

# 量子力学史

天野 清著



# 目次

第 1 章	19 世紀末に於けるドイツ工業の発展と 研究機関の増設	3
第 2 章	19 世紀後半に於ける理論物理学の展望	7
第 3 章	熱輻射の理論的，実験的研究	11
第 4 章	Planck の量子仮説の提唱	19
第 5 章	光量子仮説。その応用と批判	27
第 6 章	実験の技術と Bohr 以前の原子物理学	38
第 7 章	Bohr の原子構造論への理論的道程	46
第 8 章	過渡期の量子論 対応原理を中心として	56
第 9 章	過渡期の量子論 (II) 光量子論をめぐる論究	64
第 10 章	量子力学の発端	72
第 11 章	波動力学の誕生と展開	85
第 12 章	波動函数の物理的意味に関する初期の解釈	93
第 13 章	変換理論より不確定性原理へ	103
第 14 章	Heisenberg 思考実験の批評	111

第 15 章	不確定関係の分析と批判	122
第 16 章	量子力学に於ける物理的量の状態の概念	132
第 17 章	観測と統計	140
第 18 章	相反補足性 <b>Komplementarität</b>	145
第 19 章	相反補足性の概念	154
第 20 章	相互排他的補足性 III 統計力学と熱力学の関係	163
第 1 章	相対論的量子力学と量子電磁力学	175
第 2 章	批判と反批判	181
第 3 章	核物理学に於ける 2, 3 の問題	186

## 第1章 19世紀末に於けるドイツ工業の発展と 研究機関の増設

欧米の産業は産業革命以来、19世紀末にかけて加速度的に発展の一路を辿った。週期的に襲ってきた一時的停頓、数次の恐慌も、結局は産業の技術的装備の改革と、旧式な技術に頼って居た小企業を整理することに終り、全体としての膨張は抑止されなかった。

なかにも、他のあらゆるヨーロッパ諸国に先んじたイギリスの工業は、機械的生産の終局的な勝利、通信・交通殊に鉄道の急速な発達、龐大な規模に及んだ植民地其他との海上貿易等に助長されて、5、60年代には独占的な繁栄を来たし、数十年に亘りイギリスをして「世界の工場」たる地位を保たせたのである。そして、此の状勢は当然のこととして、此の国の工学及び自然科学にも極めて活潑な刺戟と活力を供給して、幾多の目覚ましい業績を生ませることとなった。物理学の領域でも、例えば Kelvin の如く、一流の理論家が応用、技術へ著しい関心を示したのは注目すべきことである。

しかし、既に70年代の末期には、この産業界に於ける独占的地位も背後に追い迫るドイツ、フランス、北米合衆国等の産業の抬頭に脅威を感じるに至った。もちろんイギリスに於ても其後も多数の工業部門が上向をつづけたのは事実であるが、後進国の発展のテンポは極めて急調であって、世紀の末に近づくに従い、イギリスの王座は遂に動揺を来したのである。

いま、当時基礎的な科学の伝統に若く、従って熱輻射論から量子論への発展を辿ろうとする我々の課題にさし当って稍々傍系的な北米合衆国を度外視するならば、最も暴風的に躍進して来たのはドイツであった。1870—71年の普仏戦争は、50億フランの償金とアルサス、ローレンの豊富な産鉄地方をプロシヤに齎したが、之はドイツ帝国の結成を助成し、その結果、商工業発達の障害であった封建的遺制は撤廃され、「鉄と血」の宰相 Bismark(1815—98)の改革以来、嵐のような企業熱の昂進を喚起し、ドイツの生産力は驚異的な躍進を続けることとなった。

その時代のドイツが、国内の経済的發展の水準に於ても、植民地政策に於ても英仏に比して立遅れて居た事情は、保護政策の強力的遂行を必要とする一面、最新の技術を直ちに工業化するには既に英国が悩みを感じていた様な従来の旧式な技術に基く生産設備との摩擦相剋が少なかった為に、技術改良、従って

また工業教育の活潑な要求と奨励が見られた。之は又も一部の保守的勢力を抑え物理学，化学の研究を鼓舞して此の方面に於ても先進国イギリスと覇を競うに至った。

近代工業の槓杆は冶金工業であると云われるが，世紀末近く，ドイツに於てその発展のテンポが最も急激で世界の驚異となったのは製鉄，製鋼の冶金工業並びに，それに伴う金属工業，電気工業であり，化学工業はその以前から既に世界に冠たるものがあつた<sup>1)</sup>。生産力の急激な発展に応じて，原料資源を獲得し，商品市場を開拓するためには，上述の強力政策の背景として，機械の生産，鉄道の大拡張に並んで，巨大な軍需工業の発展を実現させ，ドイツの‘鉄鋼時代’を到来せしめた。かくして Bismark から Wilhelm 二世の独裁に代つた 90 年代の半ばに於て，冶金工業が最も典型的な形態で所謂ドイツの帝国主義，独占の段階への大旋回を敢行せしめる基軸となつたのは経済史上周知のところである。

これらの工業が我々の課題とする物理学の領域に及ぼした影響は後にも詳述する通り，極めて直接顕著なものがあつた。まず冶金工業の重要な工程たる熔解，鍛錬，焼入の高温作業，加熱技術は高温度測定乃至熱輻射研究の最も实际的な一つの動機であつた。又電気工業が動力及び照明の要求に応じて技術的研究を開拓し，特に後者の灼熱電燈の場合には我々の問題と深い関聯がある。前世紀末には瓦斯燈もまだ旧くはなかつたが，都市照明の急速な発展と共に，ドイツでは逸早く電燈が之に代ろうとして，その結果，電球製造工程に缺く事の出来ぬ真空技術を進歩させ，X 線を含む原子物理学の実験に重要な補助手段を提供したのであるが，之については後に述べるところがあらう。他方，照明のエネルギー経済の見地から，瓦斯マンツルや電燈の灼熱織條（当時は主として炭素線）の輻射エネルギーの分光的な分布が，いわゆる光経済 (Lichtökonomie) の基礎的な問題として重要な研究対象となつてきた<sup>2)</sup>。

こうして 90 年代の初め以来，無線電信，電燈照明，高度真空装置への応用の如き物理学と直接的な共同研究を要する工学部門の誕生に伴い，‘研究室の窓を出てまだ冷めやらぬ物理学のパンが頻りに食卓にのぼせられるようになった<sup>3)</sup>’。

1) 統計の示すところに依れば，1890 年イギリスの半ばに足らなかつた鉄鋼の生産額は，94 年には先づ鋼鉄が，1901 年には銑鉄がこれに追いついて居る。1901 年にはイギリスを遂に凌駕し，10 年前の 4 倍となつて居る（ドイツ鉄鋼協会，V. D. E. の統計。Sombart, Cunow がその経済史に掲げるところも大同小異である）。この期間は後に述べる国立研究所の熱輻射研究の時期と一致する。

2) O. Lummer, Grundlagen, Ziele und Grenzen der Leuchttechnik (1918)

3) W. Wien, Neuere Entwicklung der Physik, Leipzig (1919) の中の Physik und Technik, S. 86

以上述べたような技術改良の切実な要求に応じ、19世紀の後半から今世紀の初頭にかけて欧米各国に於ける物理学及化学方面の研究機関(Institute 及び Laboratory)の創設乃至拡張には頗る目覚ましいものがあった。この点に於ても英国ははるかに他に先んじ、原子物理学への寄与によって我々の課題に最も緊密な関係を有する Cambridge の Cavendish Laboratory は 1874 年に設立されたのであるが、この研究所に関しては後に再び述べることにする。ドイツでは 1884 年<sup>4)</sup> Werner Siemens の寄附を基金として Berlin に Physikalisch Technische Reichsanstalt (国立物理工学研究所、略して P. T. R. ともいうが、我々は国立研究所と呼んでおく)が創立され、Helmholtz が 1888 年初代の總長(Präsident)となったのであるが、1897 年にはその建物は一躍 3 倍に拡張されて居る。

我々の課題たる量子論の起源と密接な関係のあるこの国立研究所の創立の歴史には極めて教訓的な挿話が少くない。プロシヤでは物理学及び工学に関する国立研究所設立の計画は既に 1870 年代の初め、皇太子 Friedrich Wilhelm の師 Heinrich Schellbach, Hermann von Helmholtz, E. du Bois-Reymond 等に依って企てられたが、ベルリンの王立プロシヤ科学学士院の著名な学者たちの反対などもあり(1873)皇太子の支持と、当時プロシヤの測量中央委員長をしていたかの名将モルトケ(Moltke)伯の熱心な援助とを以てしても容易に実現出来なかった。此の計画に賛同したドイツ電気工学の父 Werner von Siemens は遂に政府に対して、研究所の土地及び建物の寄付を申出てたが、その時政府に宛てた彼の書簡は当時の「進歩的」工業家の典型的な見解を表明している。その中で彼は先ず大学の如く教育を主とする機関とは別に、学者が研究に専心し得る組織の必要を強調し、他方工場はまた一般には精確な研究が困難であることを説明した後曰く

「現在激しく行われている諸民族の角逐闘争に於ては、新たな軌道を最初に捉え、それに基づく工業部門を最初に発展させた国が決定的優勢を占めることになる。こうした新軌道を新に創り、若くは新に生命を与えるものは殆んど例外なく新たな自然科学的発見であり、時にはそれも極めて目立たぬものであることも稀ではない。新しい自然科学的事実が技術的に利用し得るかどうかは通例それを完全に組織的に仕上げたから、即ち、長い年月を経てから始めて判明することが多い。故に科学的進歩を物質的効用に依て左右せしむべきで

4) この年 Helmholtz の娘 Ellen は Siemens の長男 Arnold Wilhelm von Siemens に嫁した。

ない。」

しかも

「自然科学的研究の奨励は一国の物質的利益の促進に極めて有効である。……科学的教養 (Bildung) ではなくして科学的業績 (Leistung) が一国民に文明民族中での名誉ある地位を与える。」

依てこの業績の国民の平均的教養の高さに相応させるのに必要な研究機関を設置することは国民的課題であると論じた (1884年3月20日)。この有名な提案が、議会の予算委員会の反対を抑え、Berlin の Charlottenburg に建物が出来たのは1887年であり、開設後間もなく業績頓に上り、初代の総長 (Präsident) Helmholtz と次の F. Kohlrausch の時代を人は国立研究所 (Reichsanstalt) の古典時代 (Klassische Periode) と呼んで居る。

量子論の起源とは直接の関係はないが、このドイツに於ける国立研究所の成功に刺戟されてこれと殆ど目的を同じうする国立研究所が英国では National Physical Laboratory が London 郊外の Teddington に1899年から開かれた (Cavendish Laboratory の Standard Committee も翌年ここへ移された) が、これも亦最初の Director の R. T. Glazebrook が言ったように “to make the force of science available to the nation” を目的とするものであり、科学を工業への応用のために研究せんとするこの方針は、更に1901年に開設された米国の National Bureau of Standards に於ては一層著しいものがある。

国立研究所以外でも、或いは独立に、或は大学に附属する教室として此の時代に創設又は拡張されたものは枚挙に遑もない。そして此の頃から以後、実験物理学の著名な研究の大半は之等の政府や大財団の支持による Laboratory や Institute に於て遂行されるようになった。

しかし乍ら、これらの強く時代的な国家的制約を受けた研究所の業績が、科学の独自の客観的理論に依て、緊迫した差当りの必要と狭い国境を遙かに越えた幾多の発見を導いたこと、導かざるを得なかったことは我々に示唆するところ少くない。

かくの如きが世紀の転回期に於ける欧米の状勢であり、量子論誕生の社会的背景であった。

## 第2章 19世紀後半に於ける理論物理学の展望<sup>1)</sup>

Newton 力学の体系は、18世紀の末葉大哲 Kant に依てその基礎概念に哲学的根拠を与えられ<sup>2)</sup>、あらゆる精密科学の理想として永久化された。Lagrange<sup>3)</sup>や Laplace<sup>4)</sup>等の解析的研究には最早<sup>もじはや</sup>古典力学の物理的基礎に対する一片の不安のかけもなく、数学的形式的な完成と共に特殊問題への広汎な展開のみがあった。即ち力学の対象が天体の運動と機械的な過程、若くは高々簡単な流体の問題に局限せられ、他の現象に関しては研究が未だその初歩的段階を脱しなかつた当時<sup>もし</sup>にあっては、実質上数学の一分科と化した力学の基礎に疑念を挿み、物理学固有の領域で批判を企てる機縁は全く見当らなかつた。従って此処にも方法上、18世紀以来の経済界の主潮たる Laissez faire(1776–1850)の時代が尚<sup>なお</sup>学界の主流であつたのは怪しむに足りない。

宇宙の体系に神の仮説は不必要であり、世界の全未来は一大聯立方程式の解として決定されるという力学的自然観の誇らしい宣言も当時としては寧ろ<sup>むし</sup>当然であつた。

後年深い意義を見出された W. R. Hamilton の諸研究<sup>5)</sup>も何等基礎的な革新を意図するものではなかつた。

70年代に入り、一面に於ては空しく壊滅し去つた Hegel, Schelling の思弁的形而上学の反動として、他方に於ては進化論を機縁として流行し來つた Büchner, Haeckel 等の俗流唯物論への批判として認識論的傾向を持つ科学論が勃興したが、‘Kant に還れ’を標榜する新カント派も、遠く Hume に流れを汲む經驗的、実証的、現象論的立場に立つて機械的自然観の神話性を批判する Energetik も、実質的には力学の法則に变革<sup>もたら</sup>を齎すようなものではなかつた。力学の課題を運動の‘記述’(Beschreibung)に限定した Kirchhoff の力学講義<sup>6)</sup>(1876)も、一步を進めて Newton 力学の基礎概念を批判し、就中、回轉運動の絶対性を取除こうとした Mach

1) 量子論は19世紀に於ては全く夢想もされなかつたが、しかしその出現は革命的なものであつたが、やはり、前世紀の理論物理的研究の唯中から生れたものである。

2) I. Kant, Kritik der reinen Vernunft (1781)

3) J. L. Lagrange, Mécanique analytique (1788)

4) Laplace, Traité de mécanique céleste (1799) 等

5) W. R. Hamilton, Phil. Trans. (1834) p. 307 及び (1835) p. 95. 光学的研究は Trans. Irish. Acad. vol. 15, p. 69, (1828); vol. 16, p. 93 (1830). 之等はすべて近年発行された彼の論文集に収められてある。主として Lagrange によつて發展せしめられた Differentialprinzipie の力学に対し、Hamilton 及び Jacobi の名に結びつくのは Integralprinzipie の力学であるといわれる。

6) Vorlesungen über mathematische Physik, I, Mechanik (1878)

の“歴史的批判的”研究<sup>7)</sup>(1883)も何等の数理的定式化にはすすまず、Kant 主義に影響されること深く、力の概念を素朴なものとして拒けた Hertz の力学(1894)も、何れも遠隔作用の観念に基いていて、後の一般相対性理論に見られる如き力の場の理論を展開するに至らず、Newton 力学を覆えそうとはしなかった。

これを要するに 19 世紀前半には、力学に変革を及ぼすような現象は見出されなかったし、後半には、幾多の新事実の発見も、力学の基礎を揺がすには研究が余りにも萌芽状態を脱して居なかったと云えるのである。

然らば、前世紀の後半に完成された理論物理学の新たな領域は何であったか、熱力学と之に関連した気体の運動学的理論、及び電磁力学特に光の電磁論を挙げることに大きな異論はあるまいと信じる。そしてこの三つの理論の何れもが、量子論を胚胎した熱輻射の理論的探究に均しく大きな役割を演じたのである。H. A. Lorentz の電子論の如きは寧ろ試験的過渡的理論と見るべきであろう。

既に産業革命は、その原動力の一つとなった蒸気機関の研究から Carnot 其他の物理学的業績に機縁を与えたが、J. R. Meyer(1842) Joule(1841-50) Helmholtz<sup>8)</sup>(1847)の努力によってエネルギーの恒存則が確立せられ、ここに熱力学は第一歩を踏み出したのであった。恒存則の偉大なる意義は、それが同種の現象間に於ける所謂力の保存を主張するに止らず、異種の現象形態が何れも相互に転化し合い、その転化が一定の量的比率を以て行われるという点にある。これに依って、全自然現象の基礎に存する深刻な統一が、実証的科学的に確立されるのである。

之に対し Clausius<sup>9)</sup>(1850) 及び W. Thomson (後の Lord Kelvin) (1852) に依て確立された熱力学の第二主則は現象変化に初めて時間の向きを導入し、エントロピーの概念に依て不可逆的現象の量的取扱を可能にした。熱力学は物理学と化学との限界領域の探究を著しく促進すると共に、工業的応用には効率の概念、理論物理学には絶対温度の概念の如き重要な礎石を置いた。この現象論的性格を持つ熱力学の大きな成功が後に Mach や Ostwald の如き学者が Energetik を主張する根拠となったのである。

一方、エネルギー恒存則に観取される現象の統一は背後に存する要素的過程を

7) Die Mechanik, in ihrer Entwicklung, historisch-kritisch dargestellt (1883)

8) Über die Erhaltung der Kraft, Berlin (1847) Helmholtz が Kraft という名で呼び、Clausius が Arbeit と呼んだものを Th. Young の先例によって Energie と名付けたのは Rankine (Phil. Mag. (4) vol. 4.(1852) である。之等に就ては Planck の Das Prinzip der Erhaltung der Energie, 1887 邦訳大思想全集(春秋社)を参照。

9) Über die bewegende Kraft der Wärme, Pogg. Ann. Bd. 79, S. 368, u. 500 (1850) Entropie の概念は Pogg. ann. Bd. 93, S. 481 (1854)

示唆し、世紀の前半既に Dalton 等の研究に依り科学的に仮説となって居た原子論にその解決を求めるに及んで、所謂気体の運動学的理論 (Kinetic theory of gas) が生まれるに至った。このイデーは既に古く D. Bernoulli<sup>10)</sup>等にも見られるが、ここで先ず Krönig<sup>11)</sup>、次いで Clausius<sup>12)</sup>(1857) がこの立場から気体の法則を解明し、更に Maxwell(1860) が極めて有効に確率の理論を適用して気体分子の速度分布則を得るに及び、漸く此の学問も軌道に乗って来た。しかし当時にとっては、原子、分子の仮説に懐疑的態度を採る学者が大多数であって、後の Energetik にも見る如く原子論を形而上学的ドグマと見做し、その物理的に不生産的な事にも攻撃が絶えなかったのであるから、一生を原子論の闘士として闘い抜いた Boltzmann が大胆にも気体運動論の見地から確率的に第二主則を根拠付け、有名な H 定理を導いた業績は益々輝きを加えるのである。

気体の運動学的理論は後に Boltzmann や Gibbs 等の努力に依って一般化され統計力学を生んだ。そしてこの統計力学の重要な定理の一つであるエネルギー等配分律 (law of equipartition of energy) が、例えば二原子分子の比熱に適用すると経験と矛盾することは Boltzmann や Gibbs にももっと早くからよく自覚されて居た。ただ此の不一致は主として分子の構造に対する知識が不十分なことに起因すると考えられて居たが、実は之が遥かに深刻な意義を潜めて居ることは後に明らかとなるのである。

電磁気学の領域では、世紀の前半に於ける Faraday の研究、彼の力線の着想が Maxwell の電磁場論の機縁となり、その完成によって Newton 以来の遠隔作用に近接的連続的な場の理論が対置されることになった。しかし Maxwell が理論を建設するに当って、最初、電磁場をエーテルの歪みに帰せしめようとしたが、その不可能を悟って、モデルの構成を断念した事は方法的に注目すべき事実である。此の抽象性は光の電磁論に於て特に著しい。古典物理学最後の立役者の一人たる Lord Kelvin が光を力学的モデルで説明しようとして努力し、

“I never satisfy myself until I can make a mechanical model of a thing. If I can make a mechanical model, I can understand it. As long as I cannot make a mechanical model all the way through, I cannot understand it.”

10) Hydrodynamik (1738) Sec. 10

11) Pogg. Ann. Bd. 99, S. 315 (1856)

12) Pogg. Ann. Bd. 100, S. 356 (1857)

と告白し、空しく模索したことは人も知るところである<sup>13)</sup>が、かような悩みを抱いたのは、Kelvin 一人ではなかったのである。当時新進気鋭の H. A. Lorentz すらが Maxwell の理論の抽象性に困惑し、Paris に赴いて此の理論の解説書の著者を訪れたところ、其処で彼が得た返答は、Maxwell の理論は總じて理解出来ないこと、そこには純数学的な、全く抽象的な形式のみがあるということであった (Joffé の回想による)。

しかし Hertz の電磁波伝播に関する実験的証明はモデル構成の問題をそのままに措いて、電磁論を一般に信頼せしめ広汎な応用への道を拓くことになったが、他方では電磁波、熱波、光波は単なる量的差違に還元されて理論的に統一され、後に Planck が説いた“物理学の人間の感覺性からの離脱”の主張に有力な材料を準備した。

さて以上のように 19 世紀後半に於て新しく完成された熱力学、気体論、電磁力学は何れも今日では“古典”物理学の名を冠せられ、世紀末の相次ぐ大発見から生まれて来た新物理学とは対照して考えられるものである。それにも拘らず Max Planck が熱輻射の問題に關聯して、当時としては新しかった之等の学問の帰結を徹底的に追求し、綜合して、遂に量子論の創唱に導かれたことは歴史の法則の例外ではないであろう。

13) しかし「公式 (formulas) で思惟せず、像 (image) で思惟する」という Poincaré の評は Kelvin 一人に当てはまるのではなく、我々の熱輻射論に於ても Kirchhoff, Boltzmann, Wien 等何れもその証明に直観的な思考実験を用いて居る。

### 第3章 熱輻射の理論的，実験的研究<sup>1)</sup>

Newton<sup>2)</sup> ,Prévost<sup>3)</sup>等の古い研究にまで遡ることなく ,Planck の量子論創唱と多少とも直接な関係を持つ研究に限るならば ,我々は19世紀後半に入って ,Kirchhoff の輻射法則の確立に注目すべきであろう。

その精蘊な学風に由り理論 ,実験の両方面で令名を馳せた Gustav Kirchhoff(1824–87) は ,Jolly<sup>4)</sup> が München へ去った後任として Breslau 大学以来の友人化学者 Robert Wilhelm Bunsen<sup>5)</sup>(1811–99) の推薦によって ,1854 年 Heidelberg 大学の物理学教授となり ,共に同僚となって親しく交って居たが ,数年後には Helmholtz も生理学教授として来たから互に励まし合って後年の偉大な研究の成果を胚胎したのは想像に難くない。

1859 年 ,Kirchhoff と Bunsen は ,“Über die Fraunhoferublen Linien”(Fraunhofer 線に就いて)と題する論文を Berlin 学士院に発表し ,之に機縁を得て有名な輻射法則の発見に達した<sup>6)</sup>が ,この研究の出発点は太陽スペクトルに関する二人の共同研究であった。太陽スペクトルの線が食塩を含む焰のなかに認められる輝線と符号することは既に Fraunhofer その人が ,単なる偶然でないことを指摘した<sup>7)</sup>が , (1814) 後 Foucault は炭素弧光のスペクトラムを研究し ,之に太陽光線を投射すると初めの輝線が暗線となることを発見した<sup>8)</sup>。彼にしてもこの現象の一般的意義を把握したならば Kirchhoff の名誉は彼に先んじられたであろうが ,惜むらくは Foucault は単に之を弧光の特殊性としか思わなかった。又英国の学者が

1) 理論的に精確な表現は ,坂井卓三博士の好著「熱輻射」岩波講座物理学乃至 Planck の Wärmestrahlung に見られたい。尚 ,科学名著集 2. キルヒホッフ「発散及吸収論」の序に熱輻射論の史的発展を叙せられた長岡半太郎博士の卓抜なる文章は我が物理学界の先覚の言葉として今に教えられるところが多く以下にも引用した。

W. Gerlach, Theorie und Experiment in der exakten Wissenschaft, Naturwiss. 24, S. 712–741 (1936); [M. Hartmann, u. W. Gerlach: Naturwissenschaftliche Erkenntnis und ihre Methode (1937) に収められている]も熱輻射論史に示唆的な論述である。

2) Scala Graduum caloris et frigoris, Phil. Trans. (1701)

Opuscula mathematica, (1744) T. 2. p.422

3) Du Calorique rayonnant, Paris (1809)

4) Philipp Gustav von Jolly (1810–1884), 1846 年ドイツの大学としては最初の物理学の研究室が Heidelberg 大学に設けられその教授であった。George Quincke, Geschichte d. physik. Instituts d. Univ. Heidelberg, Heidelberg (1885) による。

5) Bunsen は彼の弟子 Curtmell と共に混合物の焰を色硝子で分けて見せることを研究して居た (Boltzmann に依る)

6) 既にこれより 100 年も以前からスペクトラムの利用は次第に学者の注意を惹くようになっていた。しかし Thomas Melvill(1753) も ,Kirchhoff より約 30 年前の Brewster ,Herschel ,Talbot も ,Davy が証明したように空気中に Common Salt がある点に充分の注意を払わなかった。この点に於て化学者 Bunsen を共同研究の相手に得た Kirchhoff は恵まれていた。

7) Gilberto, Ann. 56, p.264–313, 1817, Denkschrift d. kgl. Akad. d. Wiss. i München, Bd. V. 1817. (für 1814 u. 1815) 若くは J. v. Fraunhofers Gesammelte Schriften, München, 1886.

