う加速度の相対性は決して一般の力に対して成り立つのでなくて、重力に限ると云わなければなりません。この意味でグスターフ・ミーは「一般相対性」という言葉の代りに「重力の相対性」と云うのが至当であると主張しています。そうしてこの結果は電磁気力の作用は世界空間の変形でなくて、他に求めなければなりません。ワイルの理論は丁度之に相当しているのです。

(2) もう一つ注意すべき大切なことは「重力の相対性」は単に重力の場の強さが一樣と見做すことの出来る範囲だけに成り立つということです。即ち一般には決して有限の範囲でなく無限に小さい部分だけに就て当嵌められるのです。そう云う小さい部分では常に必ず或る適当な変数転換を行えば重力の場を潰滅させてしまふことが出来ます。併し有限な範囲ではそう云うことが出来るとは限りません。若し変数転換によりて或る有限な範囲の重力の場をなくしてしまうことが出来るとするならば、それは観測者の立場の選び方によりてあらわれた外見的な重力の場に過ぎないのであつて、実際の不変的な物質分布によりて起つた重力の場ではないにちがひありません。何故なれば単に立場の転換に依りて或る物質に属する重力の場が全部消失することは出来ないからです。斯うように考えますと、すべての世界空間の変形のうちに、それが物質の存在に帰するものと、単に観測の立場の選び方によるものが、區別せられることとなります。アインシュタインはその差別なしに之を重力の場と名づけたので、之に反しライヘンベッヘルやミーなどはそれを相異したものと見なさつとすることです、勿論その全体を重力の場と名づけると云うような名義上のことはどうでもよいのですが、物理学的理論の立場からして私はやはりその両者の相異を認めたいと思ひます。エッチントンは物質の存在のために起る重力の場を「永久的」の場として區別しました。

(3) 世界空間の測度の変化が何故に電磁気現象を示すかということとは、世界空間の変形が何故重力の場を与えるかと云ふことと等しい意味の設問であつて、それは直観的に解決せられるべきものではなく、すべての物理的理論の認識論的根拠に共通なものであります。「すべての關係に於て精密に電気の如くあらわれるものは即ち電気そのもの以外ならない」のです。私たちは物理学的認識をそう云う相当關係に於てのみ求め得るのだからです。

(4) 世界空間の四つの座標に対する共変關係としてエネルギー及び運動量恒存の法則が対称的に与えられることはアインシュタイン・ミンコフスキーの理論の著しい点でありましたが、ここではその外にもう一つ測度不変に対する關係があらわれ、之が電氣量恒存の法則として意味づけられることは極めておもしろいことです。又ワイルの理論では世

界空間の曲率はその測度に関しますから、絶対の不変量ではなくなります。この理論に於ける絶対の不変量としてはリーマン幾何学の曲率とは稍変更せられた一つの量であつて、之が最小作用の原理に入る作用量をあらわし、そのなかには重力の場による部分と電磁気力の場による部分とが互に加わりて入り込んでいます。之の関係は極めて自然な整齊な形式に於て成り立っていることを私たちは認めなくてはなりません。之によりて始めて完全な世界形象が得られるように思われる処が多いのです。之はワイルの理論が最も深い数学的根拠をもっている為めでありましよう。

(5) 世界線の微小線分の長さ、即ち固有時間の長さ、世界空間中の一点Aから他の点Bに到る間に变化するのは、途中の電磁場の模様依るのですから、夫故AからBへ導く世界線が異なります。つまりこの間の経歴に依ると云ふこととなります。数学的に云えば、この微小線分の長さが非積分的になるのです。

(6) 最近に於てワイルは、物質の質量が常に不変に残るためには、之が世界空間の曲率に対して一定の比を有しなければならぬことを論じています。この曲率は物質の基本性質に重大な関係をもつと共に又時間及空間の長さを測る基準に取られなければならない唯一の大切な量です。

五 相対性原理の認識論的意義

相対性原理の認識論上の意味に関しては既に第一編に於て述べたのでありますが、私は更に茲こゝにその内容を説明し終つた後で簡単に要点を繰返すことは必ずしも無駄ではなかつと思ひます。