8) Foucault; Arch. d. Sciences Phys. X. p.223, 1849; Bull. de la Société Philomatique 7, Feb. 1849

ら priority を帰せられる Cambridge の William Hallows Miller も一般性の明確な主張はなかった。

Kirchhoff は予て、種々の物質が発する輝線を精確に研究しようと欲して居たが、良いプリズムを得なかったところ 1857 年 Fraunhofer が研いたものを得、之によって Bunsen と共に先ず Drummond の石灰灯( 1802 年 Harr の発明になり、Drummond が灯台に利用したところの ) が D 線の輝線を発するのを見、之と分光器との間に、それ自身としては同様に D 線の輝線を発する食塩を浸したアルコール・ランプの焰を置いたところ、輝線が反転して暗線となることを発見し、石灰灯の代りに日光を用う場合にも同様の結果を得た。リチウム塩に就て見出した別の特有の線でもその現象が認められ、之から所謂、分光学が誕生することになり、一方には天体を構成する元素の研究に、他方には化学分析に於ける元素の検出に之が応用されることが認められ、Kirchhoff、Bunsen は直ちに手に入るあらゆる物質に就てスペクトラムの表を作成し、之を利用して間もなく Bunsen は Dürkheim の mineral water から新原素ルビヂウム、セシウムを、一年後 Crooks はタリウムを、更に一年後には Reich と Richter がインヂウムを発見したが、かようにしてスペクトル分析は、あらゆる他の方法が行われぬ程の極めて微量な元素の検出にも用いられるようになったし、天体研究や其他の広汎な応用は枚挙に遑もない。当時の光学器械の分解能を以てしては充分精確であり得なかった波長の測定<sup>9)</sup>も、その後、半世紀に亘る多数の学者の努力によって天文学的数字にも比すべき精密さを誇るまでに進歩したのであった。かように種々の元素が特有のスペクトラムを発散し吸収する特殊な機構に対する一応の解決は Bohr の原子論に至るまでの半世紀の歳月を要したのであるが、更に前記 Foucault 及び Kirchhoff の報告の重要性を Philosophical Magazine に抄訳した George Gabriel Stokes(1819–1903) がその後書き<sup>10)</sup>で之を音響学のアナロジーに依て“直ちに力学的に説明出来る”とし、例えば一定の基音を発する弦が、遠方に発せられた同じ調子の音に共鳴し、それを吸収する如く、“これの光学的応用も註釈も要しない程明かなことである”とした。此の Stokes の説明に一片の真理性が認められるにしても、事態は彼も Kirchhoff

9) Phil. Mag. 19 (1860) p. 193 特に p. 198–199.

10) W. Thomson が G. G. Stokes が Kirchhoff より 10 年も前に既に暗線を太陽の雰囲気吸収として説明を与えて、Kelvin は何年もそれを講義していたことを指摘してその priority を主張したが、Stokes のは全く実験ではなく、むしろ推説であったし、印刷もされなかった。Stokes 自身 “I have never attempted to claim for myself any part of Kirchhoff’s admirable discovery, and cannot help thinking, that some of my friends have been ever zealous in my cause” といっている。G. G. Stokes, Prof. Stokes on the early history of spectrum analysis, Nat. 13 p.188–189 (1876)

その人も思いも及ばぬ古典物理の埒外<sup>らちがい</sup>にあったことを我々は知っている<sup>11)</sup>。

Stokes の大胆さに比して、Kirchhoff 自身が試みた理論的研究の道はより謙虚なしかし実り多いものであった。彼は上記の発散吸収に関する実験に機縁を得、数週間後同じく Berlin 学士院に “Über den Zusammenhang Zwischen Emission und Absorption von Licht und Wärme : Berl Ber. 1859. S. 783–787. (光と熱の発散と吸収の間の<sup>ついで</sup> 聯関に就て)” という短い論文の報告をしたが、この中で彼は簡単な考察によって、熱力学から個々の波長の熱輻射に関する有名な法則「同一温度では同一波長の輻射線に対して、発散率の吸収率に対する比は凡ての物体に於て同一である」ことを大体証明した。これは更に翌年の論文<sup>12)</sup>で証明を厳密にしたが、その一步一步に美事な思考実験を交えた推論は此の論文を古典に位せしめる程である。この論文中で定義された完全な暗黒体(即ちすべての投射光線を完全に吸収する理想的物体)、及びこの黒体が同一温度の物体に囲まれた閉じた空洞(Hohlraum)と同等である事は後に理論的にも実験的にも極めて重要な意義を有つこととなった<sup>13)</sup>。

これから後、熱輻射の研究は前述の工業界の環境にも恵まれて何処の国にも優つてドイツに確固たる根を下した<sup>14)</sup>。それらの研究の中でも J. Stefan の全輻射密度が絶対温度の 4 乗に比例するという関係は特に有名となった<sup>15)</sup>。ところが今日では忘れられてしまったが、当時、Stefan の関係を覆す様な実験的結果が続々発表され<sup>16)</sup>、それらの中には Werner Siemens の弟で、かの冶金学上の偉大な発明や抵抗温度計で名高い Wilhelm Siemens(1823–83) の名も見出される。斯様な各研究者の結果が喰違ったのは、之等の実験はすべて黒体でない一般の固体に就て、その点の明瞭な自覚がなく行われた為であって、唯一人例外として広い範囲で 4 乗

11) Kirchhoff は将来古典物理学の基礎を変革するような実験事が見出され得るとは信じなかった (Schuster)。光の電磁論は進歩とは見られないとも W. Wien に語ったそうである。

12) G. Kirchhoff; Pogg. Ann. 109, S. 275. (1860). Untersuchungen über das Sonnenspektrum und die Spektren der chemischen Elemente, Berlin (1861) 中にも含まれる。尚 Gesammelte Abhandlungen 及び Ostwald Klassiker, Nr. 100 にも収められている。

13) Kirchhoff の investigator としての天資は initiate するのではなく、complete するのであった。

14) 勿論、先進国たるイギリスにも、例えば Lord Rayleigh が正当にも指摘した如くに Kirchhoff と同じ頃 (1858)、同様の題目を発表した Balfour Stewart 等の業績もないではなかったが、ドイツに一籌を輸したことは争われない。Stewart, On Heat, Oxford (1888) 参照。

15) J. Stefan, Über die Beziehung Zwischen der Wärmestrahlung und Temperatur, Wien. Ber. 79 Bd. 2. Abt. S. 391–428 (1879)

16) L. Grätz (1880), Ch. Rivière (1882), W. Siemens (1883–84)  
W. de W. Abney & Col. Festiny (1883–87), J. F. Botomley (1885–92)  
W. Ferrel (1889), J. Edler (1890), A. Schleiermacher (1885–88)  
W. de Conte Stevens (1882) 等。

式を確認した Schneebli は実は意識せず今日から見て黒体に近い条件で実験したからであった。後に Boltzmann, Bartoli が証明したように 4 乗式は黒体に対してのみ理論的に導かれる式であるから、之が Stefan のように白金や甚しきはガラスのような非黒体に就てまで見出されたというのは全く実験の不正確から来た偶然に外ならなかった訳であった。之は実験的研究に於ても理論的指導が如何に必要であるかを明かにすると共に、実験の不正確さが却って近似的な、簡単な法則を見出すのに僥倖するという科学の歴史に時折現われる事実の一つの例でもある。

若い頃 Wien 大学で Stefan に学び、その助手をしていたこともあった Boltzmann は、H. T. Eddy なる人の “Radiant heat as an exception of the second law of thermodynamics” という論文を彼が受持っていた Beiblätter に抄録する際この著者の誤解を正そうとした。輻射と第二主則との外見上の矛盾は、輻射圧に注目すれば解消することは、既に A. Bartoli も詳細に論じていた<sup>17)</sup>が、Boltzmann は更にここで一步を進めその輻射圧が電磁気学の結果としてエネルギー密度の  $1/3$  であることを利用し、遂に Stefan の 4 乗法則の式を黒体に就て証明することが出来た<sup>18)</sup>。(1884) この Bartoli, Boltzmann の演繹中で注目すべきは、黒体輻射はその輻射圧を媒介として、あたかも完全気体の如く取扱われ、従て、熱力学的系としてエネルギー、エントロピーの概念を適用出来るものとされた点である。此のアナロジーの中には、後の Wien, Planck の研究を通じ、遥かに Bose-Einstein の Lichtquantengas の思想を予感させるものが閃光の如く隠見している。

以上は、あらゆる波長に就て積分された全輻射に関する研究であったが、輻射密度のスペクトラルな分布の最初の価値ある研究ともいべき W. A. Michelson の考察 (1887) にも亦気体と輻射とのアナロジーは顕著である。この Michelson という人は後に Moskau 大学の私講師になったが、この輻射式は彼の Berlin 留学中に発表したものらしい。彼は空間中の輻射を考察しながら、固体のスペクトルの連続性は、固体を構成する “原子の振動の完全なる無規則性” に由来するから、之は確率計算の問題であるとし、この原子群が Maxwell の速度分布則に従うと仮定して居る。之等の振動数はそれぞれ原子の瞬間の速度に比例するとし、この着想は後に Wien が彼の分布式を導く際に ‘Glückliche Gedanke’ と称えて自らも採用し

17) Wied. Ann. 22. S. 291 (1884)

18) Boltzmann は Wiedenman から注意された。

黒体という点から充分精密に betonen されなかったので、Boltzmann は Stefan の 4 乗則を唯観測によく会うといっている。

て居るが、若し当時として新しいこの原子論的考察を更に一步進めるなら、後の Einstein の光量子的輻射論に近づくことになる。

しかし、この W. A. Michelson の式は実験とは喰い違い正しいものではなかった。当時、Edison(1879)、Swan 等の電灯は漸く照明工学に刺戟を与え、熱輻射のスペクトラルな分布の実験的研究は欧米各国に勃興して来た。Tyndall は既に 1866 年電弧光の可視強度と全強度との比を測定して居るが、天体物理学の大家であり、後に最初の動力による飛行機 (1896) に成功した有名な S. P. Langley(1834–1906) は、Bolometer の考案者として長波長赤外線ようやの測定を開拓し、太陽や炭素線の輻射研究を行った。其他 Schleiermacher、Bottomley、Nichols 等は  $900^{\circ}\text{C}$  から  $1300^{\circ}\text{C}$  に及び高温度に於ける白金の輻射を研究し、他にも多数の測定が続いて発表されて居る。H. W. Weber は之等の人々や自身の実験結果を総合して、従来缺けて居た白熱電灯の理論を建設しようとして独特の分布式を作ったが、この式から彼は後の Wien のと同様な遷移則を見出して居る。当時 Rayleigh は Weber の分布式を賞讃したものである。しかし之また後の実験結果には裏切られてしまった。

ただここに注意すべきは Michelson の理論式にせよ、Weber の実験的分布式にせよ、黒体の概念を明確に使用せず、此の点は以前の実験家同様、理論的に不十分の感は否めない。

これから以後、Planck の式が決定的に認められるまでには十指に余る輻射の分布式が発表されているが、之と關聯して永くその価値を有つのは W. Wien の遷移則であった。

1890 年から Reichsanstalt の助手として、かたわ旁ら Berlin 大学の私講師 (1892–96) を勤めて居た Willy Wien は 1893 年 2 月 9 日 “Eine neue Beziehung der Strahlung schwarzer Körper zum zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie” なる論文を Berlin 学士院へ提出し、Helmholtz が之を朗読した<sup>19)</sup>。当時は輻射そのものへ熱力学を適用することは未だ一般的には承認されて居ず、Helmholtz その人も Wien の論文を見るまでは可成り懐疑的な態度を取っていたし、Lord Kelvin の如きは、“Thermodynamics are going mad” とまで極言した位であった。しか併し若い Wien には熱の構成部分として輻射へ熱力学を適用しうことは殆んど自明であった。ここに見られる新旧学者の径庭は熱力学の偉大な建設者にも歴史の遷移則は例外を措かないことを感

19) Berl Ber. S. 55 (1893) 之は他の黒体の論文と共に Ostwalds' Klassiker, Nr. 228 (1929) に収められている。当時の Wien の回想は Willy Wien, Leipzig, Barth (1930) 中の自伝 (S.S. 16–18) に依る。

ぜしめる。

Wien は巧妙な思考実験を以て、空洞輻射へ熱力学を適用し、空洞の壁の一部がある速度で移動して、一種の断熱膨張が行われ温度の変る際に Doppler の原理によって、壁で反射された輻射線の波長が変ることを利用して、最大輻射密度に相当する波長  $\lambda_m$  が絶対温度  $T$  に逆比例する ( $\lambda_m T = \text{const}$ ) という有名な Verschiebungsgesetz (遷移則) を導くことが出来た。之は後にも種々の証明が行われ、殆んど疑う余地のないものである。

輻射密度  $\rho$  と、波長  $\lambda$ 、温度  $T$  との関係を決めることは最早や熱力学のみからは出来ない。Wien は前述の Michelson の考えを少し改良して、前の熱力学的研究の結果たる、 $\rho\lambda = \frac{1}{\lambda^5} f(\lambda T)$  の函数形を  $\rho\lambda = c\lambda^{-5} e^{-\frac{b}{\lambda T}}$  と決定した。之が Wien の分布式である。

Reichsanstalt の物理部の熱輻射研究が緒に付いたのも此の頃 (1894) であった。電灯照明の普及に伴い、O. Lummer と F. Kurlbaum は 1884 年の Paris の国際会議の議決に基き光度の“実用”単位として白金の融解点に於ける輻射を Bolometer を作って研究中であった。この単位は実用というよりは寧ろ政治的、個人的理由から提唱されたもので、当時の実験技術では実現困難なものであったから、1893 年 Chicago で開催された電気学者会議では、Hefner-Alteneck が発明した Amyl-azetatlamp に帰ることになり、Helmholtz も此の会議に出席したのであったが、Reichsanstalt ではその物理的重要性から研究を継続させたものと思われる。

此の研究と密接な関係があるのは、冶金工業への応用を主な目的とし、‘加熱面での熱の通過という技術的問題を動機として’開始された Lummer-Wien の黒体輻射の実験的研究である<sup>20)</sup>。彼等は研究の出発点で明晰な理論的態度で次のように研究の方向を定めた。‘技術にも科学にも均しく重要なこの問題を、非難の余地なく解答し得んが為には先ず絶対的黒体の輻射を研究し、そこでこの理想的黒体に代るべき方法を見出さねばならぬ’<sup>21)</sup>。彼等が実現したのは殆ど閉鎖した熱平衡にある空洞で黒体を近似することであった。これは他にも行われていたことではあったが、輻射の研究に充分理論的な見地から用いたのは彼等が最初であった。実験の困難は充分精確な Bolometer を作ることに、高温の安定した光源を得る

20) 之等の引用は当時の Zeitschrift für Instrumentenkunde に毎年発表された Reichsanstalt の Tätigkeit の報告からとった。

21) W. Wien u. O. Lummer, Wied. Ann. 56, S. 451. (1895)

ことにあったが、Helmholtz は簡単な装置で実験することを好んだので、先ず開始された全輻射に関する Stefan-Boltzmann の法則の検証でも高温輻射体を得るため瓦斯の焰で加熱したため温度が安定しないで苦しんだそうである。

Helmholtz が死んで(1894年)Berlin の数学物理学界も流石に寂寥を免れなかった。嘗て Weierstrass, Kronecker, Kummer, Kirchhoff 等を擁して華やかかなりし Berlin 大学も昔日の倂は僂ぶによしなきこととなった。国立研究所では Kohlrausch が後を襲い Präsident となった。Helmholtz は学問の自由に対しては彼の Berlin 大学総長就任演説<sup>22)</sup>でも知られるように高い見識を持っていたし、何よりも彼の巨大な権威によって国立研究所でも純物理学的研究が行われ得たのに対し、Kohlrausch の力では政府当局の意の有るところを拒けるわけに行かなかったし、又、Bismark に代った Wilhelm 二世その人は學術の振興に熱意を示したが、何分にも時代は帝國主義段階へと転回し、国立研究所も以前のように行かなくなった。それらの事情で Wien は、前述の輻射分布式を置き土産に 1896 年 Aachen 大学の招聘を受けて Reichsanstalt を去ったので、実験は Lummer-Pringsheim の手で続行された。

ところが黒体の全輻射の研究は、Stefan-Boltzmann の法則が常温から 1300°C 近く迄の範囲で数%の精度で検証されたので、一段落となり前述の白金や、冶金への応用を顧慮して鉄及び鉄酸化物の輻射能や赤熱の最低温度等の研究の方向へ進んだのに対し、スペクトルな分布は、最初は Bolometer の種類で異なる結果が出たりして仲々困難であったが、Bolometer が次第に改良され、1898 年には電気炉が採用されて、実験は進捗し、輻射のスペクトルな分布は Wien の公式で‘よく再現される’と認められた。

しかし間もなく Berlin の Königliche Porzellan Manufaktur(王立磁器製造所)<sup>23)</sup>で新に製作された耐火物を輻射空洞として採用するに及び「実験物理学は 1600°C 近く迄任意の精度で“黒体”輻射を供する手段を備えるに至り」全輻射公式や遷移則が精確に検証されたに拘らず、Wien の分布式とは多少の偏差が見出された。しかし輻射の可視範囲では比較的波長の大きい赤色(0.65 $\mu$  附近)でも Wien の式は、今日の進歩した実験技術でも検証困難な程の微小な偏差をしか示さない。そ

22) Helmholtz, Über die akademische Freiheit der deutschen Universitäten (1877), Vorträge und Reden II, S. 191

23) 耐火物や炉材が熔鉱、製鋼炉に用いられ、重工業の文字通りの母胎であることは知られているが、近世初期にはヨーロッパの諸王は当時珍重せられた東洋の工芸品を模倣して工芸品としての陶磁器を生産して、収入の一部とするために、王立の製造所を経営するものがあつた。この Berlin の王立磁器製造所はかの Friedrich‘大王’が、この流行政策に従い、1763 年民間から買いあげて経営を初めたもので、今日尚世界名声を保っている。

こで不可視の特に赤外線波長の領域で更に Rubens の Sylbin プリズムを用いたり、後には 1897 年、Rubens が発見した<sup>24)</sup> Reststrahlen (残留線) の方法で約  $5\mu$  の長波で実験したところ、Wien の公式に依れば一定波長に於て輻射密度と絶対温度の逆数  $1/T$  の関係が直線となるべきものが、実験結果は  $1/T$  に対して明らかな凸状の曲りが見られた。ここで遂に Wien の分布式の変更が提案され、次いで Planck の劃期的研究の登場となるのである。

一方‘加熱及び照明工学への応用’は、‘光源の經濟に就て何等かの判断’を得ようとする要求による白熱電灯の炭素纖維條のスペクトラルな輻射能の研究や、今日冶金技術に広く用いられて居る Holborn-Kurlbaum の光学高温計の製作等に及んだ。

かようにして、熱輻射研究が辿った経路を反省するとき、我々は、量子論提唱の実験的基礎が、その発生の当初、極めて密接に工業技術的な 　そしてこれを通じて間接には政治経済的な 　状態に依存して居たかを洞察するのである。それ故、我々にとっては、量子論が、後に発見された単純な量子的現象に就てではなく、熱輻射論の複雑な演繹中に発見された事実も、必ずしも不思議ではなく、又、それが、英国や其他の国ではなく、正に 1890 年代に飛躍的な発展をとげた当時のドイツに於てであったことも全くの偶然ではないのである。

24) H. Rubens u. E. F. Nichols, Wied. Ann. 68, S. 418 (1897)

## 第4章 Planckの量子仮説の提唱

Max Planck<sup>1)</sup>(1858–1947)は17歳にしてMünchen大学に学んだが、続いて(1877–78)Berlinに学び、親しくHelmholtz, Kirchhoff及びWeierstrassの教えを受け、有名なClausiusの(特に熱力学の第二主則に関する)論文を知って begeisternされ、MünchenでのDissertation(1879年)も“De secunda lege fundamentale begeistern doctrinae mechanicae caloris”(力学的熱理論の第二主則に就て)であった。この一般的研究の後、彼は溶液論其他の特殊問題に向ったが、Kiel大学在任中に著したGöttingen大学の懸賞論文“Das Prinzip der Erhaltung der Energie”(1877)は有名である。Helmholtzの信頼が厚かったので1889年には、Kirchhoffの死後、HertzもBoltzmannも辞退したため、その後任の意味で、新らしく設置されたBerlin大学の理論物理のInstituteへ員外教授として招かれた<sup>2)</sup>。1892年正教授にすすみ、次いで学士院へ選出されるに及んで、Berlinの物理学協会での交際は、Reichsanstaltの研究者達とも連絡を得、彼の従来の研究方面とも相俟ち、当時、学界の興味を惹いて居た熱輻射論の問題に赴くことになった<sup>3)4)</sup>。

PlanckはKirchhoffが提出した問題即ち、物質の特殊な性質に依らない輻射の普遍函数を決定するには、古典電気力学をHertzの直線振動体に適用し、充分一般的に取扱えばよかろうと考え、まず‘共鳴に依る電磁波の吸収及び発射’から手を初めた。(1896年)その結果、輻射線のエネルギーの代りに共鳴体のエネルギーを置き換えて問題を簡単にする事が出来たが、目的を達するには尚お未だ‘本質的な連絡項が缺けて居る’ことが判って来た。しかし既にこの問題の取扱い方には当時の彼の方法論上の立場が明白に現われて居る。即ち、兎もすればこの振

1) Planckの伝記はHans Hartmann, Max Planck als Mensch und Denker, Berlin (1838)参照。これによると、Planckのドイツ的な敬虔な宗教性は著名な神学者であった彼の曾祖父から、厳正な論議は法律学者であった彼の父から由来しているのかも知れない。

物理学の師、Ph. v. Jollyは、Planckの勉学の初めに当時物理学が殆んど完成の域に近づき、どこかの隅に塵や泡を見付けて検討したり、整理する仕事はあるかも知れないが、物理学の体系全体としては殆んど確実に建設されてしまっているという意味のことを語ったといわれる。Jollyは、正にこの弟子が彼の予想を裏切る大変革の創始者となることは夢想しなかったであろう。

2) 当時は理論物理学は正教授も極めて少なく、Planckはこの為に可成りの期間を私講師や員外教授に甘んじなければならなかった。その間には彼も迷って、Helmholtzの門を叩いたこともあるが、時世の動きを高所から遠観して居た師は理論物理の教授が将来必ず新に増員されることを説いて弟子をさとして居た。HertzやBoltzmannはもとより、当時、彼より6歳も若く、一私講師たるWienも、既に着々と業績を挙げて居たのに対してBerlin大学は淋しいとされて居た。このことについてはBoltzmannがアメリカで“自分が行っていたら”と話したことがあるが、Planckたるもの可成り苦しい立場にあったといえよう。

3) 以下、輻射法則の導来に至る諸論文はOstwalds' Klassiker Nr. 206に収められている。尚当時の彼の研究ぶりについてはNobel受賞講演Die Entstehung und bisherige Entwicklung der Quantentheorie, Leipzig (1920)参照。本節の叙述も之に依るところ少なくない。これは、Physikalische Rundblicke (1922) Leipzigにも収められている。

4) Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften (Okl. 206), Die Ableitung der Strahlungsgesetzes (1923)

動体のような要素的存在の力学的機構に就て揣摩臆測に耽り勝ちなものであるが、Planckはこの共鳴振動体には殆んど何も特殊な機構を仮定しなかった。却って彼が強調したところによると、熱力学的考察では、總て急激に不規則に変化交替する過程の個別相は問題でなく、“粗視的 (makroskopisch) な” 観測で示されるものだけが問題であった<sup>5)</sup>。当時彼は気体運動論に万服の信頼を持っては居なかったし<sup>6)</sup>、Lorentzの電子論(1822年)を用いれば簡単となるべきものを、やはりこれを顧みないで迂路を取った結果にもなった。このPlanckの方法論に關聯して興味ある一つの挿話がある。

1891年Halleで開かれた学会でPlanckは、有名な化学者でありエネルギー論の鼓吹者であったW. Ostwaldと並んで、原子論的立場の闘士であったBoltzmannに反対し、Atomistikに就て論争した<sup>7)</sup>。このとき三人の論戦白熱したあまり、Boltzmannは“Energie自体が原子的に分割されて居ないという何の理由があるか”と言放ったそうである。Ostwaldはその時は勿論、誇張として笑ったが、心中この思想の大胆さに打たれて永く忘れることが出来なかったと告白して居る<sup>8)</sup>。(もっともPlanckがこの時何と評したかはOstwaldの記憶にもないが、エネルギー論と原子論が量子論によって綜合されたのは、科学がその必然的な摩擦の中にも平和的解決を齎す例だというOstwaldの意見は少々皮相な見方であろう<sup>9)</sup>。)

ところが数年を経て1895年の秋、Lübeckの自然科学者大会ではEnergetikの精神を鼓吹するOstwaldの‘科学的唯物論の克服’に対し、このたびは、Planckは、Boltzmannと共に、彼の独自の立場からではあるが反駁を試みて居る<sup>10)</sup>。Planckによると力学的(Mechanisch)な自然観には限界(Schranke)はあるが、それは深刻な、或程度まで非常に困難な研究によってのみ解決さるべきものである。之れに反し、Energetikのような外見上普遍性を持ち乍ら実は空疎な主張は、たとえ矛盾は生じないとしても、それは“その概念が曖昧なために経験で検証され得るよう

5) H. A. Lorentz, Max Planck und die Quantentheorie, Naturwiss. 13, S. 1077 (1925)

6) 80年代の初め頃のことであろう、Planckは原子論と連続論とが将来生死を賭した闘争を行う時が来るであろうが、‘結局に於ては原子論を棄てて連続的物質の仮定を採らねばなるまい’と書いたのであった(Hartmann, Planck, S. 112による)。

7) PlanckはClausiusの熱理論の第二主則のために喜んで共鳴し、Ostwaldの浅薄なEnergetikと戦うべきであったのに、却ってBoltzmannの敵手に引き入れられて原子論を排撃したことを遺憾としている。(Naturwiss. 28, S. 778-779 (1940))

8) W. Gerlachもこの話を引用したが、エネルギー量子のIdeeはBoltzmannの書物のどこにも発展させられて居ないから、義論が熱した拍子の言葉らしいとしているが、これは必ずしもそうとは言えないことは後で述べる。

9) W. Ostwald, Lebenslinien, II, S. 116. f.

10) M. Planck; Gegen die neuere Energetik, Wied. Ann. 57, S. 72 (1896) 同じAnnalenでこの論文の直前にL. BoltzmannがEin Wort der Mathematik an die Energetik, S. 39-71を発表して居る。

な新しい結果を全然出させないからである”と断じ、自己の存在を防衛するために現実の問題を避け、経験の武器で如何とも出来ない形而上的領域へ逃避するような理論に依って初学者がディレッタント的迷想に耽ることを戒めるのは自分の義務である、宜しく偉大な先人の真摯な業績に沈潜して根本的に研究すべし、と説いたが、後年の彼の面目は既にここにも躍如として現われて居る。Einstein は後に Planck を讃えてこの論説に言及し、‘真摯な科学的思索の同志は、何人もここで反撃されたような (Energetik 流の) 論文を読過する際に殆んど抑えることの出来ない憤懣をこの清新な小論の講説によって慰やすことが出来る’ と述べ<sup>11)</sup>、又、Sommerfeld は、Planck の科学的な人格性は熱力学に根ざすが、<sup>しか</sup>而もこの Lübeck の学会では、一見エネルギー論を辯護しそうな Planck が、よくその弱点を指摘したのは、彼が原子論的方法へ内面的転向を完成する以前だけに特に興味があると書いている<sup>12)</sup>。

さて、Wien の分布式を実験的に検証した Hannover の Technische Hochschule (工業大学) の Paschen と H. Wanner の結果<sup>13)</sup>、並びに Reichsanstalt の Lummer-Pringsheim の結果<sup>14)</sup> は或程度までその分布式を裏書きするかに見えた。そこで共鳴体のエントロピーのエネルギーに関する第二次微係数の逆数  $R$  がエネルギーに正比例するという簡単な仮定と遷移則とから Wien の分布式が導かれるのを見出したとき、これこそ正しい法則であるとして熱心にそれを支持したのも無理はなかった。Planck は当時この“単性”を<sup>しばしば</sup>屢々強調した<sup>15)</sup>。後にも「全問題は一つの普遍的自然法則に関するものであり、且つ自分は当時も又今日も尚、自然法則はそれが一般的であればある程簡単であるという見解を身に徹して確信して居るので、どんな定式化をより簡単なものと見るかという問いには疑問がないわけではなく、終局的に決定することは出来ないにしても、ともかく自分は一時は量  $R$  がエネルギーに比例するという命題にエネルギー分布則全体の基礎を看取すべきであると信じて居た」と回想して居る。ここに我々は E. Mach が思惟経済の見地から‘単性’を重視したことを想起するが、それが Planck では理論的基礎づ

11) A. Einstein, Max Planck als Forscher, Naturwiss. 1. S. 1077 (1913)

12) A. Sommerfeld, Naturwiss. 6, S. 17 (1918)

13) F. Paschen u. H. Wanner, Berl. Ber. S. 5. (1899)

14) Lummer u. Pringsheim, Verh. d. D. Phys. Ges. 1, S. 23 (1899)

15) 例えば M. Planck, Über eine Verbesserung der Wien'schen Spectralgleichung (ウィーン分光式の一つの改良に就て = 1900年10月19日講演) 参照。

けの可能性を意味するものへ移行しつつある。而して、後に至って Planck は当時を回想して、その頃彼は尚可成り“現象論的に傾いて居たから”，原子論的にエントロピーと確率との関係に立ち入って尋ねることをせず，上記の関係と経験的材料とを比較したに止ったと告白している。

しかるに，英国の大物理学者 Lord Rayleigh (本名 John William Strutt) (1842–1919) は，Planck と見解を異にし，理論的見地から見ると Wien の分布式導来の根拠は“殆んど推測 (conjecture) に過ぎず”と批評し，上述  $T = \infty$  の問題，特に長波長高温では (例えば絶対温度  $2,000^{\circ}\text{C}$  で  $60\mu$ ) Wien 式によると輻射密度の増加が殆んど停止するという実験で検証され得る難点を指摘して分布式の変更を試みた。Rayleigh は得意の振動論から，先ず立方体の箱に閉じ込められた空気の振動のアナロジーに依て振動数が  $\nu$  と  $\nu + d\nu$  との間の固有振動の数を求め，各振動へ，古典統計力学の帰結であるエネルギーの等配分則を適用して，輻射密度が  $kT$  ( $k$  は Boltzmann の常数) に比例するという，後に所謂 Rayleigh-Jeans の式<sup>16)</sup>を導いた。もっともこの式では短波に対して輻射密度が限りなく大きくなるからそのままでは到底問題にならないので理由は述べずに指数函数項を付加し<sup>17)</sup>，此の式が優れた実験家の手で速やかに検証されることを切望している<sup>18)</sup>。

之に対し Planck は 1900 年春の論文<sup>19)</sup>に於ても，当時次第に喧しくな<sup>かまびす</sup>って来た長波長に於ける Lummer-Pringsheim の結果と Wien の式との喰い違いに対して，可成り苦しい辯解を与えなければならなかった。“観測と理論との衝突”は，異なる観測者の結果が一致して初めて疑いなく確立されるものであるが，Wien の式に就いては，Paschen のように一致するものもある。自分は計算方法を変えても再び Wien の式に達したから，その正しさに対する自分の見解は更に一段と確められたと Planck は称した。

Wien の式が温度が無限に高く ( $T = \infty$ ) ながらも，一定の色で輻射密度が有限値に漸近するという難点に対しては，Hertz 波と‘自然的輻射’との間には長短という‘量的’な差違ばかりでなく，秩序性と無秩序性という‘質的’な差違があるか

16) 前に述べたように，この古典理論の当然の帰結である関係が，年代的には Wien の式よりも後に英国の学者に依って提案されたことは興味深い。Planck がこの式に迫りながら遂に問題にしなかったのは，彼の身近にあまりにも明白な実験的事実があったからで，また彼の現実への感覚を物語るものであろう。

17)  $\rho\lambda \propto \lambda^{-4}kT$  へ，指数函数を付加して  $\rho\lambda \propto \lambda^{-4}kTe^{-\frac{c_2}{\lambda T}}$  とした。

18) Phil. Mag. vol. 49, p. 539 (1900)。のちに *Natura*, April 13, May 16 (1905)，また J. H. Jeans, Phil. Mag. (6) 10, p. 91 (1905)。この指数函数のついた式も間もなく，Lummer-Pringsheim の経験に合わぬとした。Lummer, Rapport Paris, vol. II, p. 98. (1900)

19) Entropie und Temperatur strahlender Wärme; von Max Planck, Ann. d. Phys. Bd. 1, S. 719 (1900)

ら同じようには論じられない。一定波長の Hertz 波の強度は原理的に国立研究所の研究者達から実験の材料を供せられて、整理をした結果、前記のエントロピーの二次導函数の逆数  $1 / \frac{d^2 S}{dU^2}$  は、実験と一致せしめるには、低温、短波長のエネルギーが小さい場合には、既に彼が Wien の式の演繹に用いたようにエネルギー  $U$  の一乗に、Rubens-Kurlbaum の実験の如く長波高温でエネルギーが大きい場合には  $U$  の二乗に、比例すると考えなければならぬことを見出した。そこで一般の場合には、若し “ 簡単 (Einfachheit) ” という点で Wien の式に次ぎ、しかも熱力学及び電磁論のあらゆる要求を満足する全く任意 (ganz willkürlich)” な式を作り、それですべての観測結果を表現させようとするれば、上述のエネルギー  $U$  の一乗と二乗の項を加えた式を採用する外はない。これから導かれる輻射式こそ、エントロピーをエネルギーの対数函数として与える (これは確率論から想像される) 式の中でも、“最も簡単な” ものであり、Wien と Rayleigh の両式をも、それぞれ短波 低温、長波 高温での極限として包含する。かようにして今日 Planck の公式として知られる有名なる輻射式が半ば実験式としてではあるが導き出されたのであった<sup>20)</sup>。

1900 年 10 月 19 日 Berlin の物理学協会例会の席上、F. Kurlbaum は H. Rubens と共に行った上述の実験‘黒体による長波の発射に就て、Über die Emission langer Wellen durch den schwarzer Körper’を報告したが、当時の記録によると<sup>21)</sup>、この講演に続いた活潑な討論に際しプログラムの番外として Max Planck が起って、“Wien のスペクトラル分布式の 1 つの改良に就て (Über eine Verbesserung der Wieschen Spektralgleichung)” 講演した。ここに新世紀の物理学の誕生を先触れする有名な Planck の輻射式が発表されたのであった。

後に重大な意義を獲得したこの発表も、それが実験式の域を脱せぬ限り、彼自身が謙遜して言ったように「幸運にも見つけ出した内挿公式」に過ぎないとも考えられよう。その場合には如何にそれが実験を精密に再現する便利な公式であっ

20) Wien の分布式は一乗に比例するとして (共鳴体のエントロピーを  $S$ , エネルギーを  $U$  とする)  $1 / \frac{d^2 S}{dU^2} = -bU$  から積分により  $\frac{dS}{dU}$  を用い、 $U = a \cdot e^{-b/T}$  として導かれ、Rayleigh (Jeans) の式は二乗に比例するとして  $1 / \frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{U^2}{c}$  から、 $U = cT$  の形に導かれる。そこで原の両式を加え合せた  $1 / \frac{d^2 S}{dU^2} = -bU - \frac{U^2}{c}$  とすれば  $\frac{1}{T} = \frac{dS}{dU} = \frac{1}{b} \log \left( 1 + \frac{bc}{U} \right)$  となり、これから Planck の式  $U = \frac{bc}{e^{b/T} - 1}$  の形が出る (M. Planck: Novelvertrag による)。

21) Verhandlungen d. D. Phys. Ges. 2, S. 181. このときはやはり輻射の研究家である Emil Warburg が座長であった。

ても、実験のデータそのものに対しては遂に 数学的付録 以上でないとも言われよう。しかし乍ら、Planck が幾つかの数値を示して此の式が従来提出されて居た Thiesen, Lummer-Jahnke<sup>22)</sup>, Lummer-Pringsheim の式と「同様に満足に」観測結果を再現すると説明しながら、敢てそれに注目を促した所以は何処にあったか。それは彼自身も言うように、主として公式の簡単な構造、殊に共鳴子の振動エネルギーとエントロピーとが「極めて簡単な対数関係で表わされ、何れにせよそれが、事実によって確められなかった Wien のを度外視すれば、従来提案されたあらゆる他の公式よりも一般的な解釈の可能性を約束するように思われたからであった」。その故にこそ Planck は、「この式を立てたその日から、それに実在的物理的意義を見出そう」と、懸命な努力を開始したのである。若し単なる実験式に満足したならば作用量子の発見は Planck の業績とはならなかったであろう。単なる記述を超えて「現象に権威を与える」ことにし、まことに彼の直覺にたがわずこの輻射公式は輝かしい量子の世紀の序曲とはなった。

Planck はこの 10 月 19 日の講演で彼自身も述べたように、以前にあれ程まで熱心に支持した Wien の公式が正しくないとなれば、従来それを理論的に導いた彼の演繹の中には、何処かに必然性を缺くところがあるに相違ないと考えた。その理由は「益々もって容易に理解し難く、何れにしても証明は難しいと思われるが」それは多数の共鳴子 (Resonator) の總エントロピーは、總エネルギー及びその変化のみに依存するという仮定は必ずしも以前に考えたような普遍性を有しないのではないか<sup>23)</sup>、と疑い<sup>24)</sup>これからエントロピーの修正を試みたのである。

22) Max Thiesen や Jahnke は当時国立研究所に居た数学者である。

23) 今考えている過程の初めに共鳴子のエネルギー  $U$  が定常的な値と  $-\Delta U$  だけ偏れて居るとして、それが  $dU$  だけ変化すれば、この (一つの共鳴子 + 輻射場の) 系の全体のエントロピー増加は  $dU \Delta f(U)$  である。これを  $n$  倍すれば ( $n$  共鳴子 + 輻射場の) 系の總エントロピー増加になる。これは Planck の言う通り差支えないが、左辺の  $dUn \Delta n f(Un)$  は、一箇の共鳴子について得られたエントロピー増加の式  $dU \Delta U f(U)$  をそのまま形式的に  $n$  箇の共鳴子の系にあてはめることで、これは正しくない仮定である。

今  $U_n = nU$  とすれば、上の式から  $nf(nU) = f(U)$  となるが、この函数方程式の解は、 $f(U) = \frac{\text{const.}}{U}$  である。ところが、 $f(U) = -\frac{3}{5} \frac{d^2 S}{dU^2}$  であるから、 $\frac{d^2 S}{dU^2} = \frac{\text{const}}{U}$  と書ける。そこで  $b$  は正の常数とし、 $\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{1}{bU}$  とすると、積分して  $\frac{dS}{dU} = \text{const.} - \frac{1}{b} \log U$  そこでテキストに引いた第二主則の形式  $\frac{dS}{dU} = \frac{1}{T}$  を利用し  $U = a.e^{-b/T}$  ( $a$ : 常数) を得る。ところが電磁論の輻射束密度は  $\mathfrak{R}_\nu = \frac{\nu^2}{c^2} U = a \frac{\nu^2}{c^2} e^{-b/T}$ . Wien の変位則により  $\mathfrak{R}_\nu = \frac{\nu^2}{c^2} F\left(\frac{\nu}{T}\right)$  故に  $a$  と  $b$  とは振動数  $\nu$  に比例する ( $a = A\nu$ ,  $b = B\gamma$ ),  $\mathfrak{R}_\nu = A\nu^3/c^2 e^{-B\nu/T}$ . これは Wien の分光式にほかならない。 $\nu$  の代りに  $\lambda = \frac{c}{\nu}$  とすれば、 $E_\lambda d\lambda = \mathfrak{R}_\nu d\nu$ ,  $E_\lambda = \frac{Ac^2}{\lambda^5} e^{-Bc/\lambda T}$  という見慣れた形になる。

24) 後には、この点が本質的なのではないことが判明したが、兎も角かような疑問が、具体的な統計的考察を行わせ、大発見へ導いたことは真実である。尚、坂井卓三氏、熱輻射 p. 27 参照。

かような暗示から Planck は一意分布式の物理的基礎づけへと向ったが、問題は自らエントロピーと確率との聯関の考察へ、即ち、Boltzmann 的 Ideegänge へと彼を導いた。「余の生涯の最も緊張した数週間の研究の後、遂に闇は明け、予感されなかつた新たな遠望がほのぼのと見え初めた」<sup>25)</sup>と感激に充ちて回想される時期であった。

今や以前に了解し難かつた個々の共鳴子のエネルギーの問題は忽然として明らかとなった。“Entropie bedingt Unordnung” という力強い言葉が冒頭に響く。この‘無秩序性’こそは完全な定常状態にある輻射場に於ても、振動の時間よりは大きく、測定的时间に比しては小さい時間間隔を考察するとき、共鳴子の振動がその振幅と位相とを変化交替する不規則さから由来する。従って、共鳴子が定常状態で一定のエネルギーを有すると言っても、実は単なる時間的な平均値乃至多数の共鳴子のエネルギーの瞬間的平均値とも考えるべきものである。そこでこのエネルギーの配分を決定するには気体論の場合に於ける Boltzmann の方法を採用し、確率論を導入する外はない。Planck はエネルギー配分の種々な組合せ方、Boltzmann の所謂 ‘Complexion’ が何れも等しい確率を有つことを核心的な仮説として強調した。

しかし、振動数  $\nu$  の  $N$  個の共鳴子にエネルギー  $U_n$  を配分するに当って、 $U_n$  が無限に細く分割出来るとしては、無限に多くの仕方でも配分が出来ることになるから、計算の手懸りは獲られない。これがためにはエネルギーを「連続的で無制限に分割出来るものではなく、deskret な整数個の有限な等しい部分から合成された量として把握することが必要であり」<sup>26)</sup>「これが全計算の本質的な点である」。

Planck はこれを Energieelement  $\varepsilon$  と呼び、 $U_n = P\varepsilon$  之が単に Boltzmann の場合の如く計算の便宜上の有限量に止らず、之を最後まで有限に止ませた事、これこそ科学史上にも稀な、実り豊かなる着想 (Einfall) とはなつた<sup>27)</sup>。何故なら計算の結果、之を無限小へ極限移行させれば後の Rayleigh-Jeans の式に達する外はないからである。

Planck はこの Energieelement  $\varepsilon$  を新しい自然常数  $h$  ( $= 6.55 \times 10^{-27}$  erg.sec と彼

25) M. Planck, Die Entstehung und bisherige Entwicklung der Quantentheorie (Nobelvortrag 1921) Physikalische Rundblicke, S. 154 (1922) 参照。

26) Ann. d. Phys. 4, S. 553 (1901) “Hierzu ist es notwendig,  $U_N$  nicht als eine stetige, unbeschränkt teilbare, sondern als eine diskrete, aus einer ganzen Zahl von endlichen gleichen Teilen zusammengesetzte Grösse aufzufassen”

27) 此のエネルギーの連続仮定に立つ古典論との折衷が後に問題となった。第 6 章参照。Solvey 会議 (1911 年) 及び Verh. d. D Phys. Ges. 16. S. 820 (1914)

はこの時算出した)と共鳴子の振動数との積として与えたが、この確率計算の結果に、古典電気力学から算出された共鳴子の平均エネルギー  $U_\nu = \frac{c^2}{8\pi\gamma^3}\rho_\nu$  を併せて、輻射密度  $\rho_\nu$  を決定し、之で彼の輻射分布式の証明を完了した。之が今世紀初頭の大発見であり、理論的探究の尽きせぬ泉となった‘量子’の誕生である。1900年12月14日なるドイツ物理学協会の例会に於ける発表であった<sup>28)29)</sup>。

まことにかかる偉大な発見は、学者として享受し得る類い稀なる幸運である。しかし、Lorentz がいみじくも言ったように、かような幸運は労苦多い探究と、深い思索とを以てそれに値するもののみ、頒ち与えられるものでなくて何であろう。Sommerfeld は、Planck のような Klasiker がこのようなロマンチックな発見をしたのは、まことに運命の戯れであると語ったそうであるが、Planck が当時ドイツの学界の重要問題であった熱輻射論を光の電磁論、熱力学、確率論と一歩一歩脇目も振らず事象の核心へ肉薄して行った経過を顧みるとき、我々はこの偉大なる世紀の羽搏きを最早や運命の戯れとは言わないであろう<sup>30)</sup>。

28) Planck の輻射式を展開すると

$$U_\nu = \frac{8\pi h\nu^2}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{8\pi h\nu^2}{c^2} \left( e^{-\frac{h\nu}{kT}} + e^{-\frac{2h\nu}{kT}} + \dots \right)$$

Wien の分布式と同形な各項は  $h\nu$  の整数倍を含んで居る。若し右辺から出発すればこれも Energieelement の構想に暗示するものがある(坂井卓三教授の御注意による) Planck 自身この展開式を  $h$  の数値計算に利用し、また後に Einstein は熱平衡の場合の平均エネルギーの式として右辺の構想から出発して居る。

29) 当日 Planck は先ず Über das sogenannte Wiensche Paradoxon について話してから、この zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum を報告した。これは、Wien がニコルプリズムを二つの黒体の間に置いてパラドックスを生じる思考実験を提出して居るが、Wien が未知の現象で補償されるとしたのに対し、Planck はそれに反対し、11月2日の例会で Einen vermeintlichen Widerspruch des magneto-optischen Faradayeffektes mit der Thermodynamik を報告し、矛盾でないことを証明したが (Verh. d. D. Phys. Ges. 2. S. 206. 1900) それを補足したものである。Planck も10月から12月にかけて必ずしも輻射式にのみ没頭して居たのではないことがわかる。誇張した想像を防止する意味で付け加えておく。

30) Planck の業績に対する礼讃は Die Naturwissenschaften, 6. Heft. 17 (1918) の Max Planck 60 歳誕生記念号及び同誌 17. Heft. 26 (1929) Planck 学位 50 年記念号を参照されたい。

## 第5章 光量子仮説。その応用と批判

Lord Kelvin は、20 世紀初頭の物理学の地平線にただよう二つの暗雲として、Michelson-Morley の実験と熱輻射の問題を指摘した。しかし、後者に対する Planck の文字通り劃期的であり、開拓的である研究も、発表後数ヶ年というものはその十分な意義を認識されるに至らなかった<sup>1)</sup>。殊にその功績の核心たる、Energieelement の仮説に到っては、学界一般には勿論、Planck 自身にもその革命的重要性が隠されて居た<sup>2)</sup>。ところが 1905 年に至って突然、意外な方面から再び取上げられることになった。

光の波動論は Young, Fresnel 以来、急速に学界にその揺ぎない地位を確立し、Maxwell, Hertz を経て最早や論議の余地もない定説となった。Heinrich Hertz は 1889 年 Heidelberg の自然科学者、医師大会に於ける有名な講演‘光と電気との関係に就て’の中で、光の波動性を強調し、‘我々はその波動の速度を知り、その波長を知り、それが横波であることを知り、一言にして云えば運動の幾何学的関係を完全に知って居る。之に対する疑惑は最早や不可能であり、この見解の反駁は物理学者には考えられない。光の波動論は、人間的に言えば、確実なものであり、これから必然的に導かれることも確実なものである’と断言した。

ところが、この Hertz 自身の電磁波の発生及び伝播に関する有名な一聯の研究の中の‘電磁放電に対する董外線の作用に就て’<sup>3)</sup>の実験 (1887) を出発点として研究を開始した彼の弟子 P. Lenard は、此の現象の本質が光電的に発生した陰極線に他ならないことを確かめた<sup>4)</sup>(1899)。他方 Hertz の最後の実験的研究となった‘陰極線の薄い金属層の通過に就て’<sup>5)</sup>(1891) が 1894 年 Hertz が 37 歳で早世して後、やはり Lenard の手で継続され、之が後に J. J. Thomson の電子の発見へ導き、前

1) 一方に Planck の輻射式が Planck 常数  $h$ , Boltzmann 常数  $k$ , 光速  $c$  を含む大法則となることを講えるもの (Stark) があれば、他方にはこの式が基礎的なものとしては複雑に過ぎるもの (Rutherford) があつたとは長岡半太郎博士の回顧されたところである。

2) Planck の分布式が実験結果を最もよく再現するという点は認められていた。彼自身としては、 $h$  が普遍常数であることに重きをおいていたが、また古典物理学との根本的対立がそれから生まれるとは予想していなかったらしく、それは 1908 年の Die Einheit des physikalischen Weltbildes, や 1910 年の Die Stellung der neueren Physik zu mechanischen Naturanschauung にも殆んど取上げられていない。

Poincaré の科学の基礎を論じた諸著には全く無視され、ずっと後に 1911 年の Solvey 会議後に書かれた遺著, Denières Pensées に初めて現われている。

実験物理学者 A. Schuster が Culcutta 大学の講演 (1908 年) で量子論にまで言及したのは可成り異例であり、この興味津々たる講演を益々価値づけている。The Progress of Physics, Cambridge(1911) 特に p. 111 参照。P. Lenard はこの講演を表面的なりとして非難しているが、公平な評とは思われない。

3) Berl. Ber. 9, Jun. 1887, Wied. Ann. 31, S. 983, Gesammelte Werke Bd. II, S.69

4) Wien Akad. 108, 1649 (1899)

5) Wied. Ann. 45, S. 28 (1892) Gesammelte Werke. Bd. 1, S. 355

者と相俟<sup>ま</sup>って、Hertz は自らの手で、己が完成したばかりの電磁的世界像を揺がし、次代の研究者を新しい建設へ導く結果となったのである<sup>6)</sup>。

Lenard は研究を進めて、光の投射に由って金属面を逸出する光電的陰極線（即ち光電子）の最大速度は、励起する光の強度に影響されず、単に逸出する電子の数がそれに比例するのみであること、速度は励起する光の振動数（及びその金属の性質）に依るといふ注目すべき結論を得た<sup>7)</sup>。之は同じく Lenard が詳細に検討した Flourescence 等に関する Stokes の法則と同様に、光の波動論を全く困惑させる事実である。

波動論の立場からすると、光の強度は、一定の振動数に対しては振幅の自乗に比例し、一定振幅では振動数に正比例するのは事実であるが、何れにせよ強い赤や赤外線が微弱な<sup>きん</sup>紫外線よりも遥かに大きなエネルギー密度を有<sup>も</sup>ち得ることは争えないことである。然るに光電効果では強い赤外線も、微弱な<sup>きん</sup>紫外線の前には無力である<sup>8)</sup>。波動論的に考えると、極めて微弱な<sup>きん</sup>紫外線が電子逸出のエネルギーを与えるには、稀薄な球面波となって空間に<sup>びまん</sup>瀰漫したエネルギーが個々の電子に蓄積される必要があるが、かような事は波動論では全く不可解である。

この問題に極めて天才的な解決を試みたのはスイスの Bern の特許局の技師をしていた当時 26 歳の青年 Albert Einstein(1879, 3/14-1955, 4/18) その人であった。彼は 1900 年 Zurich の Polytechniks を卒業したが、彼の理論的素養はこの物理の教授 H. F. Weber (第 3 章 熱輻射の理論的、実験的研究参照) や数学の A. Hurwitz, N. Minkowski よりも寧ろ<sup>むし</sup>自宅で Kirchhoff, Helmholtz, Boltzmann, Drude 等の著書に沈潜することに依って得るところが多かったと言われ、Mach や Hume にも傾倒したようである<sup>9)</sup>。1901 年以来、Annalen der Physik に数篇の論文を発表していたが、それらは必ずしも未だ彼の天才を現わすものではなかった。ただその多くが熱力学の第二主則の分子論的取扱いであったことは、Planck の場合と対照して多少興味がある。が、何れにせよ未だ無名の学徒に過ぎなかつたのである。然るに 1905 年は 'blitzartig' に驚嘆すべき彼の天才が次々に発揮された年であつ