相対性原理は要するに時間及び空間座標を独立変数とする物理学的世界の性質が、最も一般的な四次元空間の幾何学によりてあらわされることを示したものであります。相対性そのものは既にこの一般幾何学のなかにに完全に具わつていたのであります。独立変数のどんな変化に対しても、種々の幾何学的形象の間に一定形式の、謂いゆる共变的な關係が成り立っているのです。この独立変数を時間及び空間座標と解し、いろいろな幾何学的形象に相当する物理的概念を見出してその間に成り立つ共变的關係を自然法則の叙述として意味づける処に相対性原理の物理学の意味が依存するのです。時間や空間の概念、及びその外のあら

ゆる物理的概念は皆この幾何学的形象の有する性質をその儘ままもたなければならぬように変更を強いられたのです。これが私たちの物理学にこの原理が革命的变化を持ち来したと思惟せられる所以ゆえんなのです。何故なら私たちは之等これらの概念を、かような原理的要求なしに、単に直観的に若くは経験的につくることが出来ると思っていたからであります。革命的变化の原因は実にこの信念が打ち破られた点にあるのです。

この幾何学の理論はそのなかに完全な相対性を含むと共に、常に一定形式の共变的關係や若くはその極限の場合として絶対に不変的關係を成立せしめる処に、或る意味の普遍性をもっています。独立変数の転換によりて之等これらの關係の形式が変わらないと云うことは、之を物理的世界に移して云えば、どんな観測者から見てもその法則の形が同じであると云うことになります。更に私たちがこの幾何学の理論をその前提たる公理群と共に、私たちに取って可能な唯一のものであり、また私たち人間のすべてに対して普遍的のものであることを認めることが出来たならば、それはやがてこの原理によりて物理的世界に之これの理論を移すことによりて自然法則の唯一性と普遍性とを許容し得る確実な根柢を与うるものになるのです。唯一性と普遍性をもつものはそれはまた絶対性を帰せられていいものにちがいありません。かようにして私たちが自然法則に与えようとすすべての基礎的性質はみんな既に幾何学理論のなかに具備しているものであることが判るでしょう。私たちはただそう云う幾何学理論によりて完全に自然現象が云いあらわし得ることを認めさえすればいいのです。物理学の理論と云うものは只かような数学論理と自然現象との対立を確認させる手続に外ならないのです。物理学の理論は数学と密接に結びついていると云うような言い方だけではまだ上の真髓に遠いことを悟り得るでありましょう。

幾何学の一般理論を物理的世界空間へ応用することの可能は、一方では幾何学の理論そのものの意味を私たちに明らかにさせました。私たちはもとユークリッド幾何学の公理を経験的空間の性質から抽象した

ものであると解していましたから、非ユークリッド幾何学が生れその公理が更に一般的に拡張されるに当りて、それらは超経験的な空間の性質であつて、實在のものではあるまいと想像せられました。併しこの見方から云えば、等しく私たちに取つて可能と思惟される公理的仮定のうちで、何故にユークリッド空間に相当するもののみが経験世界に存在し、その他が否定せられるかと云う理由を見出すのに苦まなければならなかつたのです。その理由としていろいろな關係が探し求められましたけれども、何れも恐らく必然的なものではあり得なかつたのでしよう。又實在の空間は従来私たちに取つて極めて狭い範圍だけが経験せられ、それをユークリッド空間と解しているけれども、若し充分大きな恒星距離に至るまでも経験することが出来たなら、或は空間の曲率を見出すことが出来るかも知れないと想像せられたこともありました。之に対してもやはり前と同じ哲学的疑問は存在しています。然るに相対性原理は之等の疑問を一掃してしまつたのです。即ち一般に幾何学的に認められ得るあらゆる種類の空間は實在のものとして私たちに経験せられ得ることを明らかにしたのです。どれも超経験的ではあり得ないので、私たちが最初ユークリッド空間のみを知つたと云うことは近似的な測定の結果に過ぎないので、そうして又近似的な知識として之の性質が最も簡単になるからでもあつたのです。最も簡単のもののみが経験世界に實在するといふことはこの意味に於てもはや真ではないのです。

私はもう一度自然法則の場合に戻ります。ここで最後に云つたようなこと即ち最も簡単なるものが経験世界に於ける真理であると云ふことは、屢々自然法則を探し求める際にその指導原理として仮定せられました。併しマツハは簡単と云ふことが必ずしも唯一の真ではないとして、之を思惟經濟の原理でおきかえたのでした。彼によれば簡単は思惟經濟のためであつて、他のたくさんの可能な法則のうちに私たちが只斯よなものを選ぶだけであると説明しました。彼の論理は寧ろ誤つてはいなかつたでありましょうが、この