6) Sommerfeld, Atombau u. Spektrallinien §. (1924) 参照。

7) Über die lichtelektrische Wirkung, Ann. d. Phys. 8, S. 149 (1902)

8) 他方, J. J. Thomson は 1903 年 Yale 大学での有名な講演で, X 線に依る気体分子の ion 化が極めて少数の分子に於て行われるという事実を指摘し、之は wave front が一様な球面波と考えては、解決出来ないから、既に Faraday にも萌芽の見える discrete な fibrous な構造を有つ力線に依て置き換えれば説明出来るであろうとした (Electricity and Matter, p. 62)

9) 桑木或雄博士 Einstein 伝 (改造社) 参照。

た。3月には光量子論に就て<sup>10)</sup>、5月にはBrown運動に就て<sup>11)</sup>、6月には相対性原理に就て<sup>12)</sup>、その何れの一つも不朽の歴史的意義を有つ独創的な論文を Annalen der Physik に送った。その光量子論を創唱したのは「光の発生と変脱に関する一つの発見法的見地に就て」と題する論である。

Einsteinはこの論文の中で、先ず気体其他の可秤的な物体の理論的表象と、真空中の電磁現象に関する Maxwell の理論との間には、原子的と連続的、有限個の量で状態が決定されることと、然らざることとの深刻な形式上の対立がある事を指摘した。従来、純光学的な現象では、連続的な空間函数を用いる光の波動論 (Undulationstheorie) が見事に確められて他説を以て代えることを許さなかったが、之等の光学的現象が何れも時間的平均値であって、瞬間値に関するものではないから、光と物質との交互作用即ち光の発生変脱の現象へ適用すれば、矛盾を生じないものでもない。

実際、黒体輻射、Photoluminescence、<sup>きん</sup> 董外線による陰極線の発生等の現象は、寧ろ‘光のエネルギーが不連続的に空間へ分布されて居る’という仮定、つまり一点から発した光のエネルギーは‘分割されず唯全体としてのみ吸収又は発生される有限個数のエネルギー量子 (Energiequantum) となって空間的に lokalisieren されて運動する’という仮定に依って、より優れた理解を得るものと思われる。かように、Einstein は極めて大胆な方法論的考察から出発している。

彼は、Planck が輻射を‘考える最も無秩序な過程’として Maxwell の理論から導いて彼の輻射論の基礎とした共鳴子の平均エネルギー  $E_\nu = \frac{c^2}{8\pi\nu^2}\rho_\nu$  は、実は Elementarquanta とは無関係なもので<sup>13)</sup>、若しこれにエネルギー等配分則を適用すれば、Rayleigh-Jeans の式に導く<sup>14)</sup>ので、経験と一致せず振動数の全範囲を取るとエネルギー密度は無限大となるという理論上の困難を含むから、エネルギー密度が大きくて長波長の場合にしか役に立たないことを指摘した。

次に輻射密度が小さく、波長の短い場合、即ち Wien の式の成立する範囲では、単色光はあたかも互に独立な Energiequanten から成立つという結論になること

10) Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt, Ann. d. Phys. 17, S. 132 (1905)

11) Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen, Ann. d. Phys. 17, S. 549 (1905)

12) Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Ann. d. Phys. 17, S. 549 (1905)

13) 実は例外的にのみ正しい。

14) 勿論 Einstein は此の式を Jeans とは独立に無名のままで導いている。

を示した。そこで之に依って、従来波動論では到底理解出来なかつた前記の諸現象を見事に説明することが出来た。その中でも光電効果に就て彼の導いた所謂 Einstein の公式は、Lenard や Stark の実験結果を利用して数値的評価も与えてあるが、後に Millikan 等の手で厳密に確かめられた<sup>15)</sup>。

この劃期的論文の意義を評価するに当って特に注目せねばならないのは Planck の場合には単に計算上本質的な仮定であつた Energieelement が、ここでは輻射式の演繹の過程から解放されて積極的に物理的意義を与えられ空間的に粒子化され、天馬空をゆくと言う様な縦横の応用を見出した点である。但し、Planck の普遍常数  $h$  があからさまには用いられていないが、これは Einstein が分子論的見方とのアナロジーに終始したためである。

続いて彼が発表した論文<sup>16)</sup>では、Planck の輻射論は Maxwell の理論と矛盾する一つの新しい仮説 光量子仮説 (Lichtquantenhypothese) を物理学へ導入したことになるという事を説明し立証する点に力が置かれているが、我々がその文章から、それまで Planck の演繹中に埋れていた光量子を Einstein が初めて注目し、生命の息を吹き込んだという感を抱くとしても、之は Einstein の自負誇張した書き方ではない。それ程当時の学界一般にはこの光量子は異常なものであつたのである。

Planck 自身、到底このような大胆な仮定には進めなかつたのであつて、1905–06 年の Berlin 大学の冬学期の講義といわれる有名な「熱輻射論」の第一版でも、古典家としての彼らしい非常に慎重な態度で書いている<sup>17)</sup>。即ち、輻射式の演繹では Energieelement を用いれば“より速かに容易に (schneller und bequemer)”目標に達すると云い、エネルギーと時間との積の次元を有つ新しい普遍常数  $h$  を、その次元から最小作用の原理に倣つて作用量子又は作用要素 (Wirkungsquantum oder Wirkungselement) と呼んだ。(これは相対論的不変量である点でも Energiequantum より基本的でなければならぬ)彼は‘この常数  $h$  が要素的振動過程に於て、発射中心で或る役割を演じていることは殆んど疑いが無いが、その電氣的方面からの基礎づけには、我々の従来<sup>ないし</sup>の理論は何等詳細な掘りどころを供しない’と述べているが、古典力学乃至電気力学と矛盾するものとまでは考えていなかったよう

15)  $\pi\varepsilon = \frac{R}{N}\beta\nu - p$

16) Ann. d. Phys. 20, S. 199 (1906) ここで Lichtquanten の語が初めてあらわれる。最初の論文では、Energiequanten, Lichtquantenenergiequanten と呼ばれている。

17) Planck, Wärmestrahlung 第一版, §.148–9, S. 152–154 (1906)

である。

従って Einstein の相対性理論の発表には、直ちに賛意を表して推賞し幾多の論文を発表した Planck ではあったが、却って光量子説にはひかえ目な態度で、其の後も数年間というもの余り立ち入った意見を発表していない。

Einstein が 1905 年に発表した他の二つの学説の中、相対性理論は余りにも有名である<sup>18)</sup>。彼が当時、理論物理学界の最大の難問たる、Michelson-Morley の実験と運動の相対性の矛盾に直面して、同時性の定義の物理的可能性を反省し、遂に Newton 以来何人も指を染めなかった空間、時間の大変革へと進んだこと今更詳説を要しない。しかし従来永久の真理と考えられてきたニュートン物理学の理論的基礎を震撼することに依って、他方に原子論に関する目覚ましい幾多の発見と相俟って、物理学の基礎変革の問題に広大な展望と、力強い刺戟を与えたことは形の上に現われぬ図り知れない影響があった。その方法論的態度に於て、20 年後の量子力学にも模範的な影響を及ぼしたし、特殊相対性理論の一つの結果として得られた質量とエネルギーとの関係も、原子物理学で重要な役割を演じるようになった。

Brown 運動の理論は、間もなく独立に発表された Smoluchowski の理論<sup>19)</sup>と共に、Perrin<sup>20)</sup> 其他の人々の手で検証され、それが分子の存在の決定的証拠となって一切の原子論の懐疑と非難とを一掃したことはこれまた周知の事実である。この理論は更に揺動の問題として量子論的応用をも有つのであった。

1909 年 Einstein は Zürich 大学の員外教授に招かれて冬学期から開講することとなったが、それに先立ち 9 月に Salzburg で開かれた第 81 回ドイツ自然科学者、医師大会に出席し、初めてドイツの多くの学者と顔を合せることになった。

この大会では相対性理論に対する論議が喧しかったが、Einstein の‘輻射の本質と構成に関する吾人の見解の発展に就て’<sup>ついで</sup>と題する講演は、その大胆にして高邁な識見を盛った内容に依て特に学者の注目を惹いたものであった。彼は、波動論を襲った実験的事実の急激なる嵐に依って‘理論物理学の来たるべき発展段階は、光の波動論と Emissionstheorie の融合の如く解せられる光の理論を齎すであろう’<sup>もたら</sup>と冒頭し、先ず相対性理論に就て絶対静止のエーテルの仮定が廃棄さるべきこと

18) しかし当時は新しい学説が学界にその価値を認められるのには今日より遥に多くの困難と戦い、長い時間の忍耐を要した。Einstein の 1905 年の大きな業績も、決して発表と同時に学界を驚嘆させるというようなものではなかった。

19) Bulltin de l'Académie des Sciences de Cracovie, p. 577 (1906)

20) Comptes Rendus 146, p. 967. 147, p. 475. 530, S. 594 (1908)

等を述べた後、相対論に依ると、光は発射する物体から吸収する物体へ慣性質量を伝達する点で光の粒子説 (Korpuskulartheorie) と特徴を一にすると指摘した。

彼の個人的意見乃至考究に依ると、光の発射の可逆性其他既述の諸問題は、要素的過程として、従来の波動論では不可解な点から見て‘Newton の Emissionstheorie がより多く真理を含蓄する’。光はあらゆる方向へ拡る球面波ではなく、‘放射線の発射の要素的過程は方向を有ち (Gerichtet)’、‘その発射、吸収は一定のエネルギーの量子に於てのみ行われる。この光量子仮説に依ってのみ上述の問題は解決されるであろう’<sup>21)</sup>。かように極めて影響するところ大きい予言的主張を行ったのである<sup>22)</sup>。

かくて Huygens-Maxwell-Lorentz の光の波動説に対する Newton-Einstein の粒子説という二大学説の物理学否全科学<sup>23)</sup>に曾てその例を見ない歴史的対立が復活することになった。

Einstein は既に 1905 年の論文で、空洞輻射のエネルギーの空間的分布の揺動 (Schwankung) を論じ、輻射密度の小さい (Wien の式が成立つ) 範囲では、その揺動が理想気体又は稀釈溶液の分子の空間分布の揺動と全く同形になることを示し、輻射はそのような場合には、相互に独立な多数のエネルギーの粒子の集まりと見られると述べた<sup>24)</sup>。

更に 1909 年には、空洞輻射の時間的な揺動を論じ、Planck の式を基としてそれが、Wien の分布式に相当する輻射を粒子と見做した場合の項と Rayleigh-Jeans の式に相当する古典的な波動と見た項の和として得られることを証明し、この式は後の波動場の量子論から得られる結果と一致するものであって、既に当時に於て、輻射の二元的性質を明らかにした<sup>25)</sup>。

21) Planck がこの講演を謝して後、空間中を粒子として伝播するということには、にわかに賛成出来ないと述べたのは彼の態度を示すものである。

22) Einstein, Phys. Zeitsch. 10. S. 185, S. 817 (1909)

23) 恐らくは天文学に於ける Ptolemy と Copernicus の天動 地動二大体系の対立は例外として。

24) 理想気体の体積  $v_0$  中にすべての分子  $n$  個が偶然のチャンスによって入った確率は  $(v/v_0)^n$  であるが、輻射についても Boltzmann のエントロピーと確率との関係を Wien の分布式に適用すると  $v_0$  中の全体のエネルギーが中に入る確率として上の  $n$  に相当するところに全体のエネルギーをエネルギー量子の値で除した数をおきかえた形が得られる。

25) Phys Zeitschr. Bd. 10, S. 185 (1909)

$v$  中にあるエネルギーを  $E$  とし、時間平均値を  $\bar{E}$  とすれば、 $\nu$  と  $\nu + \Delta\nu$  の間の振動数の単色輻射線エネルギーの時間的揺動の平均として

$$\overline{(E - \bar{E})^2} = \underbrace{h\nu E}_{\substack{\text{粒子的} \\ \text{Wien 式}}} + \underbrace{\frac{c^2}{8\pi\nu^2 \Delta\nu} \cdot \frac{\bar{E}^2}{V}}_{\substack{\text{波動的} \\ \text{Rayleigh-Jeans 式}}}$$

粒子-波動二元的

既に此の頃には量子論は漸く学界の注目を惹き、従来の統計力学、就中そのエネルギー等配分律の適用が経験と矛盾する諸問題へ適用されることになった。即ち固体比熱の問題は Einstein 自身によって先鞭をつけられ<sup>26)</sup>、P. Debye<sup>27)</sup>、M. Born、Th. v. Kármán<sup>28)</sup>が継続し、多原子分子の廻転の問題には Nernst<sup>29)</sup>が手を初めた<sup>こ</sup>が、之等の研究<sup>30)</sup>の結果は明かに旧理論の矛盾に対し、量子論の勝利を寿ぐものであった。唯金属内電子論では成功しなかったが<sup>31)</sup>、之は Fermi 統計が知られていなかったためである。別に J. Stark は早く、カナル線の kinetic Radiation の説明や、光化学反応へも量子論を応用したが<sup>32)</sup>、1914 年以後<sup>33)</sup>は量子論を棄て去り、独特の ion 説を唱え、長く新理論の排撃者となった。

之等の理論的研究が何れも殆んどドイツの学者（低温問題で少数のオランダの学者）に依て行われた事は注意すべきで、量子論は未だ国際的承認には達しなかったのである。

かように量子論は一步一步地歩を固めて行ったが、それにも拘わらず光量子仮説のような革命的な学説が幾多の難問に逢着したことは想像に難くない。従来、光の波動説が粒子説に対してその優先を証明した幾多の問題、干涉、廻折、屈折、分散のような現象を説明することは、光量子仮説に課せられた当然の使命であったが、少くとも当初は、統計的に解すべきものであろうという外は全く具体的な手懸りを捉み得なかったのである。非常に弱くて、個々の光量子が相互に交渉出来ないような微かな光でも、依然として干涉が起こる (G. I. Taylor) という事実は、単なる粒子としての光量子からはたとえ統計を援用しても不可解に見える。干涉を二個以上の光量子の相互作用に帰することはエネルギー保存則にも背反するであろう<sup>34)</sup>。そもそも光量子  $h\nu$  の  $\nu$  にしてからが波動論を離れては遂に物理的意義を失った一個の係数以上のものではない。

26) Einstein, Ann. d. Phys. **22**, S. 180, 800 (1907)

27) Deby, Ann. d. Phys. **39**, S. 789 (1912)

28) born-Kármán, Phys. Zeitschr. **14**, S. 15 (1913)

29) Nernst, Berl. Ber. S. 65 (1911)

30) 気体単原子分子の degeneration に関しては O. Sakur, Ann. d. Phys. **36**, S. 958 (1911)、所謂 chemical constant に就て、O. Stern, H. Tetrode(1913-) 等がある。

31) F. A. Lindemann, W. Wien の努力は空しかった。

32) J. Stark, Phys. Zeitschr. **8**, S. 913 (1907), **9**, S. 767 (1908), Ber. d. deutsch. Phys. Ges. **10**, S. 713 (1908), Phys. Zeitschr. **11**, S. 25 (1910)

33) J. Stark, Verhandl. d. deutsch. Phys. ges. **16**, S. 304 (1914), **18**, S. 42 (1916) 等。

34) cf. Dirac, Quantum Mechanics, 2nd ed. §3. 即ち当時は確率がある場所にある光量子の蓋然的個数ではなくて、一つの光量子の存否の確率であることが、明瞭に了解されていなかったのである。

そればかりではない。もしも輻射に粒子的構造を仮定するならば、Lorentz が指摘したように幾多の奇怪な矛盾さえ生ずる。

若し、輻射線の吸収が量子的に行われるとすれば、或るエネルギー量子の整数が吸収されるか、又は全然吸収されないかであって、その中間は許されない筈である。(Alles oder nichts!) しかし或る瞬間から物質に投射され始めた輻射が一定の量子に達しない中に終ることも可能と考えなければならない。しかし物質はどうして予め輻射が何時まで続くかを知り得よう。しかし之を知らずには吸収は出来ないことになる。Planck は具体的な例について一つの量子に相当する吸収が、 $\tau = 4, 200$  秒という長時間を要する場合を示している。そこで Planck はこの奇怪な矛盾を避けるために輻射論を修正し、エネルギーは発射の場合にのみ量子的不連続的で、吸収は連続的に任意量行われると仮定した<sup>35)</sup>。かくすれば、Maxwell の理論は真空中でも成立し得ることになるから、Planck が輻射式の導来の際、古典理論と量子を共に利用したことの矛盾は或程度まで解消するので、この立場から書かれた彼の熱輻射論は重要な進歩をしたものと見做す人もあった<sup>36)</sup>。Planck が 1923 年の熱輻射論第 5 版でも尚 Maxwell の理論の立場からの解決に希望を継いで居る<sup>37)</sup>のを見ても問題の深刻さが了解されよう。

光量子そのものの形状については、更に驚くべき矛盾が曝露された。人は漠然と光量子を狭い空間に限られた球状若しくは針状等の小粒子として想像するかも知れない。ところが次の事実を見よ。光の干渉は Kohärent な波に就てだけ考えられるが、別々の量子は Kohärent でないと考えられる。今 Lummer-Gehrcke の実験 (1903) から知れているように、干渉可能な光波が 200 万個以上も連続するという事実は一つの量子が 1 メートル以上もの長さを有つと見做す必要を生じる。次に、望遠鏡の対物レンズの両端を通った光が干渉出来るという事実を考えると、一つの光量子が少くも対物レンズ程度の大きさを有つと見なければならぬ。しかし、こんな大きな光量子がどうして我々の眼の瞳孔に入れるであろうか！ まことに absurd な結果である<sup>38)</sup>。

Credo quia absurdum. (それにも拘らず) Planck の折衷論に満足せずラヂカル

35) Verh. d. D. Phys. Ges. 13, S. 138 (1911); Berl. Ber. S. 723 (1911)

36) J. Valentiner, Die Grundlagen der Quantentheorie, 3te, Anfl. Sammlung Vieweg S. 16 (1920)

37) Wärmestrahlung, 5te Aufl. S. 192 (1923)

38) H. A. Lorentz, Phys. Zeitschr. 11, S. 349 (1910) 此の Lorentz の提出した Paradox は量子論の輝しい成功によって忘れられて了ったが、実は Bohr-Heisenberg の見方によってのみ解かるべき謎であった。

な Einstein の説に賛成する学者も現れて来た。

しかし、何と言っても基礎概念に潜む幾多の謎は、一般を承服し得ず、例えば、如何にして、古典理論を棄て去ることなく熱輻射の正しい法則を導くべきかの問題には当時の一流の学者も長い事努力を続けたのである。既に Lorentz(1903), J. H. Jeans(1905) 其他種々の方向からの研究の結果は何れも古典理論就中、エネルギー等配分律が Rayleigh の公式へ導くことを益々確めるに過ぎなかった。理論と実験結果との喰い違いを、実験が厳密に平衡でない系を取扱っているためではないかという疑いで避けようとした Jeans の苦しい迷路(1909)も益々精確にされていた実験の結果に背き望み少いものであった。エーテルを保存しようとする Rayleigh や Lorentz のような偉大な学者の苦心も、熱輻射の実験的事実の前には空しき骨折りに終った。

まことに理論物理学の危機であった。

こうした状勢の下に 1911 年の秋ベルギーの Bruxelles で開催された第 1 回のソルベー会議 (Conseil Solvay)<sup>39)</sup> は、量子論を国際的にした記念すべき会議であった<sup>40)</sup>。

会議はその後もそうであったように H. A. Lorentz を議長としてすすめられたが、招待を受けた Lord Rayleigh が一書を寄せて、自分は何等新しい解釈を見出したわけではないが、‘力学的法則は物体の極微部分には適用されないとする解決策には sympathisch たり得ない。……エネルギー量子の仮説を實在の正しい像と見做すことは自分には困難である’ といひ招待を辞したのは先ず古典論の一步退却であった。最初に起った Lorentz は古典力学の Hamilton の方程式から出発すれば Rayleigh 以外の輻射式に達す可能性はないと断言し、将来のすべての物理学の理論が古典力学の法則に従わねばならぬことはないが、Maxwell の理論を変更することは困難ではないかと見ている。Jeans も尚 Hamilton の方程式に依り乍らも輻射の機構にある仮定をして、経験と正しく合致する輻射式に望みを継いだ。しかし、実験物理学の報告は盡く決定的に量子論に有利であって古典理論はあらゆる

39) Solvay 会議というのはベルギーの応用化学者でソーダ製造の Solvay 法の発明で名高い Solvay が Nernst のすすめなどもあって、物理学の尖端的な諸問題をその問題に関する世界一流の学者のみを招待して非公開で講演討議せしめ斯学の発展に寄与せしめようとした企てで開かれたものであって、此時を最初として大戦の際を除き大体 3 年に 1 回の割合で開かれる新物理学の最も注目されている行事の一つであり、1939 年には初めて我国からも Meson 理論の創唱者たる湯川秀樹教授が招待されたのであるが、惜しいかな第二次大戦勃発のため中止となった。

40) Die theorie der Strahlung der Quanten, Verhandlungen der Konsil Solvay (30. Oktober bis 3. November 1911), herg. von. A. Eucken (Halle) 1914 による

努力にも<sup>かかわ</sup>拘らず、救い<sup>かた</sup>難く窮地に追い込まれるばかりであった。

Planck は、既述の Lorentz の Paradox 等も考慮して、量子説は採用せず真空中では輻射は Maxwell の式に従うとしたが、一般化された座標  $q$  とそれに応ずる運動量  $p$  が、確率の要素的領域で

$$\iint dpdq = h$$

という基本作用量子の仮説で相互に結び付けられて居ることを根本的なものとして提唱した。

Prag から出て来た Einstein は比熱問題を論じた。まことに Poincaré が言ったようにこの会議で論じられた新しい研究は力学の根本原理を疑わしくしたばかりではない。従来、自然法則一般の概念と全く混用されて来た一点をも動揺させる。即ち、我々は尚<sup>なほ</sup>その法則を微分方程式の形で表し得るか否かが問題である。他方 Poincaré が Planck の古典論と量子説との折衷を矛盾として批評したことは既に前にも触れた通りである<sup>41)</sup>。

Nernst の提案に基いて、Poincaré は質量が速度と共に変ることで或は古典理論を救えるかも知れぬという、はかない期待を以て Paris へ帰って計算したが、不連続なエネルギーの概念を用いずには正しい輻射式は得られぬ。 (“L’hypothèse des quanta est la seule qui conduire à la loi de Planck”) という結論に達した。

勿論<sup>もちろん</sup>、実験的に見出された法則は近似式以上のものではないから、Planck の法則と測定誤差の範囲内で一致<sup>しか</sup>し、而も連続説に立つ他の法則が可能ではあるまいかとの疑問も起るであろう。しかし之に対してもまた Poincaré の研究の結果は決定的な non! であった。

此の Poincaré の結果は、いたく理論家を動かし、従来反対をつづけて居た Jeans も自分の努力の空しかった事を認めるに至った。Bohr の原子論が発表された直後、1913 年 9 月、Birmingham で開催された British Association<sup>42)</sup> では、President として Sir Oliver Lodge が Continuity と題する長大な演説を試みて、古典論を擁護したが量子論の基礎は分子が或る最小限の刺戟に達するまでは振動を始めないことにあるとした。輻射に関する討論会では、Jeans は熱心な量子論への改宗者

41) 当時の状況からすると、Planck の理論の中には光の波動論と粒子論とが並存して居たのであるから、矛盾は当然のことである。この矛盾的対立は、現象そのものに客観性を有っていた。この矛盾は後の Bohr の相補性の概念、数学的には波動場の量子論で初めて合理的に止揚された。

42) Report of British Association, Birmingham (1913), p. 376 以下。Lodge のは巻頭にある。

として登場し、Poincaréの結果を強調して全面的に量子論を擁護せねばならぬとした。光の波動論とは如何に和協するかに就ては‘エーテルを全然廃棄し、相対性理論のそのような或る純粹に記述的な原理に頼ることであろう。宇宙の究極的解釈が運動学的記述的でなくて力学的であると期待すべき十分な理由は恐らく無いであろう’<sup>43)</sup>と、興味深い予言をした。

Lorentz が Jeans に大体賛成するといいつら<sup>な</sup>も、物質とエーテルの環 (link) になるものとして‘或種の vibrator’を用いようとした事や、J. Larmer, A. E. H. Love が古典論を救おうとして居るのは、如何にエーテルが深く理論家を捉えて居たかを知るに足るのである。

何れにせよ Jeans も後に述べたように、‘物質と温度平衡にある単位体積内の全輻射エネルギーが有限であって無限でない事’は、Newton 力学を crucial test に掛けたものであり、問題は程度の差では無く、有限か無限かの区別であって、その有限性は‘何等かの方法で究極的運動の不連続性を要求する<sup>43)</sup>’。そこで Planck の要素領域  $\iint dpdq = h$  が、‘一般化された空間内の系は互に他のものと区別出来ず、それは単一の状態を形成する’ことを意味するから‘一つの物理的系は有限個の劃然とした状態を取り得るのみであり、それはこれらの状態の一つから他の状態へ飛躍し、中間状態の連続的系列を経過しない。(Un système physique ne’est susceptible que d’un nombre fini d’états distincts; il saute d’un de ces états à l’autre sans passer par une série continue d’états intermediaires)’<sup>44)</sup>という Poincaré の結論が出て来る<sup>44)</sup>。Bohr への道は坦かにされた。

43) Jeans, Report on the quantum theory of radiation, pp. 1~2, 29. 之は Einstein の 1905 年の最後の論文でも指摘されたことである。

44) H. Poincaré, Dernières Pensées, p. 185 (1913) 晩年の思想 (岩波文庫) 174 頁。

## 第6章 実験の技術と Bohr 以前の原子物理学

“The history of scientific discovery is to a great extent the history of scientific instrument and alliances”

—A. Schuster, The progress of physics, p. 52.

我々の叙述は量子論の発展の論理的分析を主眼として居るので、前世紀末以来、実験物理学が物質の究極的構造に就て齎した多数の偉大な発見を一々詳細に数え上げることは勢い差控えなければならない。

しかし、今日の量子物理学を、その発展してゆく生命力の深みから根本的に把握しようとするならば、理論を基礎づけ検証する実験的技術や、殊に実験の手段を無視することは許されない。之はたとえ、全く抽象化された形に於てであるにせよ、観測の理論が量子力学の基礎に深く喰い入って、理論と実験との相互関係が、未だ嘗てないまでに注目されている折柄、特に肝要なこととなった。

そこで、より適当な分析は後章の適当な個所に譲るとしても、極めて簡略で表面的にはあるが、原子的現象に關聯した諸発見に關しても二、三の挿話を述べることにする。

現代の原子物理学の実験室を初めて訪れるものは威嚇的な高電圧装置に目を見張ると共に、硝子細工の真空装置やそのポンプの鈍い響にも気が付くことである。高電圧装置に就てはずっと後に述べることにする。真空技術や真空管は、まことに物質の構造に關する実験的探究には、その出発点から重要な役割を演じて来たと言えよう<sup>1)</sup>。

既に Galilei は落体の法則を導くに當って、それを空気の抵抗を除外した理想的条件の下で実現される法則であるとして証明しなければならなかった。彼の対話篇では Galilei の代弁者 Salviati は此の問題を論敵たるスコラ学者 Simplicius に納得させるために幾度か多くの言葉を尽して居る。

かように古典力学でも、真空中の現象は、一般的に言って、擾乱を取除いて出来得る限り簡単ないわば純粹な条件の下で現象の経過を見、法則を見出そうという自然科学の基本的な理想化の手段であった。しかし、古典力学が扱った粗視的

1) G. W. C. Kaye の名著 High Vacua (1927); S. Dushman, Die Grundlagen der Hochvakuumtechnik (1922), F. H. Newman, The production and measurement of low pressures (1925) は何れも真空技術の原子物理学への寄与を説いている。

な物体の運動は存在する気体によって比較的僅かに修正されるだけであつたから、思考実験によって、乃至は高々気体の密度を減少させることによって、現象の経過の理想化される方向を見定めて単に思考の上で、連続的な極限移行によって、抵抗の皆無の場合に達すれば良いのであつた。従つて古典物理学は真空に特殊の興味を抱かなかつた<sup>2)</sup>。

原子的現象に於ける真空の意義は之とは比較にならない程大きい。ここでは現象は存在する気体によって歪められるばかりでなく、複雑化され、平均化され、或は生起しなくなり、その輪廓すら捕捉し難く日常茶飯の経験の中に埋没されてしまったことが大部分である。真空度が現実的に高められ、或限度に達すると、思考実験で理想化するには余りにも異質的な予期されない現象が突如として現われる。或いは、残留気体のために惹起された種々の擾乱的な副次的現象が研究者を欺き、<sup>あやま</sup>謬った結論へと導いて行く。Lenard が純粹研究 (Rine Versuche) を強調したのは、主として不完全な真空が不純な條件を構成した例に就てである<sup>3)</sup>。まことに‘純粹な科学的発見と技術の進歩の交互作用には高温真空管の発見史にまさる好例はあるまい’。

Davy が真空放電の際に硝子壁が緑色に蛍光するのを認め (1821)、その弟子 Faraday が今日彼の名で呼ばれて居る陰極と陽極蛍光との間の暗い部分に注目した (1838) のは既に 19 世紀前半のことであつた。

各種の科学器械の製作に優れ、硝子細工の名人であつた H. Geissler (1815-79) が、彼の真空ポンプで有名な真空管を作つた (1854) のは、Bonn の大学で以前には解析幾何学者として令名あり、当時は既に実験物理に転向して居た Julius Plücker (1801-1868) に見出され、その指導に依るものと云われる。

Plücker という人は手先が器用ではなかつたが、実験に必要なものをよく見通して、他人にそれを実行させることに優れた能力を有つて居た、と彼の優秀な弟子 Hittorf は伝えて居る。例えば、彼の磁気的研究に大いに役立った大電磁石は Sayner Hütte から手に入れ、器械は彼の以前の学生であつた技術者 Fessel に作らせ、彼のスペクトル研究は Geissler のポンプと放電管製作によって可能となつたものである。

2) S. Dushman 前掲書。

3) P. Lenard は彼の Nobel 講演に説明をつけた Über die Kathodenstrahlen の第 2 版で、この点を強調し、多数の研究者の実験に、この‘純粹性’の欠けて居たことを指摘した。

Plücker は既に Kirchhoff-Bunsen に先立ち、スペクトル線はそれを発する元素に特有のもので化学分析に役立つと述べたし、水素のスペクトラムの三つの線を最初に発見したのも彼であったといわれる。

真空放電の際、蛍光が磁石に依って場所を転じることを発見し、陰極から或る線が発射されることを最初に認めたのは、この Plücker であった (1858)<sup>4)</sup>。

しかし、‘陰極線’研究が本格的になったのは弟子の J. W. Hittorf(1824–1914) からで、彼は、この線が陰極から略々垂直に発せられ直進すること、磁力による屈曲や、障害物によって吸収される事などを発見したが、彼の発表は総合された形でなかったため、余り世に認められなかった<sup>5)</sup>。彼は‘陰極線には静電的、動電的性質が全くないか、有っても極く僅かである’<sup>あやま</sup>という謬った結論も出したが、之は彼が高度の真空を得られなかったためである。Hittorf は良い実験装置が得られず、多大の努力をその配慮に費したといわれる。

之に対して William Crooks(1832–1919) は‘より幸福なる国の子’であった。彼は放射圧を実証する radiometer の考案と関聯して、受光器中の残留気体に苦しめられ、従来全く空気の痕跡がないと信じられて居た所謂‘chemical vacua’<sup>いわゆる</sup>も極めて不完全な真空に過ぎないことを認識したが、之はその後の実験に決定的であった。即ち彼は Sprengel のポンプに著しい改良を加え (1865) 遂に Licht mühle(1876) に成功したが、此の真空管が動機となって陰極線の研究にすすみ、1874 年 Sheffield での講演‘放射する物質或いは第四状態’ (1879 年出版<sup>6)</sup>) では各種の極めて生彩ある実験で陰極線の性質を示し、その本質は粒子的であるとして、ここにこそ‘全世界の物理的基礎をなす細微不可分の粒子、根本原子がある’、‘まさしく我々は物質と力とが相互に移行するかに見える限界、既知と未知との間の影の国に触れ’、‘未来の最大の科学的問題はこの限界にその解決を見出し、そればかりか、ここにこそ究極の实在が存する’<sup>わた</sup>という調子の高いものであったから、之以来、陰極線は広く一般にも知れ亘った<sup>7)</sup>。

4) Pogg. Ann. 105, S. 70 (1858); 107, S. 110 (1859) 其他。

5) Über die Elktrizitätsleitung der Gase, Pogg. Ann. 136, S. 1; 197 (1869) Lenard は前述の Nobel 講演の第二版に‘Hittorf’<sup>と題する付録を加え彼の功績を讃え、歴史を正すと称して居る。しかし、あまりにも固執主義的な書き方と彼の限界の狭さは、独特の偏見で見るところが多く、文献の渉獵も不完全である。Hittorf の研究は 20 年にもわたって居る。</sup>

6) 彼はこの Strahlen を物質の第四の Aggregatzustand と見、ここに於て物質と力とが相互に fließen する Grenzland に達したと考えた。

7) Phil. Trans. p. 135, pp. 587, 661 (1879) 単行本としても版を重ねた。之の講演の理論的 Speculation は精神的で殆んど魔力を有するかの如く、当時の若い generation に働きかけ、Lenard も之から彼の研究を定めた<sup>と告白し、Tesla は学生時代一度読んだ上で、その一々を少しも忘れられなかったという。しかし、科学的には Hittorf の研究を(勿論知らずに)繰返したものが多かったのである。Crooks の研究には Maxwell も助言したといわれ、Stokes との往復書簡</sup>

もっとも粒子性を認めたのは Varley(1871) が最初といわれ、‘陰極線 (Kathodenstrahlen)’ の名は Goldstein(1876) から出た。彼は電場による屈曲を発見している。

Maxwell の炯眼は既に 1870 年代の初めに、この真空放電を極めて必要なものと認め、‘之がよく理解されるならば、電気の性質や気体や空間に瀰漫する媒質の性質に偉大な光明を投ずるであろう’<sup>8)</sup> と言い、学者の研究を称揚したが<sup>8)</sup>、一方で電気分解に關聯して ‘molecule of electricity’ を仮定すれば、たとえそれが彼の研究の他の部分と調和を缺くにせよ、当面の困難に打克つことが出来ると述べて電子論に先鞭をつけた<sup>9)</sup>。

この後 Johnstone Stoney は Belfast の British Association で “On the physical units of Nature” という論文を朗読したが、‘electron’ という言葉はここで初めて用いられたのである。しかし之は今日の electron という物質粒子の意味ではなく、電荷の究極的単位を意味するものであって、この用語法は 20 世紀の初めにも、J. J. Thomson, Rutherford 等に用いられて居る。Stoney は C. G. S 単位に代るものとして、この単位電荷、万有引力常数、光速から成る自然単位を提唱して居る<sup>10)</sup>。この論文が公刊されたのはずっと後の 1881 年であったが、この年には Helmholtz が Royal Institute で行った有名な Faraday lecture で、化学的原素の原子を仮定するならば、電気にも亦電気の atoms のような態様を示す正負の一定の基本量 (in bestimmte elementare quate) に分割されると述べた<sup>11)</sup>のである。

Hertz が彼の仕上げした古典理論を自ら打破する結果となった最後の実験、陰極線の金属薄片透過に就ては、前にも触れた<sup>12)</sup>。しかし、Hertz は金属薄片を通過した陰極線が拡散されることや、特に、放電管内に設けた蓄電器の電場で屈曲されなかったことから、陰極線の本質をエーテル内の現象と考えた<sup>13)</sup>。電氣的粒子ならば静電場で屈曲されなければならない筈であったが、此の場合にも真空が充分高度でなかったので、陰極線が残留気体を電離して導体にしてしまった為で

(Scientific correspondence of Sir George Storkes) も重要文献だそうである。

8) J. C. Maxwell, A Treatise on electricity and magnetism (1873) 現在の版では p. 60–61

9) ibid. p. 380 もっとも彼は直ぐ 1 頁程後で、この考えは extremely improbable で将来更に確実な事がわかるであろうとして、当時の学問の動揺を示している。

10) Proc. Dublin. Phil. Soc.

11) Vorträge und Reden, Bd. II, S. 272

12) Hertz が彼によって完成せしめられた Maxwell の論理を超え、力線の伝播から力線の源泉の問題へ眼を転じ、陰極線研究の実り豊かな未来性を認め、陰極線の金属薄片透過を検べようとしたのは、彼の最後の実験であった (1891)。彼が遺したこの研究は、やがて彼がその最後の仕上げに力を尽した古典物理学の世界像を無力にし、次の世代を新建設に向かわしめる一つの動機たるべき運命を持って居た。まさに皮肉ともいふべくあまりにも冷徹なる Dramatische Dialektik である。

13) Wied. Ann. 19, S. 782 (1883), Ges. Werke I, S. 242; Wied. Ann. 45, S. 28 (1892) 彼の師 Helmholtz も同様にエーテル内の縦波ではないかと考えた。Hertz の Ges. Werke I の序文 S. XXV。

あることは後に判明した。

Hertz の電場も充分強くはなく、此の当時の高圧電源には皆苦心したものである。即ち当時は高電圧を得るには Induction によるか、Töpler の起電機か、乃至は最も安定した蓄電池によるかであって、今日から見ると隔世の観がある。

Lenard は以前から陰極線の研究をして居たが、やはりポンプには苦しみ、Aachen に彼がポンプを残して転任した後へ Reichsanstalt から W. Wien が来て、偶然にも Lenard と同じ題目の研究に大いに役立てたものといわれている。一時 Lenard は Bonn 大学で Hertz の助手となって居たが、陰極線を放電管の外に取り出して研究しようとし、Hertz が得た製本用の金属箔は余り薄すぎるので、その生産の中間行程には丁度適当な厚さのものがあると考え、態々 Nürnberg へ旅して裏街を探して漸くそれを見付けたという。この金属片の窓から遂に陰極線を取り出し、それが所謂 Lenard ray と呼ばれ、依然として荷電を有するところからその本質を分子の ion とは考え得ないという年来の宿題を解決した<sup>14)</sup>。

J. J. Thomson もやはり陰極線を静電場で屈曲させようとしたが初めは出来なかった。ところが彼が真空を十分に高めたところ、急に蓄電器を充電して、屈曲が見られ徐々に元へ戻った。彼は之を陰極線が気体を電離するものと説明し、Hertz の不成功も之で明らかになった。Thomson は磁場及び静電場に依る屈曲を結合した方法で荷電と質量の比  $e/m$  の測定に成功し、彼自身や他の Cavendish Laboratory の人々の手で測定された荷電の値と併せて、ここに初めて電子の存在が確証された<sup>15)</sup>。Wien, Lenard も略同じ頃、静電場による屈曲に成功した。

このように陰極線の研究は、実験の技術、装置に併行して発展し、その歴史は極めて教訓的である<sup>16)</sup>。

高度真空の要求は、陽極から出る陽 ion の線、Goldstein が陰極に孔即ち Kanal を作って、これを通過させて発見した Kanal 線の場合 (1886) にも勿論同様である。これが陽電気を有することは W. Wien が実験で証明した (1897)。次いで J. J. Thomson や其他 Cavendish 研究所の人達、就中、Aston 等がこの陽電気を帯びた ion の質量を測定して、元素の質量分析にすすみ、原子構造論、同位元素の問

14) Wied. Ann. 51, S. 225, 52, S. 23 (1894) Lenard は Nobel 講演では、通常電子といわれるものを電子そのものの Quanta と呼び、物質粒子と見ず之に対して光量子は Kohärent なエーテル波列として居る。Hertz の意見が余程影響して居るのであろうが、真に師に忠実とは言われまい。

15) 'Cathode Rays', Phil. Mag. 44, p. 298 (1897) 前触れは Electrician, 21, May (1897)

16) 一般に陰極線については、初期の文献として、上記 Lenard の Nobel 講演第二版の外、A. Schuster の講演、G. C. Schmidt, Die Kathodenstrahlen, 2te Aufl. (1909) を参照。

題に大飛躍したのは人も知るところであろう。

之より先き，オランダの物理学者 H. A. Lorentz(1853–1928) は，彼の有名な電子論の研究<sup>17)</sup>(1895) の中で展開した理論に基き，翌年 Zeeman が発見した磁場によるスペクトル線の分裂，所謂 Zeeman 効果<sup>いわゆる</sup>を説明することが出来た。ところが上述 J. J. Thomson の研究でも，この Lorentz の場合でも今日の意味に於ける電子は‘ion’と呼ばれて居て，それが Elektron といわれたのは，同じく電子論を光学的現象や金属の問題に適用した Drude によってである<sup>18)</sup>。

Lorentz による Zeeman 効果の説明は，Zeeman が偶然にも最初に認めた所謂‘正常 Zeeman 効果’の場合にだけ有効で，続いて発見され，説明が出来なかった‘異常 Zeeman 効果’には波数の移動  $\Delta\nu$  の式に，量子論の効果が潜在的で作用量子  $h$  が出来来ないために，全く偶然的に説明出来たことは後に判明した。

Hertz-Lenard の陰極線の実験を繰返そうとした W. C. Röntgen(1845–1923) は 1895 年の末，放電管の近くに放置された写真フィルムの曇りにヒントを得て新しい放射線を発見した。この発見は，彼が極めて高度に排気した管を用いて居たこと，肉眼で見られない，透過力の強い線は，もはや学者には想像され得たことから見て，単に「偶然」とはいわれない。Röntgen が曇ったフィルムを，悪い品と見なかったのには，こうした理由があったのである。ここで我々は既に分光学等に利用されて居た写真の科学的役割が一段と光彩を添えたことも見逃せない。X 線という名は，この放射線が当時の学界に捲き起した好奇の感情とその謎めいた本性をよく表現して居る。学界ばかりでなく，X 線とラヂウムは世紀の転回期に於て通俗科学の寵児でもあった<sup>19)</sup>。しかし，この X 線<sup>も</sup>が発見された当時には，この実験に必要な良い真空を得る設備を有つ研究所は幾らも無かったといわれ，この研究の pioneer は Töpler とか Sprengel のポンプを用いたと聞いただけで，その不便が俤ばれるのである。しかし，この X 線が間もなく医学に，暫く後に工学<sup>しばらく</sup>に応用され，熱陰極管たる Coolidge 管が広く用いられるに及んで，之は最高度の真空を要求し，益々真空技術の発展を促進することになった。上述の J. J. Thomson の電子の発見，光量子説の動機となった光電効果，或いは又同位元素の分離，電離のエネルギーの決定等々にも高度真空が要求され，此の研究が，タングステン

17) Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern, Leiden (1895)

18) Prog. Amsterdam. Bd. 5, S. 181, 242 (1896) Lorentz の説明を伴っては Phil. Mag. vol. 43, p. 226 (1897)

19) X 線発見の歴史は O. Glasser & M. Boveri, ‘Wilhelm Conrad Röntgen and the early history of the Roentgen Rays’(1934) が優れているといわれるが，繙読の機を得ない。

電球や、無線電信、電話の発振、受信管、X線管、整流管等の工業的生産を背景として Gaede (ドイツ, 1878–1945), Langmuir (1881–1957), Dushman (共にアメリカの General Electric Company が有する一流の学者である), Knudsen (オランダ), Dewar, N. R. Cambell (イギリス, 彼も亦異色ある科学論で知られている) 等の努力によって長足の進歩を遂げたのである。

かようにして、都市照明用の炭素線電球や、軍事上極めて重要な無線電信用の発振管の製作によって工業的に拍車を掛けられた真空技術の進歩が、真空放電やX線研究、電子の存在、陽極線分析、同位元素の探究等に大きな意義を有った事は周知の事実である。X線用の Coolidge 管の如きは、甚だ高度の真空を得る技術の完成を俟って初めて製作されるに至った。誠に工業的發展と純粹科学の発見の緊密なる作用を示すに真空技術の如きは最も好き例と言えるであろう。

しかるに発見の偶然は尚続いた。

陰極線研究から‘偶然’にもX線が発見されたように、X線は又も大発見の機縁となった。我々はここでも亦‘写真’が重要な発見者の役を演じて居ることを見る。Henri Becquerel(1852–1908)は親譲りの研究として fluorescence や phosphorescence の現象に通暁し、多数の蛍光を発する物質を所有して居たが、H. Poincaré がX線の励起を此種の現象に歸し得るのではあるまいかと暗示したのに従い、それを実験的に検証しようと試みたが成功しなかった。ところがこの際 Uranium 塩類が黒い紙で被覆した写真乾板へ作用することを発見し、最初は日光が Uranium を励起したもので、正しく彼の予想通りだと考えたが、日光とは関係がないことが判明し、遂に予想しなかった‘radioactive’な物質が Uranium のすべての化合物に存在することを発見したのである。之から Curie 夫妻の radium 発見、Rutherford-Soddy の原子崩壊説が発展したことは余りにも有名である。こうして、かの Mendelejeff(1834–1907)、L. Meyer(1830–1895)の元素の週期律表に見られる原子群の構成の秘密はここに解決の端緒を得、それと共に原子そのものの構造にも研究の緒口が得られることになった。

ところが、原子の不変性という機械的な観点、atom の字義に捉われた旧式な学者は原子崩壊説に直面して可成り思想的に混乱を生じ、それが種々雑多の誇張や歪曲を伴って、前世紀後半以来通俗化されて居た唯物論の‘克服’に利用されたりして、甚しきは心靈主義まで持出されるに至ったのは、20世紀初頭の注目すべき

事実であった。

而も一方には、Einstein、M. Smoluchowski の Brown 運動の理論が J. Perrin、Th. Svedberg 等によって実験的に証明され、分子原子の実存が疑い難くなり、更に後の X 線による結晶体の Laue 斑点等から、最早や物質の原子的構造は問題でなく原子そのものの構造の理論が熱心に研究されることになって来た。

## 第7章 Bohrの原子構造論への理論的道程

しかし、我々は本来の意味での原子構造論の発展に立ち入る前に、19世紀の末年から今世紀の初頭にかけて理論物理学界に重大な役割を演じた Lorentz の電子論に触れないわけには行かない。これは古典物理学を新しい世紀の物理学へ媒介する役割を果たしたからである。

Hendrik Antoon Lorentz(1835–1928) は、若年にして Maxwell の電磁論の研究者として知られたが 1892–95 年、電子論の提唱に依り<sup>1)</sup>、当時の理論的研究に新生面を開拓することになった。

彼は物質の光学的電氣的現象を帯電微粒子 彼自身や J. J. Thomson らが初めは Ion と呼び、後に Drude に依って Electron と名づけられた に依って基礎づけようと試みたがこの Lorentz のイデーを広く学界に承認せしめたのは Zeeman 効果の理論的解明であった。

その頃、K. Onnes の研究所に居た P. Zeeman(1865–1943) は先ず食塩の D 線に就て、この光源が充分強い磁場に置かれる場合には磁場の方向により、線が二重或いは三重項に分岐することを発見した。(1896) この事実は実は既に前年に発表されて居た Lorentz の電子論中の一つの帰結、磁場内で調和的に振動する電子の理論から期待せられるところに外ならなかった。これは従来、理論的に手を初められなかった線スペクトルが電子の振動に由来することを最初に確証したものとして重大な意義がある。そののみか、Lorentz は更にこの線が円偏光をなすことを理論的に注意して見事実証され、この振動する電子の荷電が負であることが確められ、また分岐した線の間隔から推論される電子の比電荷が陰極線の電子から得られたものと同程度であることが間もなく明らかとなるに及んでは、これが学界に注目を惹き、電子論の将来に大きな期待を抱かしめたのは当然であった。

そこで Lorentz 自身や P. Drude 其他の人々は電子論を金属に適用して、その電氣的性質を説明しようと試みた。即ち、金属の内部に自由に飛動する多数の電子、所謂 electron gas を想定して電気伝導度、熱伝導度を計算して、その比は経験的に見出された Wiedemann-Franz の法則と略々一致する結果を得た。接触電位差や、光の分散、物質の磁性の説明にも適用されて、有望に思われた。他方 Lorentz

1) Arch. Neerl. 25, S. 363 (1892), Versuch einer Theorie der electr. u. opt. Erscheinungen in bewegten Körpern (1895) 総合的成果は Theory of Electrons (1907) に見られる。

は之等の電子を以て、物質内部の電磁場の方程式を導き出し、殊に運動物体に対しては Hertz が成功しなかった実験的事実に適合する結果に到達し、これから発生した諸問題が後に Einstein に理論的手懸りを与え、遂に相対性理論に深化されたことは周知の通りである。斯くして、この Lorentz の電子論が實在の深みに触れる何物かが認められなければならなかった。

それにも拘らず、この電子論が重大な点に於て致命的な缺陷を含むことも研究の進展と共に次第に明らかとなつて来た。即ち、最初は電子論に輝しい証明を与えたかに見えた所謂‘正常’効果は極めて簡単な構造を有する線に就てのみ見出される現象であり、Zeeman が最初にそれを発見したのは偶然であり、之よりも遥かに複雑な‘異常’Zeeman 効果の方が却って屢々起るものであることが明かとなったが、この後者に対しては、Lorentz のあらゆる努力にも拘らず、彼の理論を遂行することは全く徒勞であった。(これは‘正常’Zeeman 効果の場合には波数の変移  $\Delta\nu$  の式に作用量子  $h$  が現われず量子論的效果が潜在的であるために、偶然 Lorentz の簡単な理論が成功したことが後に判明した。)更にこの‘古典的’電子論は、固体の原子熱に関する Dulong-Petit の法則と調和し難く、黒体輻射に応用しても Rayleigh-Jeans の式が出て来て、実験と一致しないが、これらはエネルギー均等配分則適用の結果である。

以上のような缺陷にも拘らず、Lorentz の電子論は、一方に於て古典電磁力学を相対性理論へ、他方に於て、電子振動に依つてスペクトル線を基礎づける意味に於て原子構造論への重要な捨石となることにより、歴史的意義を持つものである<sup>2)</sup>。これはまた Solvey 会議の議長等に依り、新旧物理学者を常に調停して学界の世話をした Lorentz その人の公生涯が果たした役割であった。

原子的過程の知識が深まるにつれて、原子の構造についても次第に科学的な理論が芽生えて来た。

英国物理学界の長老 Lord Kelvin が、嘗て Helmholtz の研究と、古い Descartes の渦動宇宙論とからヒントを獲てエーテルの渦動原子のモデルを提唱したのは有名なことであるが、彼は 1901 年 Bossha 教授の祝賀論文集に‘Aepinus atomized’という論文を寄せた。Aepinus(1724–1802) は電気の一流体説を唱えた人で<sup>3)</sup>、そ