ために自然法則の唯一性を否定し従つてその絶対性を否認しなければなりません。この結論そのものが思惟経済に背くことは私の前に指摘したとおりです。私たちはここに何が最も思惟経済であり、何が最も簡単であるかを省りみなければなりません。相対性原理は之を正しい意味に於て教えたと言つてよいと私は思います。

マツハの論じたように昔のガリレイ及びニウトンの力学は最初私たちの考え得る最も簡単なものであつたでしょう。そのなかに含まれた絶対時間の概念もやはり時間に対して私たちのもち得る最も簡単なものにちがひなかつたのです。マツハが之を唯一の可能なものとしないうで絶対廻転の意味にも疑を挟んだことは卓見と言ふべきでありましたが、自然法則が幾様にも可能であると云う意味が、今日の相対性原理を知つたうえから見ればもつと深く考究されなければならなかつたのでした。マツハが何故そこに達しなかつたかと言へば、それは恐らく可能を予想しただけでその具体的の解決に赴かなかつたからでありましょう。その解決が相対性原理によりてなされた上ではマツハが想像していた例に於て自然法則が幾様にもあり得ると云ふことは、観測者の立場の異なるに従つて法則が異つて見えると云ふに過ぎなかつたのでありましょう。之の例から推論して同一の観測者に対しても種々の法則が可能であると論ずるものもありますが、それは恐らく根拠の確実でない一つの当推量なだけではありますまいか。相対性原理は之に反して観測者の種々の立場から見て法則が同一形式になるように之を変改し、それに入り込む概念をも之に適するようにつくりなおし、そうしてその全体系を普遍的な数学理論と一義的に関聯させました。その個々の法則や概念の変更は私たちに取つて従来のものよりも複雑な感じを与えさせました。絶対時間を否定して空間の概念と交渉ある相対的時間を思惟することや、ガリレイ・ニウトンの力学を改めてもつと一般的な相対性を仮定したことは簡単なものから複雑へ移つたものでありました。けれどもその結果としてすべての観測者に対す

る共变的な法則をつくり得ること、かような法則が幾何学理論の体系と共に唯一のものとして現在の私たちの知識に安息し得ること、そう云う一般的な性質が寧ろほんとうに私たちに取りて最も簡単なものであり、最も思惟経済にかなうものであることを悟らなければならぬように思われます。自然法則が最も完備な唯一的な体系をつくることそれ自らが、最も簡単であるとして私たちの思惟の満足に適するものでなければなりません。かように考えれば謂わゆる簡単と云うことの内容は決して固定的のものではなかつたことが解りましょう。

等速運動に対する相対性原理、即ち特殊相対性原理は先ず私たちに時間及空間の概念の変更が必要なことを教えて、認識論に重大な影響を惹き起しました。次で任意の運動に対する一般相対性原理は更に之を一般的なものに広げたと共に、一方で力の実在性といふことの内容に変更を持ち来したのでした。力や加速度はすべての観測者に対して絶対なものであるといふ従来の概念を捨てさせて、それが種々の立場に相対的な意味しかもっていないことを示しました。⁽¹⁾ 力や加速度ばかりではありません。その外の物理的量はみんな之と同様な性質をもち、それが観測者の立場の異なるに従つて共变的なものでなければならぬことを要求しているのです。只特種なスカラー量だけがすべての観測者に対し不変的な値を保つだけです。しかも之等の共变性のおかげで法則の形式がみんな絶対なものになるのです。かようにして法則の絶対性が保証せられることはまことに著しいことでなければなりません。何故に私たちが観測者の相対性を仮定するかと云う問題も、又遂にこの点に帰着させて答えるべきものではないかと思ひます。

註

(1) この点に関しては前節の註を参照せられたし。

-
- 底本には、『相対性原理』（岩波書店、大正十（一九二二）年）を使用した。
 - 巻末の「索引」（人名索引・事項索引）は省略した。
 - 適宜振り仮名を追加した。
 - 旧漢字は新漢字に、旧かな使いは新かな使いに変更した。

科学の古典文献を電子図書館「科学図書館」

<http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html>

に収録してあります。

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内、その他「科学図書館」に関する意見などは、「科学図書館掲示板」

<http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs>

を御覧いただくか、書き込みください。