2) 直ぐ後に述べる如く、Bohr が Lorentz の電子論の立場から、金属内電子を取扱つて遂に成功しなかった(1911 年)ことが彼の古典的電子論の立場を脱却せしめる一つの動機ともなったであろう。

3) Ulrich Theodor Aepinus, Tentamen theoriae electricitatis et magnetismi, Rostock (1759) p. 36 にありという。

れに依れば，可秤物質の原子の中で electric fluid と呼ばれるものが，或る自然量 (a natural quantum) を超えたときには正に帯電し，不足の場合には負に帯電する<sup>4)</sup>。Kelvin は，この Aepinus の流体を取り上げ，それは electrion (electr-ion) と呼ばれる極めて微小な，可秤物質の原子よりも遥かに微小な等しい相似の原子から成り，正に帯電した球の内部に数個の負の electrion が入って居るとした<sup>5)</sup>。

今世紀の初頭，有名であった J. J. Thomson の原子模型は，この Kelvin の Aepinus 原子の考えを精密化したものであった。Thomson は 1903 年アメリカの Yale 大学へ招かれて行った Silliman Lecture ‘Electricity and Matter’ の中で，原子の大きさの程度の陽電気の球の内部に存する陰電子の運動エネルギー<sup>6)</sup>が余り大きくなく，その陰電子が多数で，球中心に対して適当な環状で配列して居れば，その円運動によって生じる電気エネルギーの輻射は，従ってまた corpuscular cooling は無視し得る位僅かとなり，所謂，原子の安定が保証されることを暗示し，翌 1904 年の Philosophical Magazine にはその詳細な計算を発表している<sup>7)</sup>。

この J. J. Thomson の原子模型は，原子の不安定を意識的に避け，苟も總ての科学的原子模型に要求される sharp な本質的に単色な“スペクトル線”を電気振動の結果として古典的理論で導いた点に特色がある。これは，大いさの点でも一定の規準があり，殊に電子が平均の位置から変位すると，それに比例する力で元へ引き戻される点は，P. Drude や H. A. Lorentz 等が理論光学の電子論的基礎づけに仮定したものと同等であるので，分散，吸収の理論及び Zeeman 効果の説明に役立つので学界に賛成者を見出した。

しかし，スペクトラムの規則性という点では，簡単な水素の Balmer 系列さえ説明出来ないのは何といても缺陷であり，陽電気の球が如何にして相互に反撥して破裂してしまわな<sup>8)</sup>いかも全く不明という外はなかった<sup>8)</sup>。

我が国物理学界の先覚，長岡半太郎博士が，原子模型を提出し，世界学界の注目を惹いたのも丁度 J. J. Thomson と同じ頃であった。我が国は日清戦争以後，産

4) I. Larmor は正負の電子は互に他の mirror image であるとした (1894) Trans. Roy. Soc. 185, p. 821 (1864); Ether and matter (1900). この Larmor の後を襲って Cambridge の Lucasian Professor になったのが電子の空孔理論を提出した Dirac である。

5) Phil. Mag. 3, p. 257 (1902) をも参照

6) Thomson は之を corpuscular temperature という概念を作って molecular temperature に対照させて居るが，後の原子核の取扱いで Bohr が同様の概念を用いたのは，学者の記憶に新たなところであろう。

7) Nature, vol. 67, p. 601 (1903)

8) J. J. Thomson, Corpuscular theory of matter (1907), この模索時代の原子模型や電子に関する初期の論文は Oliver Lodge, Electrons (1907) が興味がある。尚 O. W. Richardson, The electron theory of Matter (1914) Chap. XX. 特に XXI には其後の Bohr 以前の原子構造論の紹介がある。

業の発達目覚ましいものがあり、電気事業も徐々に勃興し、就中明治30年代に入つては、海軍を中心とする無線電信の研究等が行われ始めた。こうした時代に何らかの影響を受けたか、否か、長岡教授は夙に Faraday, Maxwell の研究に親炙し、電磁気学には特に秀で、ニッケルの磁歪 magnetostriktion の問題や少し後の coil の自己及び相互感応の係数の計算で、当時の若い我物理学界にあって、欧米に認めしむるに足る独創的業績を生みつつあった<sup>9)</sup>。

日露の風雲も急な明治36年12月5日(1903)東京数学物理学会の常会に於て、長岡教授は‘すべくとる線ト放射能ヲ表示スベキ原子内分子ノ運動’に就ての理論を発表した<sup>10)</sup>。これに依れば、原子の理論では、スペクトル線の規則性が問題であり、之には Balmer 其他に依つて与えられた公式に適合するような振動を起すような系を見出さねばならぬ。そこで、Lodge が彼の ‘Electron’ 講義の中で、Maxwell の saturnian system へ注意を促したのを取上げ、原子の模型として、中心に質量の大きな正電気を有する粒子があり、周囲には Maxwell が相互に牽引する粒子を置いたのに対して、相互に反撥する各々等しい質量を有った小粒子を置き換え、そこで中心の牽引力さえ大きければ、小さい擾乱に対しては、かような系が安定であることを計算によって証明しようと試みた。その壮なる意気は論文の行間に溢れ、当時の我学界に与えた衝動は察するに難くない。この計算は間もなく Schott が指摘したように缺陷があったが、その間の論争に依つて学界に投じた一石は決して無益ではなく、H. Poincaré がその著書で幾度か長岡博士の原子模型に言及したのは人も知るところである<sup>11)</sup>。

放射線に関する実験の進捗に伴い、J. J. Thomson は彼の原子模型による  $\alpha$  乃至  $\beta$  線の擾乱を理論的に導いたが、Geiger-Marsden が  $\alpha$  粒子が薄い金属箔を通過する際、 $90^\circ$  を超えるような大きな屈曲をする事実を観測した事は<sup>12)</sup>、Thomson の

9) 1900年のパリーの国際物理学会にはこの磁歪を報告している。

10) Motion of Particles in an Ideal Atom illustrating the Line and Band Spectra and the phenomena of Radioactivity, Proc. Tōkyō Math-Phys. Soc. (2), vol. 2, p. 92 (1903-4) この表題の遅しさを見よ。Phil. Mag. vol. 7, p. 445 (1903) の論文も同じ内容である。Abstract は Nature, vol. 69, p. 392 (1904), 続いて Proc. Tōkyō Math-Phys. Soc. に数篇のこれに関する論文が掲載されて居る。

11) La valeur de la science, p. 206 邦訳岩波文庫版, p. 150, 及 Dernières peneées.

12) Proc. Roy. Soc. 82, p. 475, (1909) Rutherford による Thomson の模型と比較は Camb. Phil. Soc. 15 part 5 (1910) にありという。既に1903年 Lenard は彼の陰極線の吸収にする研究から、原子の質量は殆んど極めて小さい中心部に集り、そのみが不可透入的で力の中心となるので Dynamiden と呼んだ。各原子中の Denamiden の数は原子量に比例する。これは Rutherford のと非常に似ているが、ただ、原子番号2の原子には二個の Dynamiden が離れて存在するとしたのは缺陷であった。Ann. d. Phys. 12. S. 714 (1903). 尚 Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, S. 13 (1924) 参照。

理論と直接に矛盾する。

そこで Rutherford は Thomson の模型を排し、原子の質量の大部分を極めて小さな空間に凝結した陽電気の核を有つ、遊星系型の model の必然性を主張するに至った<sup>13)</sup>。核の荷電  $E = Ze$  の  $e$  は正の基本荷電、 $Z$  は van den Broek の仮説によれば、元素の原子位数 (atomic number) を表す数に外ならない。この核を中心とし、その coulomb 力の作用を受けつつ、負荷電の電子が周囲を運動する。この点、長岡博士の模型と同様であり、Rutherford は長岡教授がこのモデルの安定を証明したのは興味ある事だとして、自説の支持に援用している<sup>14)</sup>。

‘原子の不安定’とここで言われて居るのは、古典電気力学に依ると、例えば遊星運動をする電子の様に加速度運動をする荷電物体はエネルギーを輻射し、極めて短時間の間に全運動エネルギーを失ってしまったので、周回する電子は中心の核の中へ陥入って、元素が一定の化学的性質を保持する事実とすら矛盾するのである。

物質のスペクトル線を、その電氣的構成部分の振動に帰することが古典電気力学から見て更に重大な難点を伴うことは、既に古く Maxwell や Lord Kelvin にさえも一応は感得されて居たことである。即ちスペクトル線が原子の別々の振動を現すとすれば、エネルギー等配分律によって各々は  $RT$  のエネルギーに相当し、 $n$  個の線を有つものは  $nRT$  となる筈であるが、事實は、例えば水銀は  $\frac{3}{2}RT$  であり、全く原子の並進運動のエネルギーで説明されるものしかない。之等の理由から、Lorentz はエネルギー等配分律には終生反対した位であった。一方、多くの学者が注意して居たように、スペクトル線の諸系列を通ずる簡単な Ritz の結合法則、即ち一つの原子系が発射吸収する輻射の振動が、その原子系に特有な数列中の二数の差で与えられるという分光学的経験的規則は、古典的振動論から考えられる振動数が基礎数の整数倍をなすという関係からは全く説明出来ないのである<sup>15)</sup>。

このようにして、幾多の新発見の材料を以ってしても、原子の構造は依然として大きな謎であった。

13) Phil. Mag. 21, p. 669 (1911)

14) 従って、de Broglie が Rutherford の model は Perrin の暗示を採用したと書いているのは不適當である。de Broglie : 物質と光 (岩波新書) 上, p. 101.

15) 化学的原子の最も著しい性質は、その definitness と permanency であるが、Sir Joseph Larmor は、物質が古典電気力学に支配される電子から成るとすれば、この definitness は説明出来ないことを指摘した。A Ether and Matter (p. 189)

‘しかし<sup>なが</sup>乍ら’この種の問題の考え方は、数年前からエネルギー輻射の発展とこの理論に導入された新しい仮説の直接の肯定とによって、本質的な変化を蒙って居た。Solvey 会議の討論の結果は‘原子的な大いさの系の有様を記述するのに古典電気力学は不適當だということの一般的承認を意味するものではなかったか’、‘電子の運動の法則の変化が如何<sup>いか</sup>なるものであるにせよ、問題の法則中に古典電気力学に無縁な一つの量、Planck の常数、即ち作用の基本量子 (the elementary quantum of action) と呼ばれるものを導入することが、必然的であるように思われる’(Bohr)<sup>16)</sup>。

Bohr によって明確な方法論的意識を以て量子仮説が原子模型へ適用される前にも、之を試みたものは絶無ではなかった。時は熟していた。

A. E. Haas は J. J. Thomson の模型で Planck の常数の意義を明かにしようとして、原子の大いさや、発射されるスペクトル線の振動数に就ての計算が、観測された値と大いさの程度は一致することを示した。即ち、Haas は、Rydberg 常数の 8 倍に相当するものを見出し、之と  $h$  (作用量子) 及び  $e/m$  (電子の荷電と質量の比) の仮定に依て、 $e = 3.18 \times 10^{-10}$  e.s.u. を見出した<sup>17)</sup>。此値は今日から見れば小さいが、当時の実測値とは可成り一致したのである。之は学界に注目され、Solvey 会議では Planck が之を批判し、Lorentz や Langevin との間に熱心な討論も行われた。しかし Haas の説も J. J. Thomson の模型の缺点はそのまま担って居た。

J. W. Nicholson は、一聯の論文に於て<sup>18)</sup>、Rutherford と同様の太陽系型の原子模型を利用し、その系のエネルギーと電子環の旋回の振動数の比が Planck の常数の整数倍乃至整数の簡単な函数であると仮定することにより、星雲及び太陽のコロナのスペクトラムに就て、異なる群の波長の比が極めて正確に説明されることを示した。かような原子構造論が Bohr に極めて力強い影響を及ぼした事は勿論疑いのないところであって、角運動量と Planck の常数との関係が重要であることを Nicholson が指摘したのは卓見であり、Bohr の初期の論文では繰返し Nicholson の結果との比較が行われて居る。

しかし、後に Bohr も指摘したように、Nicholson の計算では、スペクトル線の振動数は系の力学的な振動と同一視されて居り、それが系のエネルギーに比例す

16) N. Bohr, On the constitution of atoms and molecules, Phil. Mag. **26**, p. 1 (1913) July 之が原子構造に関する Bohr の最初の論文である。

17) Sitzungsber, Wiener Akad. März (1910), Jahrbuch d. Rad. u. Elektr. Bd. **12**, S. 261 (1910)

18) Monthly Notice of Roy. Soc. **72**, pp. 49, 139, 677, 693, 729 (1912)

るので、之がために、発射が始まるや否や系のエネルギーは減衰し、有限量の単色線 (homogeneous radiation) を発し得ず、Balmer や Rydberg の規則を導くことが出来ない。即ち、従来の遊星型模型と缺陷を同じくすることも注意せねばならぬ。

かようにして原子構造の神秘の扉が開かれる日は一步に迫った。この頃、デンマークの青年学徒として英国に留学し、先ず Cambridge の J. J. Thomson の下で、次いで Manchester の Rutherford に従って研究して居たのが Niels Bohr であった<sup>19)</sup>(1885 10/7–1962 11/18)。彼は留学の直前、その学位論文に於て Lorentz の古典電子論を金属電子の非平衡状態や反磁性の問題に応用して、その帰結を彼一流の anschaulich な取扱い方で追及した古典論が遂に実験的事実を説明し得ないことを痛切に体験しなければならなかった。これは彼をして、量子論へ赴かしめる一つの機縁ともなったであろう。しかし、英国留学は更に実り多き経験であった。

時はあたかも Rutherford が長岡博士の模型を実験的に結論した直後であった。Bohr は感謝に充ちた言葉で回想する<sup>20)</sup>。“今から約 20 年程前に Cambridge と Manchester の物理学研究所を訪ね、偉大な指導者たちのインスピレーションの下に研究する幸運に恵まれたものは、誰でも、私自身もそうであったが、今迄隠されて居た自然の姿が殆んど毎日のように露わにされて行くのを見るのはまことに忘れ難い経験であった。私は、原子核の発見によって開かれた物理、化学の全体に対する新しい展望が 1912 年の春、Rutherford の弟子達に討論されたあの熱心さをまるで昨日のように記憶して居る”。

Bohr は 1912–13 年の冬学期には既に Copenhagen の大学に帰り、講師として講義をして居たが、ここで彼の不朽の業績たる原子構造論が樹立されたのである。

原子構造論に於ける Bohr の創見は、上に述べたところから明かなように、原子の問題と作用量子とを結び付けた点にあるのではなく、更にまた遊星系原子模型と量子論の結合でさえもない。彼はスペクトル線の説明を企てた上述のような幾多の理論の不満足な結果に鑑みて、‘原子内の過程を決定する諸法則の知識が缺けて居ることを考えると、それらの理論が企てられたような説明を与えることは殆んど不可能である。我々の通常の理論的諸概念の不適當なことは、近年、温度

19) Bohr の伝記は仁科芳雄氏 Niele Bohr (岩波講座物理学) 参照。

20) Studier over Metallernes Elektrontheorie, Dissertation, Copenhagen (1911)

輻射の法則の理論的、実験的研究から獲られた重大な諸結果から特に顕かになって来た。そこで自分がスペクトルの法則の説明を提出しようとするのも了解されよう。これに反して、自分は、スペクトルの法則を、科学の現状を基としてやはり同じように説明出来ない諸元素の他の種々の性質と、密接に関係づけ得るような道を指摘しようと思う<sup>21)</sup>。このように Bohr は、先ず新しい方法論の見地に立つ。

‘我々は此処で殆んど全く処女地に立っている。そこで新しい仮定を導入するに際しては、実験と矛盾に陥らぬようにひたすら注意せねばならぬ。これがどの程度まで避けられるかは時が示すであろう。しかし最も安全なのは勿論、出来るだけ仮定を少なくすることである’。

‘Theory of stationary states’ と自ら呼んで居る通り、Bohr の理論の根本仮定は次の二つであった。

- ‘(1) 定常状態に於ける系の力学的平衡 (dynamical equilibrium) は通常の力学を援用して論じ得るが、この系の異なる状態間の遷移は、かかる基礎の上では取扱えない。
- (2) この過程は、均質な輻射に伴われ、これに対する振動数と発射されたエネルギーの量との関係は Planck の理論で与えられるものである<sup>22)</sup>’。

ここに‘定常’状態とは、その間に種々のスペクトル線に対応してエネルギーの発射が行われるような或種の waiting places を示すのみである。この根本仮定を根拠づけて Bohr は‘通常の力学が絶対的确实性を有ち得ず、単に電子の運動の或種の平均値の計算で成立つに過ぎない’ことは既に知られて居るし、‘第二の仮定は電気力学の通常の見地とは明白に対立するが、実験的事実を説明するには必要と思われる’<sup>23)</sup>と述べたが、彼も認めた通り、Einstein のエネルギー量子の発射、吸収のイデーに啓発されて居ることは一見して明かである。

これらの根本仮定から水素のスペクトラムに進むには、Rutherford の遊星型原子を用い、当時として通常の力学以外何等用うべき手段がないので、それに依りて定常状態に於ける電子の振動数の計算を行う外はない<sup>23)24)</sup>。

21) On the spectrum of hydrogen, 1913 年 12 月 20 日, Copenhagen の Physical Society での講演。Fysisk Tidsskrift, vol. 12, p. 97 (1914) に載り英訳された論文集。The theory of spectral and atomic constitution (以下, TS. AC. と略す) (1922) に収められて居る。Heisenberg の量子力学の出発点が如何にこの Bohr の見地に酷似して居るかを見よ。

22) 第一論文 (On the constitution of atoms and molecules, Phil. Mag. (6) 26, p. 1 (1913) での表わし方をそのまま引用する。後年の表現はより形式的になっている。

‘この極めて簡単な、所謂核外電子のモデルと仮定とは、一方に原子の安定性の新規な基礎となると共に、他方では、原子から発射される輻射線の性質と、電子の何等かの運動との間に直接の関係を想定することを諦めしめることに依り、古典的自然記述に無縁な作用量子に条件づけられた個別性を正しく取上げることが可能にしたものである<sup>25)</sup>’。‘普通に説明と言われているものを与えようとしたのでは決してなく、ここで、輻射が如何にして、或は、何故に発射せられるかに就ては何も言われて居ない’ことには初めから Bohr が注意を促したのである。個別的遷移過程のメカニズムは、それを更に詳細に説明することは出来ない。既にここで‘直観性と因果性に対する日常の要求を意識的に諦めること’によってスペクトル線の特異な規則性が導かれた<sup>26)</sup>。

しかし、かかるスペクトル系列の公式を力学的に基礎づけるとき、そこには単なる記述から本質論への発足があったのである。

Bohr が水素原子の Balmer ,Pickering 等のスペクトル系列に与えた理論 ,Rydberg の常数の導来等に就ては、周知の事であるから、ここで立入る必要を認めない。彼は最初の労作で既に楕円軌道の可能性や電子の運動の相対論的修正等にも考慮を払い、多電子原子及び分子、陰極線に依る衝突の問題等にもヒントを与えているが、而も、一方には、之等の考慮の‘暫定的で仮説的 (preliminary & hypothetical) な性格’も充分意識して居たのである。

之から数年間というものは、Bohr の原子構造論の勝利の行進であった。Sommerfeld , Wilson , 我が石原純博士は略々同じ頃、量子条件を一般化した。正常 Zeeman 効果は勿論、Thomson の模型が行詰った Stark 効果、或いはかの若くして戦線に死んだ Mosely の X 線吸収スペクトルの体系化等は何れも見事な理論的根拠を得、他方では Franck-Hertz の衝突実験は、エネルギー準位が存在することを実証した。

23) Bohr; Ann. d. Phys. 32, S. 5 (1938)

24) ここに Bohr の原子論の非論理的な折衷性が極めて明瞭に露われて居る。後年の行詰りはここに胚胎した。それにも拘らず、我々は丁度 Planck の輻射式の導来にも、中途まで古典電気力学が用いられたことを想起して、論理的に不完全な理論を通して事物の核心に徹した直観の深さを認めないわけには行かない。

Infeld も Bohr の理論は自分の登って居る樹の枝を自分で切り落して居るようなものだが、新しい最初の試みが不完全であるのは当然であるから、この道をすすめればよいと言っている。

25) 後年の correspondence の考え方の最初の萌芽がここに見られることは Bohr 自身が注意した。TS. AC. 序文, V. 寺田寅彦博士は、当時の Bohr にプラグマチストの態度を看取しておられる (全集第 8 巻, p. 249)

26) N. Bohr, Atomtheorie und Naturbeschreibung (以下 AT.NB と略す) (1930) S. 70~71.

中でも、Bohr 自身による、化学元素の性質を原子構造論から系統づける試みは、特に成功して、かの週期律表の神秘の数 8 もここで全くその本性を顕わにした。かようにして<sup>27)28)</sup>、機械的に説明されなかった化学元素の安定性が解決されたばかりでなく、物理学は量子のイデーを原子構造に導入することに依て、無性質の単なる Mechanismus の抽象的一般性から解放され、化学の特殊性をも止揚し、ともすれば数学的自然科学そのものの限界とされた質的なものの支配権を獲得することになった<sup>29)</sup>。

更に、Sommerfeld が水素其他の原子へ電子の相対論的質量変化を導入したところ、それがスペクトラムの微細構造を見事に解明するかに見えたことは、量子論と相対性理論の勝利を益々確実にするものと考えられた<sup>30)</sup>。

27) 1921 年 10 月 Copenhagen の Phys. & Chem. Soc. での講演。Fysisk Tidsskrift, 19, p. 153 (1921) 所載 (TS.AC. 所載), この Bohr の説から間もなく、Coster-Hevesy が第 72 新元素 Hafnium の発見 (1922) に導かれたことは有名である。

28) 後に Pauli の二つの電子は同一の量子状態にあり得ないという排他原理により、週期律表は直接に電子の順次添加として説明されることになった。

29) Bohr の比較的現象論的な系統づけに対し、G. N. Lewis, Journ. Amer. Chem. Soc. 38, p. 782 (1916), J. Langmuir, ibid. 41, p. 868; Proc. Nat. Acad. 5, p. 252 (1919) は幾何学的な原子模型によって週期律表を説明しようとした。彼等の構想は、Platon が Timaeus の中で夢想した元素の幾何学的構成イデーを科学的にしたものと言える。直観的モデルとギリシャ的な形思想の繋関はここでも見逃せない。

30) Sommerfeld は明らかに遊星軌道に関する Kepler の法則とのアナロジーから電子に楕円軌道を仮定して、Bohr のエネルギー準位と全く同じ結果を得た。しかし、軌道の形に、Bohr の円が一つであるのに楕円という他の可能性が加わった。これは一見計算を複雑にしたのみで無効な一般化に見えたかも知れぬが、スペクトル線の微細構造を説明するためには、相対性理論による質量変化の補正を入れると見事に以前の可能性が有効になって来て、説明が成功する。これがまた Sommerfeld の理論では、予言する可能性が多過ぎるので Rubinowitz の選択規則が必要になり、ある種の観測されない線は禁止しなければならぬ。

## 第8章 過渡期の量子論<sup>1)</sup>(I)

対応原理を中心として

Bohrの原子構造論の最初の論文が発表されてから約10年、物理学史上にも稀に見る輝しい成功として之は広く一般に大衆化されたのであったが、その普及されたのは、原子は太陽系と似た構造を有つという直観的に通俗化された形態に於てであった。Bohr自身も此頃には、例えば1922年12月のNobel受賞講演に見られるように、先ず一般公衆に理解され易いものとして太陽系とのアナロジーを説いた<sup>2)</sup>。

しかし、そうした場合、Bohrは常に、それがどれ程一般的に印象されたかは疑問であるが、原子が太陽系のような古典力学の対象とは本質的に異なる独自の安定性を有し、それが古典力学からは全く解決されないものであることを強調するのを忘れなかった<sup>3)</sup>。事実この頃にはBohrその人を含む第一線の学者達にはこの有名な原子模型は既に重大な疑惑に包まれたものとして見られたのである。直観的な模型が通俗的に普及して行くのとは、反対に原理的研究は原子から次第に直観性を剥脱し、益々抽象的な方向へ進んで行った。

この方向を特に顕著に代表したのはBohrその人であって、彼が前期量子論の難局時代に発表した‘量子論の根本要請’<sup>4)</sup>という論文などはその模範的なものと言えるであろう。彼はこの論文の冒頭で、先ず量子論の不連続性の導入に依って、我々の日常概念からの理論の脱離が深刻な性格を有することを強調する一方、「しかも現在の物理学の見地からすれば、自然過程のすべての記述は、古典理論に依って導入され定義された概念の基礎に立たねばならぬ」と主張し、量子論の諸原理をその適用が矛盾を来さぬように表現することはそもそも可能であるかどうかという問題を論及しようとした。

そこでは彼の原子理論の仮定は次のような形を採るに至った。

- 1) 本章及次章に就ては、特に W. Pauli, *Quantentheorie, Handbuch d. Phys. Bd. XXIII* (1926) が優れた批判的著述である。尚実験的事実の一般的叙述では Sommerfeld の *Atombau u. Spektrallinien*, 4 te Aufl. (1924) 理論では Born の *Vorlesungen über die Atomechanik I*(1925) (邦訳, 原子力学) が参考になる。
- 2) *Über den Bau der Atome*, Nobelvortrag 1922, Berlin (1924) もっとも、これは単に通俗的説明のみに止ったのではなく、天体力学の方法は屢々この半古典的量子論に利用された。
- 3) 因果性の要求を模範的に満足した天体力学に対し、かような力学的記述を与えることは、元素の一定の性質に関する経験、即ちシャープなスペクトル線の存在とは如何にしても矛盾する。(AT. NB. S. 69)
- 4) N. Bohr, *Über die Anwendung der Quantentheorie auf den Atombau*, I, *Die Grundpostulate der Quantentheorie*, ZS. f. Phys. 13, S. 117 (1932) 英訳は Proc. Cambridge Phil. Soc. Supplement (1924) 既に1918年の *On the quantum theory of line spectra* (Det Kgl. Danske vidensk. Selsk. Skrifter, 8. Raekle, IV. 1 独訳 Vieweg & Sohn 出版あり) に於ても、この形式性は現われて居る。

第一根本要請は古典力学的に考え得る原子系の運動の中から、定常状態という特異な‘安定性’を有する状態を仮定するものであったが、これは、Hamilton の正準運動方程式を解くために、運動が週期的性質をもつとして初めて定常状態を決定すべき解の可能性が得られるという点で特徴的な制限をもって居た。そこで、単一又は多重週期系の定常状態を、古典的に可能な状態から選び出す条件、即ち量子化 (quantisation) の規則は、所謂、作用変数  $J$  を用い、 $n$  自由度の系に就て

$$J_1 = n_1 h, \dots, J_n = n_n h$$

の形で得られた。

第二根本要請は、輻射線 (振動数  $\nu$ ) の発射は、原子の二つの定常状態 (そのエネルギー  $E'$ ,  $E''$ ) 間の遷移過程に

$$h\nu = E' - E''$$

という所謂振動数条件 (frequency condition) を規定するものであったが、この条件が直截に表現するように、‘かかる遷移過程は、初めの状態のみならず終りの状態にも現実に依存することを仮定する点で、通常 of 自然記述法を全く脱却するものであった’。

こうした根本要請の表現にも 1913 年のそれ (前章 53 頁) に比して一歩一歩モデル的な思い付きから解放されて形式化し、批判的になって居るのが窺われる。

半ば古典的な見地を克服して、新しい量子論の建設へと困難な径路を辿ったこの過渡期の量子論の一般的方法を代表する二つの原理がある。それは Ehernfest の断熱原理 (Adiabatenprinzip) と、Bohr に依て提唱されたより重要な対応原理 (Korrespondenzprinzip) である。これらの原理は当時用いられた様式からでなく、その本質から見れば古典力学と量子論との関係を闡明する上に大きな示唆を与えるものである。

既に 1911 年ブリュッセル (Bruxelle) の第一回 Solvey 会議の席上で、H. A. Lorentz は次のような問答を紹介した。単振子の糸を二本の指でつまんで、その間から糸を引いて縮めるとする。振子が始めにその振動数  $\nu$  に相当するエネルギー要素を有ったとすれば、終いにはそのエネルギーは新しい振動数に相当するエネルギー要素 (Energieelement) に足りなくなろう。ところが Einstein は之に答えて、若し振子の長さを無限に緩かに変えれば振動のエネルギーは  $\nu$  に比例して変り、常に

一つの Energieelement に等しいと言ひ、Lorentz は之を極めて注目すべき結果とした。

これが後に P. Ehrenfest に依て定式化された断熱原理 (Adiabatensprinzip) の芽生えであった。何故なら上述の比例常数は断熱不変量を示すからである。Ehrenfest は最初、空洞輻射の問題に之を適用し、後に一般化したのであるが<sup>5)</sup>、‘断熱’の名は勿論力学から由来するもので、丁度熱力学に於ける断熱的状态変化が直接熱変化を規定する量ではなく、間接に体積其他の系の条件の変化を熱平衡の逐次的経過によって行われるように、若しも量子論に於ても、外部からの作用が直接運動の座標にではなく系の parameter (例えば固有振動数、外部の場の強さ等、上述の例では系の長さを parameter と考え得る) に、無限に緩かに可逆的に、系の運動の位相に特定の関係を有たずに適用されるならば、之に依って生ずる変換に際して量子条件は不変に止るのである。即ち量子数や各定常状態の確率は上述の変換に際して断熱的不変量 (Adiabatische Invarianten) に外ならない。

此の原理に依れば、極めて簡単な一つの運動状態に就て量子条件が得られれば、断熱変換によってこの運動状態に齎らし得るすべての運動状態に就ての条件は前者から得られるのである。例えば粒子の運動平面に垂直な磁場を媒介として、中心運動の量子条件を非調和振動子のそれに帰着させることが出来るが、更に捉え難く複雑に見える問題がこの方法で容易に解決出来る。それは例えば Stark 効果の計算に見られるところである。

そればかりではない。Bohr によれば、二つの定常状態のエネルギー差の決定も、その相互間の直接の転移は古典力学では全く取扱えないにも拘らず、若し、断熱原理に依て、すべての定常状態のエネルギーが無限に僅かしか異らぬ系へ変換すれば、それを古典的に計算することすら可能である。そこで Bohr はこの原理を‘力学的変換可能の原理’(Prinzip der Mechanischen Transformierbarkeit) とも呼んで<sup>6)</sup>、その方法論的意義を強調したのであった。かようにして断熱原理は、その制限の下で、古典理論を足場として量子論的計算を開拓せしめ、第一根本要請が許す古典理論適用性の拡張と見做すことが出来る。

5) Ann. d. Phys. **36**, S. 91 (1911), 総合的には ibid, **51**, S. 327 (1916) 及び Naturwiss. Jg. **11**, S. 543 (1923). Proc. Acad. Amsterdam, **16**, S. 501 (1914) 具体的な例の計算は J. A. Krutkoff: Journ. d. Russ. Phys.-Chem. Ges. **50**, Phys. Abt. S. 83-171, Berlin (1921) に詳しいという。上記振子の例は A. Sommerfeld, Atombau u. S. S. 399 (4. Aufl.) にも紹介されて居る。

6) N. Bohr, Über die Quantentheorie der Linienspektren (1923) S. 9

ここで我々は古典力学の開拓者としての Galilei が屢々用いた‘連続性の原理’(Mach)を想起する。Galilei は斜面上の落体運動を取扱う際、斜面を徐々に水平にしてその‘極限’の場合に慣性の法則を見出して居る<sup>7)8)</sup>。

しかし乍ら、この連続性と極限の思想を、断熱原理から包蔵することこそ、一面に於てそれが現実の過程を支配する法則と古典概念の連続的法則との根本的差異を隠蔽するもの<sup>9)</sup>と考えなければならないが、反面に於て、この原理の前提するところを分析するならば、それが古典力学の歴史的な性格を、従ってまたその限界を暗示するものに外ならない。即ち無限に緩かに変化するとしては考え得ない、急激に若くは飛躍的に変化する外部の影響、例えば原子系に対する外部からの輻射の作用、電子の衝突の如きは明かに此の断熱変換の条件の埒外であり、事実ここでは古典力学は成立しない<sup>10)</sup>。

しかも尚、第一根本要請や断熱原理の内容は、ともすれば定常状態又はその拡張された場合には古典力学が適用されるという風に解釈される懼無しとしない。若し、その解釈の如くであるならば、結局に於てそれらの説くところは量子論と古典論との鋭い矛盾を和らげ、両者の併立、折衷、混淆を許し、遂には理論的不整合を来すものと言うべきである。

対応原理の使命は、正にこのような自然発生的段階の理論に、批判の意識を齎らし、量子論と古典理論との関係そのものを自覚的に把握する点にある<sup>11)</sup>。

もっとも対応原理そのものの定式化にも、この自覚性は漸次に現われて来たのであって、その原始的な形に於ては、古典理論に於て、光の性質とそれを発射する荷電体の運動とが関係づけられて居たように、量子論に於ても、我々が観測する輻射が原子系の定常状態間の遷移過程に依て発射されるとすれば、その輻射の性質にはその状態に於ける原子中の運動の調和的成分が‘対応’して居ることを想定するものであった。

これは古典論と量子論との限界領域ともいうべき、量子数が大きく、それに比

7) E. Mach, Die Mechanik, 7te Aufl. S. 131

8) 作用量子の不可分性は原子現象の記述に不連続性を導入する。

9) Bohr, Die Grundpostulate der Quantentheorie ZS. f. Phys. 13, S. 129 (1923)

10) 後に量子力学に於ても Bohr (ZS. f. Phys. 40, S. 167, 1926) はこの原理の Analogon を証明したが、量子力学の最も非古典的な部分である変換理論と測定との関係は正に adiabatisch でない突然の (plötzlich) 変化に於て見られる。vgl. W. Pauli, Quantentheorie. Handbuch d. Phys. §11 も参照。

11) 対応原理に就ては、前記 Bohr の Grundpostulate の外、F. Buchwald, Das Korrespondenzprinzip, Vieweg & Sohn (1923), Pauli の Handbuch der Physik, XXIII, Quantentheorie (1926) 中の叙述、新しいものとしては P. Jordan, Anschauliche Quantentheorie にも説明されて居る。内容から言えば、既に 1918 年の上述の On the quantum theory of line spectra に発表されて居る。

して量子数の差が小さい遷移過程を考察するならば、この場合には量子振動数は古典的に計算される振動数と一致する。即ち、両者の関係は *Differenzenquotient* と *Differentialquotient* の関係となる。更に、一般に、この限界領域に於ては、量子論の統計的結果はあらゆる点に於て古典論のそれと漸進的に一致するものといえる。

一見すると、この原理を J. A. Krutkoff が ‘Analogieprinzip’ と呼んだのは尤なことに考えられ、発見法的な役割をよく把んだかに見える。しかし Bohr も注意するように、この原理は限界領域に於ける両理論の差違<sup>12)</sup>の ‘漸次的な減少’ を意味するのではなく、‘根本的差違は尚存続する’ ことを認めるのであるから、その対立の間に成立する対応は単にアナロジーと云う言葉では読み取れない深刻な聯関がなければならない。Bohr が初期に ‘量子論と古典理論との形式的アナロジー’ という表現を用いたのを自ら誤解を招き易いとして撤回し、‘対応原理は純粹の量子論的法則と見做されなければならない’<sup>13)</sup> と言った一つの動機もここにある。

対応原理がその当初果した歴史的役割から言えば、それは Jordan も説くように、‘量子現象の未知の法則を感得 (aufspüren) する指針’ であって、エネルギー則、エントロピー則、相対性原理のように完全に定式化された自然法則とは異なり、Bohr を始め、当時の俊敏な諸学者が、単に論理的理性の推論のみならず、‘本質的直観力’ を以て未来の理論を索めていった ‘方向’ を表現するものである<sup>14)</sup> とするのは恐らく謬りではあるまい。我々は量子力学が建設された後にも新しい問題を演繹的でなく、古典理論と ‘対応的に (korrespondenzmässig)’ 手懸りをつけるという用語法にその名残りを見出すことが出来る。しかしこれだけの意味ならば、それは畢竟するに発見法的原理であり、アナロジーというも大した不都合はあるまい。Bohr は限界領域に於ける量子論の統計的結果と古典理論との漸近的な一致を基礎づけて、‘何となれば、これに依てのみ古典理論が広範囲に自然現象の記述に確証されて居る事実が理解されるからである’ と言って居る。否、そればかりではない。量子論そのものの数学的形式は、対応原理を媒介として古典理論と関係づけられ、我々が経験する領域との聯関を得るのである。即ち、単に形式的法則を発見するための道標たるばかりでなく、同時に、かくして見出された法

12) Grundpostulate, Z.S. f. Phys. S. 144, 156

13) N. Bohr, ibid. S. 142, Fussnote.

14) Jordan, Anschauliche Quantentheorie, S. 51 ff. 275 (1936)

則の物理的解釈を与える点にその特殊の価値があると思うべきである<sup>15)</sup>。特定な現象の法則を与える存在的な命題ではなく、古典的と量子的の両存在領域の関係を規定する存在論的な原理である。Bohr-Heisenberg が後に古典的概念の必要を説いたのは対応原理のこの一面を解釈し直したものと見ることが出来る<sup>16)</sup>。

しかし之は対応原理を極めて一般的に把握した見方であって、歴史的にはそれは何処までも前期量子論の理論的不完全さを古典理論で補う意味を持って居た。

前期量子論は輻射の振動数を与えるが、古典的光学に於ける振動の形式、即ち形式や偏光に就ては当初は何等与えるところがなかった。ところが正にこの点に於て、対応原理は有効であった。即ち現実のスペクトル線の強度と偏光は量子数が大なるにつれ古典的に計算されたそれと漸近的に一致する。量子的遷移過程の相対的頻度は古典的スペクトラムの振幅の比で与えられる。更に対応する部分振動が電子運動の Fourier 級数の中に現われないようなスペクトル線の出現を不可能とする所謂「選択規則」(Auswahlprinzip) も、対応原理の応用例である。

しかし当時の応用例は、先ずモデルについて古典理論を適用したことと、対応原理はなるほど限界法則として必要条件ではあったが、十分な演繹の根拠ではなかったから、その結果として、その応用は必然的に断面的になり、個々の問題に応じて特殊の取扱いや多少とも技巧的な思い付きを要し、一般性を缺き、例えば、強度や偏光の決定も完全に一義的という訳に行かず或種の任意性 (Willkür) が入り込むことも止むを得ない。古典的振幅を計算する場合、周回電子の初めの軌道に就てすべきか後の軌道によるべきか、それとも両者の算術平均に依って定義すべき中間の軌道を取るべきかは当時として難問の一つであった<sup>17)</sup>。量子数の差が量子数そのものと比較し得る程度になれば、その何れに依るかによって相当の開きを生じる。

更に、水素の場合にも、その軌道の形が円であるか楕円であるかによって強度関係が全く異なるがそれを取捨する理論的根拠はなく、特殊の技巧を要する。

かように一般的な方法を缺いた当時に於て、特定の原子模型から完全に独立し得なかった対応原理は、それぞれの問題に特殊の本能的な物理学的直感を要した

15) Heisenberg, Die Physikalische Prinzipien der Quantentheorie, S. 78 (1930)

16) 対応原理のこの一面を、哲学的に重要なものとして、田辺元博士が取り上げられたのは正しい解釈と言える。

17) 寺田寅彦博士は Bohr の原子論の紹介を聞き、'何だか原子が自分の行先を知って居て、それに相当する波長の光を出すような気がしますがね' と言って長岡教授を苦笑させたという逸話が中谷博士の '冬の華' (p. 317) にあるが、これは実は Bohr のモデルに取って極めて辛辣な批評であったと言える。

のであるが、それにも拘らず<sup>かかわ</sup>、それは断熱原理等に比べて、直接、古典力学の妥当性や原子内電子の運動形態に左右されない質的な内容に依て、極めて臆げながらも未知の量子力学は、この中に輪廓を窺わせ、‘今後の量子論の発展は、対応原理の一般化と量的尖鋭化に導くであろう’<sup>おぼろ</sup>と予感されるに至った<sup>18)</sup>。

以上に述べて来たような諸原理を以て難航をつづけて来たこの半古典的量子論にとって明かな行詰りを示す幾多の難問が現われて来た。

その一つは多電子原子の問題である。勿論<sup>もちろん</sup>、Bohrの太陽型原子模型は前述のように兎も角<sup>とかく</sup>、原子の化学的性質とスペクトルな性質との間の‘性質的 (qualitativ)’な関係を説明するには有効であったが、一步数量的計算に立ち入ろうとするとその困難は絶望的であった。Chalier, Poincaréの天体力学の多体問題を応用することは誰も思い付くところであろうが、その数学的困難は別問題としても、既に原子内電子の相互作用が自由電子の衝突と同様に Ehernfestの断熱条件に適合しない。

しかも一方では、これら多電子原子のスペクトラムは複雑な構造の中にも水素のスペクトル線の諸系列と同じ常数を出現し両者の類縁を明示する。従ってそれら原子の安定性は疑いないことであるにも拘らず力学的表象を適用するとそれは不安定なものとしか計算されない。ここに原子の安定性と機械的像との矛盾は水素の場合に比して著しく尖鋭化する。例えば、二つの電子を有する Helium 原子の励起状態<sup>ついで</sup>に就て、幾多の模型の失敗の後、Bohr-Heisenbergは週期系の量子条件をそれに適用して振動力学に依て計算した結果は、正しいエネルギーの値を与えず、計算精度を遙かに超えて、経験的結果と喰い違った。Sommerfeldは同様な問題を取扱った Heisenbergの発表されなかった論文に言及し、Helium‘問題’はあるが、Helium‘模型’は、不安定性のため、語りえないと言っている<sup>19)</sup>。

既に、水素原子に於てすら、それが電場、磁場の交叉場の中に在る場合には、断熱条件は意外にも満足されない。即ち、場を適当にすれば、定常状態から除き得ないような軌道が、核の中に落ち込むような断熱変換が成立することになるからである。

之と關聯して、例の Lorentz 電子論以来の難問であった‘異常’Zeeman 効果は、更

18) Pauli, Handbuch d. Physik XXIII, S. 49. Pauliは‘これに何よりも必要なのは、一般に定常状態にある原子中の粒子の一義的に決った運動に就てどの程度まで語り得るかを、より正確に物理的に分析することである’<sup>おぼろ</sup>と付け加えて居る。

19) Sommerfeld, Atombau u. S. (W. E.) S. 206 (1924)

に一つの古典的モデルに特徴的な難点を明かにする。即ち Landé が E. Back の異常 Zeeman 効果の測定から帰納的に導いた ‘Aufspaltungsfaktor’  $g$  の公式は  $j(j+1)$  の形の項を含んでいるが、古典的計算からは  $j$  の形しか出ない。之はまさしく、転移が二つの定常状態の間に現われるべきに、古典的現象からすれば一方の軌道にしか取扱えないからである。このことは廻転スペクトル等の場合に應用される剛体廻転子の場合に 量子条件からは整数たるべき量子数に 半量子数が現われることの原因でもある<sup>20)</sup>。

Pauli は Stoner の研究と關聯して、異常 Zeeman 効果を説明するために形式的に電子に第四の自由度を附与して term の数と相当する量子数に関する限り ion の Spectrum と相当する Atom のそれとの正しい關係を与えた。この第四自由度の意味は当時不明であったが、これによって Russel, Saunders, Goudsmidt, Hund, Sommerfeld の一派により複雑なスペクトルの体系化が可能となった。更にスペクトラムの微細構造のより詳細な検討は、特に X 線の場合に於て、Sommerfeld の相対的補正を全く不完全なものとして烙印した。今や Bohr の原子構造論の水素原子の場合の成功を殆んど偶然と見るべきではないかとさえ疑われて来た。

こうした事態に鑑みて Bohr は既に 1920 年の或る論文の中で ‘標準状態で電子が “electric rings” のような特殊の幾何学的単純さを持った軌道上を運動しているという仮定を正当とすることは最早や不可能に見える’ ことを認めた<sup>21)</sup>。ここでは尚、<sup>なお</sup> ‘もっと複雑な運動の可能性を探究する’ ことに希望が継がれて居るが、二年後には ‘通常の物理的概念は細部に亘る記述に充分な基礎を供しない’ から ‘我々ははっきり定めた物理的像 (a well-defined physical picture) に基く現象の叙述に関わるものではない’ と言うところまで進んで来た。

20) Schrödinger, Ann. d. Phys. Bd. 79, 5, 521 (1926)

21) Bohr, The Theory of spectra and atomic constitution, (1922) p. 60

## 第9章 過渡期の量子論 (II)

### 光量子論をめぐる論究

Bohr の定常状態とその間に起る遷移の概念を、輻射と原子との熱平衡に適用し、光量子説の統計的解釈に一步を進めたのは又も Einstein であった。

Einstein は原子系による輻射の吸収、発散の機構に何等特殊な仮定を設けず、単に、一定定常状態にある原子数が Maxwell-Boltzmann の分布則を一般化したものに従うということ、及び、自然偶発 (spontaneous) 遷移と誘導された遷移の確率を形式的に考察するだけで、Planck の輻射式を導いた<sup>1)</sup>。

この演繹の中で、単位時間の遷移確率を決定するのに、極限の場合に Planck の式が Reyleigh-Jeans の式になり、古典理論と一致するとしているのは、対応原理の精神であり、それに先鞭を付けたものであったが、確率概念で統計的結果としての古典理論と結びつけることは、後の Bohr-Kramers-Slater の輻射理論にも採用されるところである。

Einstein の取扱い方で、輻射過程の生起の‘原因’を索めず、単に、この過程が偶然性に基く確率に支配されて居るとされたこと、就中、遷移が自然偶発的 (spontaneous) に起り、何等帰すべき外的刺戟が見出されないという点は自然の要素的過程には因果性が適用されないのか、それとも理論が未だ不完全でそうした表面的な結果が出るのかという興味ある問題を呈出した<sup>2)</sup>。殊に遷移の起る時間、遷移過程の継続時間等を決めようとする理論は悉く失敗に帰したところから見て、それは或る瞬間に不連続的に起り、この物理的出来事 (Geschehen) の不連続性は我々の通常の空間時間の概念に無縁なものであり、それらの概念を以ては遷移過程は物理的に意味のあるような記述が出来ないのではないかという深刻な批判も現われて来た<sup>3)</sup>。

1) Jordan, Die Lichtquantenhypothese, (Ergebnisse d. exakt. Naturwiss. Bd. XII) (1928), Verh. d. D. Phys. Ges. S. 318 (1916), Einstein, Zur Quantentheorie der Strahlung, Mitt. Phys. ges. Zürich, Nr. 18 (1916); Phys. Zeitschr. Bd. 18, S. 121 (1917) 一般的な場合を Dirac が量子力学以前に取扱った, Proc. roy. Soc. vol. 106, p. 581 (1924)

2) Maxwell-Lorentz の方程式は単に量子的過程の生起する頻度を表わすのみで、物質の要素的变化は spontaneous であろうという考えや、光量子乃至 Lichtknoten は超光速で伝播する ‘Führer’ に導かれるという思想も既に Einstein の抱いていたところであった。

3) 我々は W. Schottky の論文 Das Kausalproblem der Quantentheorie als eine Grundfrage der modernen Naturforschung, Naturwiss. 9, S. 492, 506 (1921) を極めて示唆に富んだ論文として推奨せねばならぬ。彼はここで、測定観測の出来ない補助概念も物理学に必要なこともあるが、経験と矛盾した場合には、直ちにそれを諦める用意が必要であると、後の Heisenberg の態度を予言し、従来の形での因果律は疑問であるとし、更に量子仮説は場と交互作用にある物質の不連続的 Verhalten 空間的にも時間的にも限定しないと述べて居る。尚 Pauli, QT. S. 11-12 参照。

これは Einstein が、輻射による原子の反跳を考察して、エネルギーと並んで運動量保存の概念も亦個別的輻射の過程に適用し得ることを示して古典理論の球面波に対立して、一方向きの、完全に方向づけられた輻射線の発射を結論したが、之は原子的過程の描像を益々不可解なものとし、Bohr は、エネルギー及び運動量の保存は、原子過程の性質に就ては何等の確とした結論を許さず、ただそうした過程の Zustandekommen (occurrence) が量子論の要請に従っていることしか知れないと言い<sup>4)</sup>、原子構造問題のすべての進歩は、量子論の ‘mysteries’ を益々力付ける傾きがあると告白して居る<sup>5)</sup>。

このように、光量子論が一步一步新しい境地を開拓して行くにつれて、この理論に依て、従来波動論の独壇場とされて居た屈折、干渉、廻折等の現象を征服しようとする試みが相次いで発表されたのは寧ろ当然であった。次にその著しいものを挙げよう<sup>6)</sup>。

E. Schrödinger は運動量の保存則を光量子に適用し、他に特殊な仮定を用いず、Doppler 効果 それは波動論の力強い証明の一つと思われて居た を導いて注目を惹き<sup>7)</sup>、1924 年には L. Brillouin<sup>8)</sup> が最小作用の法則と相対性理論に於ける光の運動量とエネルギーの関係と量子条件とを結合し、Newton 以来の粒子説の難点であった光の屈折の正しい法則を光量子論的に導くことが出来た。他方、以前の粒子説で輻射圧が実験値及 Maxwell の理論の二倍という誤った値に計算されて居たのを相対性理論の助けに依て、正しい値を得た。

Duane は、光量子の運動量が廻折格子へ伝達されるとして廻折や干渉、屈曲等を、その立場から、特定な場合に於て導き出すことが出来た<sup>9)</sup>。

ところが、A. Smekal (Wiener Ann. 1922. Nr. 10. S. 79) が注意したように、光量子によって伝達されるエネルギーと運動量のみを実在的として古典的波動論に由来する概念を廃棄すると、この光量子の運動は、多数の格子を構成するすべての原子の存在に依存する。これは光量子に対して古典的な質点の運動学を適用す

4) Bohr, Grundpostulate der Quantentheorie, S. 163–164

5) Bohr, TS. AC. VII

6) O. D. Chwolson, Die Physik 1914–1926, SS. 383–399 に多数の例がある。

7) E. Schrödinger, Phys. Zeitschn. **23**, 301 (1922), 尚 Sommerfeld, Atombau u. S. (W.E.) S. 52 ff (1924) 参照。

8) C. R. 178, p. 1696 (1924)

9) W. Duane, Proc. Nat. Acad. Amer. vol. **9**, p. 159 (1923) 之と類似の試みは、A. Compton, Proc. Nat. Acad. vol. **9**, p. 359 (1923), P. S. Epstein & P. Ehrenfest, ibid. vol. **10**, p. 133(1924) にも見られる。

ることに疑問を抱かしめる<sup>10)</sup>。更に注意すべきは、<sup>これら</sup>の場合に特殊相対性理論に於ける運動量 = エネルギー関係や量子条件に含まれた週期性が利用されて居ることである。之は後の de Broglie の波動力学で一般化されるべきものであった。事実、Duane が対応論的な量子化則を用い、格子に依って反射された  $|p| = h\nu/c$  という運動量を有つ光量子の方向が、あたかも波長  $\lambda = h/|p|$  に相当する波の方向と等しくなることは、これを物質粒子に移して考えると、まさしく後の de Broglie の物質波の波長を得るが、之は対応原理と、それに独立に生まれた波動力学との間の関聯を示すものとして大きな意味がある。

M. Brillouin は既に 1919 年に、電子の運動と共に発せられる、光とは別な或る波動を考え、これが週期系の場合には Bohr の原子模型と同等な結果を生じることを示そうと試みた。この波動は後の de Broglie のとは全く異り、生産的なイデーとは言い難かったけれども、de Broglie が彼の最初の物質波の論文で注意しているのを見ても、その暗示性は無視出来ない。

これらの研究に現われた週期性なるものと、波動との類縁を想う時、波動力学を経験して居る今日の我々は、ここで臆ろげに Bohr の量子条件が何故週期系にのみ制限されなければならなかったかの理由に気付かないであろうか。後に顕かにされた量子論独特の粒子波動二元性の一面たる波動性が隠蔽されて、粒子性のみが認められていた当時としては、前者を、その不完全な擬装、代用物たる運動の週期性で補う外はなかったのである。週期性を見出されないところには波動性を捉えることが出来ず、従って量子条件の適用の手懸りが得られなかった。

これから、また、Bohr 原子模型に於ける電子の周廻運動が如何に特殊な間に合せに過ぎないかも了解され、非週期系の問題への拡張に波動力学の誕生を待たなければならなかった所以も明らかであろう。

以上に触れたような光量子説の立場からする研究も尚余りに個々の場合に限られて、一般的な理論とするわけに行かない。既に Lorentz が提出した paradox を回顧して見ても、極端な光の粒子説が陥る困難は論議の余地がない。また、時間的に変化する電磁場から、静的な場に移ってゆけばここでも光量子説の立場は愈々困難を加える。ところが Maxwell の理論は、反対にこの電磁波と静電磁場とを同

10) Pauli, Quantentheorie, S. 81-83 (1926)

一の一般原理から導出するところに特徴があるではないか。

或いはまた、散乱的な媒質中を光が通過する場合には、光の波長に比して小さい距離では、光量子に一定の軌道を定義することは不可能で、あたかも原子内電子の運動に就て古典的軌道の概念の困難を指摘されたのと類似した事情があり、結局、それらの解決は来るべき‘量子力学’の課題として残された問題と見る外はない。

これに対して、光の強度が非常に弱く、個々の光量子が相互に作用し得ないような場合でも古典的波動論の結果は正確に成立ち、また、非常に速く運動する(例えばカナル線中の)原子から発する光は、原子の運動方向と直角に細隙を通じて分光器にかければ、古典理論では線は広がって見える筈であるが、光量子論からすれば、そのような現象は起らぬことになる。この Einstein の考察をそのまま、実験的に検証した A. Rupp は古典的波動論の正しいことを見出した<sup>11)</sup>。

輻射の量子論の困難に鑑みて、それを古典的波動論と調和しようとした Slater の試みを追究して、Bohr-Kramers-Slater は、光量子論の根拠になったような現象の、古典的波動論からの偏れを、仮想的な (virtuell) 場の作用に帰し、不連続的な遷移過程は、原子の連続的な球面波の発射に伴う統計的現象として説明しようとした(1924年)<sup>12)</sup>が、これが為に、エネルギー及び運動量保存則は単に統計的にのみ成立し、要素的個別過程では必ずしも然らずとする大胆な叙説を採用することになった。原子的過程ではエネルギー保存則も厳密な自然法則ではなく、エントロピー則と同様に統計法則に過ぎないという想定は必ずしも創見ではない<sup>13)</sup>が学界の大きな問題となったのはここに於てであった。

ところが、このことは必然の帰結として個別的要素過程の因果的統制を否定し、それは孤立系のエネルギーが時と共に大きな動揺 (Schwankung) を蒙ることを認めるので、統計的熱理論の一般的基礎とも矛盾を来すことになる。勿論この結果が目立つまでには、非常に時間を要するので、経験に直接矛盾するとは言えない

11) A. Einstein, Sitzungsber. d. Preuss. Akad. S. 334 (1926), A. Rupp, ibid. S. 341 (1926) 後に Bohr が明らかにしたところでは、Einstein の推論は Doppler 効果と細隙での散乱を考えないところに缺陷があった。光量子論からでも理解される。

12) N. Bohr, H. A. Kramers, J. C. Slater, ZS. f. Phys. 24, S. 69 (1924). Phil. Mag.

13) 例えば、之より以前 C. G. Darwin は、分散現象を量子的に説明するため、個別的原子過程に於けるエネルギー則を棄てて、種々の仮定を加えて、ともかく、古典的分散理論との統計的一致を導いたが、それは経験に一致しない仮定を含むことを Smekal や Bohr が指摘した。C. G. Darwin, Nature 110 p. 840 (1922), 111, p. 771 (1923), Proc. Nat. Acad. Amer. 9, p. 25 (1923)

が、経験が強制することなくして、統計的熱理論のような一般的理論と矛盾する仮説を採用するのは早計と考えられる。これを許すためには、Schrödinger も言うように、‘永遠の相の下に’ 於ける、世界の出来事の安定性は、すべて個々の系が残りの全世界と連関しているから成立すると考える外なく、世界の他の部分と切離された孤立系は、この連関を統制原理とせずしては、Chaos となること、社会的、倫理的、文化的現象と類似性があるというべきであろうか<sup>14)</sup>。

Bohr-Kramers-Slater の説の暫く以前に、アメリカの一流の実験物理学者 A. H. Compton は、物質と輻射の交互作用の最も単純な現象、即ち X 線と自由電子の衝突に関する所謂 Compton 効果を発見した<sup>15)</sup>。この現象は電子に衝突して X 線が散乱された方向と、この衝突のために減じた振動数との間に一定の関係が成立つことを示したもので、その量的関係は Compton 及び Debye が示したように、光量子の概念によって見事に説明され、併して光量子と物質の間に運動量保存則が成立つことも直接確かめられたわけである。古典的波動論からすると、電子は投射された輻射と同じ振動数で共鳴振動し、そのままの散乱線が現われる筈なので、之れは極めて有力な光量子説の根拠となる発見で、例えば Sommerfeld の如き、それまでは、波動論と光量子論の妥協的な立場に満足して居たが、この Compton 効果を知って以来、そのような妥協を拒けるようになったと告白している程である<sup>16)</sup>。

この現象が Bohr-Kramers-Slater 説に困難を来すことは想像に難くない。実際、この説の立場からは、二次球面波の光波の位置や、速度は甚だ曖昧となる。そればかりかまさにこの Compton 効果に関連した実験的研究が Bohr-Kramers-Slater 説に致命的な experimentum crucis となったのである<sup>17)</sup>。即ち Compton-Simon は、Wilson 霧函の立体写真に依って、一次の反跳電子と散乱線で撥き出された二次電子との起点と方向とを験することにより、両者が直接の因果関係にあって、保存

14) Schrödinger, Naturwiss. 12, S. 720 (1924)

15) A. H. Compton, Bull. Nat. Res. Counc. Nr. 20, p. 10 (1922); Phys. Rev. vol. 21, p. 483 (1923); 直角方向に散乱された場合の波長変化  $\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c} = 0.024\text{\AA}$  は Compton 波長と呼ばれ、普遍常数の組合せから出来ているので、重要な概念と見られる。

16) Sommerfeld, Atombau u. S. S. 338 (1924)

17) Fizeau の実験が Newton の光の粒子説を廃し、波動論を確証した experimentum crucis の例として有名なのと対照して興味がある。

則の適用による計算と一致する結果を確めた<sup>18)</sup>。又, Geiger-Bothe は Spitzen 計数管を用い, Bohr-Kramers-Slater 説ではない筈の, 反跳電子と散乱線との間の時間的関連 (Kopplung) が有ることを見出した<sup>19)</sup>。この二種の実験は, 光量子の物理的意義を確認し, エネルギー及び運動量保存則が要素過程に於て個別的に成立することを示すもので, 極めて重要な理論的意義を有つ実験と言うべきで, 後の量子力学の体系に対しても基本的な役割を演じて居る。かくして Bohr-Kramers-Slater 説は間もなくついで去ったが, この理論的提案は当時の量子論の situation の闡明に, 極めて重要な役割をはたしたものと云える。Heisenberg も言う如く, この時代の概観は Pauli の Handbuch が '殆んど一言も変える必要のない程' 詳細に与えているが, その真の物理的意味は, 量子力学が出来てから分つたと言えよう。

10 数年後, Shankland は Compton-Simon の実験を覆す実験, 即ち, 方向的関連を否定する結果を発表し, 量子力学の権威たる Dirac がそれを紹介して, Bohr-Kramers-Slater の説の復活を説いたため, 学界の論議的となったが, 間もなく Shankland の実験に不備が見出されて, 再び Compton 等の結果が確証されたが, 之等の実験の技術は決して容易ではない。

尚, 上述 A. Rupp は其後, 電子の波動性を実験的に研究して, 益々盛名を博したが, 更に電子の polarisation や陽電子に関する実験結果を発表する頃から精神に異常を来し, 学界に大きな影響を及したこの発表が虚構を交えたものと疑われる結果となったのは近年珍しい不幸な出来事であった。

以上, 幾多の問題から観取されるように, 本質的に量子的な過程では, 空間座標, 時間座標を以てする記述法が困難であることが次第に明白となって来た。Bohr は, 原子的な衝突の継続時間が, 原子の固有振動の週期より短いときには, 空間時間的記述は原子安定性と矛盾せざるを得ないことを説き<sup>20)</sup>, Pauli が, 対応原理を一般化し, 量的にするためには 'そもそも定常状態に於ける原子内の粒子の一義的に決定された運動をどの程度まで一般に言うか, 物理的に正確に分析することが先ず必要であろう' と注意したのは, 何れも同じ傾向を説くもので

18) Compton, Simon. Phys. Rev. vol. 26, p. 289 (1925)

19) ZS. f. Phys. Bd. 32, S. 639 (1925) 尚 Handbuch d. Phys. Bd. XXIII, S. 423 参照。又, 当時の初等的理論でなく, 相対論的な波動場の量子論でも時間的一致は証明される。

20) Bohr, ZS. f. Phys. 34, S. 142 (1925) の Nachschrift, Naturwiss. 14, S. 4 (1926) AT. NB.

あった。

しかし、具体的に如何にすべきかに行き悩んでいたこの方向に、積極的な一步を進めて、微かながら光明を齎したのは、H. A. Kramers が光の分散の公式の導来に用いた論法であった。彼は、以前 Ladenburg が振動体による光の散乱に、Einstein の遷移確率のイデーを適用したのを一般化し、電磁的系へ光波が当り、分散される作用を対応原理に従い、まず古典理論から出る二次光波の振幅から出発し、これを大きな量子数の場合にのみ極限式として量子論的に転釈し、これから、すべての量子数に就て成立つ式を得るために、古典論のエネルギーの微分 (Differential) に代えるに、定常状態のエネルギーの定差 (Differnezen) を以てし、実験上のスペクトル線の振動数と正確に一致する結果を導くことが出来た。その特長は‘この式が、スペクトル及び原子構造の根本要請に基いて直接的物理的に解釈されるような量のみを含み、何等多重週期系の数学的理論の痕跡を止めない’点にある。この際、Kramers は virtual oscillator の概念を導入して、G. Breit の批評を蒙ったが、彼も辯ずるとおり、之は対応原理に従い、模型を排した単なる振動を対応させただけで、何等仮想的な模型を導入したものではない。

続いて、1925 年の初め Kramers-Heisenberg は‘原子に依る輻射線の散乱に就て’<sup>21)</sup>の研究で、上述の Kramers の研究を一般化し、厳密にしたが<sup>22)</sup>、ここでも‘スペクトル線の出現は弾性的に振動する電子の存在と結びつくのではなく、一つの定常状態から他のそれへの遷移である’ことに力点を置き、原子中の粒子の周廻振動及び或る程度まで、これら粒子の定常状態に於ける一定の軌道の表象に物理的実在性一般を拒否し、徹頭徹尾、形式的対応の方法に依て、微分的古典論が定差的量子論へ転釈された<sup>23)</sup>。Pauli も評したように‘ここで我々は原子物理学の極めて重大な意義ある発展の出発点に立つ’ことになった。

Kramers-Heisenberg の結果は、事実その極限の場合に於て、暫く後に同じく分散論から見出された Thomas-Kuhn の和の規則 (Summenregel) と併せれば、量子力学の交換関係を包含するものである。又、入射線の振動数  $\nu_0 \rightarrow \infty$  又は  $\rightarrow 0$  に従い、光量子的にも静電場的にもこの式は正しく、量子飛躍と、断熱的な準静的外部作用との深い間隙を架橋することさえ出来るのである。但し、之は後日の解

21) Kramers, Heisenberg, ZS. f. Phys. Bd. 31, S. 681 (1925)

22) それは当時 Smekal によって可能性を指摘され、後にインドの Raman が発見した inkoherent な散乱線の理論を含むものであった。

23) 之は、続いて現われた Heisenberg の量子力学の出発点として取り上げられているので、特に重要である。

積である<sup>24)</sup>。

この新たな建設の端緒となった Kramers 及び Heisenberg の研究は、Bohr を中心とする一つの学派を形成した Kopenhagen の理論物理学の Institute で行われたものであるが、同じ頃、Göttingen の Born, Jordan 等も Heisenberg の帰来と相俟<sup>あいま</sup>って、同様の思想を表明した。

Born-Jordan は量子論を非週期系へ拡張しようとする一つの試みに於て<sup>25)</sup>、‘真の自然法則は原理上観測し得られ、確定し得られる量のみを含む’ということをして、‘対応的考察の一般的原則’として先頭に立てたが、彼等が例示するところに依れば、相対性理論は、異なる場所に起りつつある二つの事象の絶対的同時性を確定することは、原理上不可能であることを Einstein が認識したことから誕生した。

この原則を光学的問題へ応用すれば、ある原子と、他の原子中の電子の運動の位相差は、原理上、確定出来ない量である。そこで古典光学の法則も、電子運動の位相から独立な、即ち位相に就<sup>ついで</sup>ての平均で尚<sup>なお</sup>保存されるような関係だけが、大きな量子数の限界で、量子論に採用されるのである。そこでこの位相の平均から得られた古典的公式を量子論的に確率法則へ転積することが問題となって来た。同じ思想は、この頃出版された Born の著書、‘原子力学に関する講義’でも主張され、折衷的な半古典的量子論の缺陷は充分自覚されている。

翻<sup>ひるがえっ</sup>て考えるに、一たび位相を拒けるならば、連続的な空間座標を以て電子の運動を記述することも、当然廃棄されねばならない。だが、連続的な空間座標は、従来<sup>かた</sup>の物理的量の計算法則と分離し難く結び付いて居る。この根底から変革を敢行して初めて Bohr 原子論が所有して居た二元的折衷的性格が克服されるであろう。かくてこの思想を量的に精密化すると共に、従来<sup>かた</sup>の断片的な対応的研究を統一する、新しい量子力学待望の声は次第に高まって来た。

24) Pauli, Zur Quantentheorie aperiodischer Vorgängen, ZS. f. Phys. Bd. 33, S. 479 特に §7. SS. 493-4

25) Jordan, A. QT. Kap. II, §3

## 第10章 量子力学の発端

待望された新しい量子力学建設の希望を、一般的・具体的に実現したのは若いドイツの理論物理学者 Werner Heisenberg (1901<sup>12/5</sup>–1976<sup>2/1</sup>) であった。

Heisenberg は有名な古典言語学者を父として生まれ、München, Göttingen で Sommerfeld, Born に学んだ。彼が当時の半古典的な量子論の立場から Helium 原子の問題を苦心して計算して直観的モデルの矛盾をつぶさに体験したことは、既に述べたことである。Kopenhagen の Bohr の下では、前記 Kramers との共同研究等によって既に新進学者として理論物理学の第一線にあったが、1925 年の春彼は流行病を避けて Heligoland 島に滞在中新しい着想を得た。嘗て Issac Newton は Cambridge の学生時代、疾病の流行のため Woolsthorpe の郷里に帰り、万有引力の法則に想到したと伝えられるが、Heisenberg の場合には Newton の古典力学を根本的に克服する量子力学が誕生した。彼は当時 Hanburg に居た W. Pauli の許に立寄ってその賛成を得、ここに劃期的な論文『運動学的及力学的諸関係の量子論的転釈に就て<sup>1)</sup>』を発表することになった。

Heisenberg はこの論文の冒頭で学界に論議を巻き起した有名な方法的考察を試みた。この考察は、後に屢々哲学的論争の主題となったから、歪曲や誇張を混えた解釈を避けるため、いささか長文ではあるが以下に訳出しよう。

『周知のように、一般に量子論で観測しうる量（例えば水素原子のエネルギー）の計算に用いられる形式的規則に対しては重大な非難を加えることが出来る。即ち、その計算規則は一見して原理的に観測し得ない量の間関係を本質的な構成部分として含んで居り、従て従来観測し得なかった量も後には多分実験的に近づき得るようになるであろうという希望を人がいつまでも固執しない限り、その規則が全く直観的物理的な基礎を缺くことは明らかである。そうした希望は、若し上述の諸規則が首尾一貫して量子論的問題のはっきり限界された領域へ適用出来るならば、根拠があると見做すこともできよう。しかし、経験の示すところに依れば、単に水素原子とこの原子の Stark 効果が量子論の形式的規則に従うのみで、既に“交叉場”（水素原子が方向を異にする電場と磁場との中にある場合）の問題では根本的な困難が現われ、週期的に変ずる場への原子の反作用は、上述の規則

1) Über Quantentheoretische Umdeutung Kinematischer und Mechanischer Beziehungen, ZS. f. Physik. **33**, S. 879 (1925)

では、確に記述出来ない。更に量子則を多電子原子の取扱いへ拡張することは不可能なことが証明された。かような、実は主として古典力学の応用を特徴とする量子則が成立たないことを、古典力学からの偏倚<sup>へんい</sup>として言い表すのが慣しとなった。しかしこの言い表し方は、既に（正に全く一般に成立つ）Einstein-Bohr の振動数条件が古典力学との、或いは寧ろ、波動論の立場から言ってこの力学の基礎に横たわる運動学との完全な訣別を示し、極めて簡単な量子論的問題に於ても古典力学の妥当性は全く考えられないことを思えば、到底適切なものとは見做し難いであろう<sup>2)</sup>。かかる事態に際しては、従来観測し得なかった（電子の位置、周廻時間のような）量を観測するという希望を全く諦め、そこで同時に、上述の量子則が経験と部分的に一致することは多かれ少かれ、偶然的であることを承認し、古典力学にアナログな観測し得る量のみが現われるような量子論的力学の建設を試みるのが良策と考えられる。……<sup>3)</sup>

そこで‘量子力学のプログラム’は一般に‘原理的に検証不可能な直観性をひとまず全く諦めて、その代り、直接実験的に確め得るから内的矛盾の危険が殆んど無い具体的な諸関係のみを含む’新理論の建設にある<sup>4)</sup>。

然し、前期量子論の対応原理から  $n, n - \alpha$  なる定常状態の間の遷移に依て  $\nu_{n, n - \alpha}$  なる振動数の光の振幅  $q_r(J)$  に於て、作用変数  $J$  を量子条件に従って  $h$  の整数倍に等しく置く際、この整数を  $n, n - \alpha$  の何れに採るべきかに拠り所がないことは既に述べた。之れは対応原理の精神で遂行される。

‘この諦めが、粒子の実在性を論議する際の最初の決定的な制限を意味する<sup>5)</sup>。’

古典理論では、電子の運動に伴う輻射の高次の項は、その運動の Fourier 表現が与えられれば直ちに計算されるが、量子論でも之に対応した事情が期待される<sup>6)</sup>。そこで‘この問題は電磁力学には何等拘りなく、純粹に運動学的性質のもの’である点が特に重要であると彼は考えた。法則の形の変更ではなくして、量子論的な量の計算規則の問題である。例えば、古典的な量  $x(t)$  の代りになる量子論的な量が与えられたとすれば、 $x(t)^2$  の代りには如何なる量子論的な量が現われるか？

2) Pauli は Zeeman 効果に於ける線の強度に關聯して、これは古典的な Kinematik に代る一般的量子運動学に於て解決されるべきであると注意した (Pauli, Handbuch XXIII, S. 68)

3) Heisenberg によれば、即ち古典量子論の行詰りの‘本来の原因は、正しく量子論の根本要請の本質に無縁な古典的な概念や表象を原子構造の問題に持ち込んだこと、直観的内容が實際は到底見通せなかったのに、物理的法則性の解明に簡単な直観的模型や抽象を利用した点にある’。

4) Heisenberg, Naturwiss. 14, S. 990 (1926)

5) Heisenberg, Naturwiss. 14, S. 990 (1926)

6) 前節, Kramers-Heisenberg の研究参照

というようなことが問題なのである。ここに先行する研究から超え出た、統一的な理論としての量子力学建設の巨大な一歩がある。

この量子論的量の計算規則の手懸りを獲るためには、先ず<sup>7</sup>確実な実験的事実に根拠を求めねばならぬ。量子論では、電子に空間内の一点を時間の函数として観測可能な量に依て対応させることは不可能である。即ち、前期量子論の Fourier 級数  $q(t) = \sum q\tau e^{2\pi i\tau t}$  の如き表わし方は許されない。ここに運動を表示するために新しい量子力学的量が要求される。しかし、電子に輻射線の発射を対応させることは出来るであろう。輻射線は先ず振動数によって記述され、古典論に於ける微分形の

$$\nu(n, \alpha) = \alpha\nu(n) = \alpha \frac{dW}{dJ} = \alpha \frac{1}{h} \frac{dW}{dn}$$

に対応して、(既に Kramers との共同研究に於て行われた如く) 定差形の振動数条件

$$\nu(n, n - \alpha) = \frac{1}{h} \{W(n) - W(n - \alpha)\}$$

の如く二つの変数<sup>か</sup>  $n, n - \alpha$  の函数として表現される。之こそ量子論にとつて極めて基本的で、且つ正確に検証されて居る経験的事実である。振動数に就て古典論と量子論との比較に特徴的なものとして Rydberg-Ritz の結合関係を書き上げて見ると

$$\text{古典論的} : \nu(n, \alpha) + \nu(n, \beta) = \nu(n, \alpha + \beta)$$

$$\text{量子論的} : \nu(n, n - \alpha) + \nu(n - \alpha, n - \alpha - \beta) = \nu(n, n - \alpha - \beta)$$

$$\text{乃至} \quad \nu(n - \beta, n - \alpha - \beta) + \nu(n, n - \beta) = \nu(n, n - \alpha - \beta)$$

となる。量子論的には量子数は単なる記号として、相互に区別するために役立つ<sup>だけ</sup> 丈で、之に就て〔加減其他の〕計算をするものではなく、尺度 (Massbestimmung) をその中に含まない<sup>7)</sup>。

第二に振動数以外に輻射の記述に必要なものは振幅である。振幅は複素ベクトルとして

$$\text{古典論的} : \operatorname{Re} \left\{ A_\alpha(n) e^{iw(n)\alpha t} \right\}$$

$$\text{量子論的} : \operatorname{Re} \left\{ A(n, n - \alpha) e^{iw(n, n - \alpha)t} \right\}$$

で、後者に於ける  $n, n - \alpha$  の対称性はここでも明らかである。これこそ原子系の

7) Weyl, Gruppentheorie und Quantenmechanik

記述が、ある古典的軌道の運動の如きものではなく、観測され得る光の発射、即ち二状態  $n, n - \alpha$  間の過程に注目することの一つの表現である。

今、古典論に於て、運動を記述する量たる  $x(t)$  を考えると、之は  $A\alpha(n)e^{iw(n)\alpha t}$  の形の量をすべての  $\alpha$  について和乃至積分<sup>ないし</sup>することによって表わされた。ところが量子論の立場からは、 $n, n - \alpha$  が同等の意味のものであるから一方に就ての和や積分は無理で唯  $A(n, n - \alpha)e^{i(n, n - \alpha)t}$  の形の量の總体で  $x(t)$  が代表されると考えるべきである。そこで之を合成した  $x(t)^2$  等がどうなるかは古典論と同様の対照で導けるが、この場合、個々の  $d$  の位相は合成された結果にも現われて来るが、それも古典論とのアナロジーで幾何学的に解釈することは不可能といわねばならない。

重大な困難は、古典論では  $x(t)y(t)$  は  $y(t)x(t)$  に常に等しいが、量子論では必ずしも然らぬ<sup>しか</sup>点に存する。即ち、乗法の交換法則が成立しない場合がある。ここに之等の新しい量の計算法則が要求される。

Heisenberg は、之から簡単な力学的問題に進んで、先ず前期量子論の‘量子条件’  $\oint pdq = J = nh$  を取り上げ、従来このように位相積分を  $h$  の整数倍としたのは、対応原理の立場から見ても恣意的なものであり、実は  $J$  そのものには付加常数<sup>さしつか</sup>があつて差支えなく、 $(n + 1)$  番目と  $n$  番目の  $J$  の差が  $h$  ならば充分である。即ち  $\frac{d}{dn}(nh) = \frac{d}{dn} \oint mx^2 dt$  を Kramers との前研究で行ったように、定差形へ書き換えて、当時発見されたばかりの Thomas, Kuhn の分散に関する式を導いた。之が後に量子力学の基礎たる交換関係の特殊の場合となるものである。(次に述べる Born-Jordan のマトリックス力学でも全く同じ方法で交換条件を導いている。)

Heisenberg は出来るだけアナローグに量子論的な力学を建設するために、運動方程式  $\ddot{x} + f(x) = 0$  もそのままの形で取り入れ、ただ原理上観測可能な確実な地盤から離れないために、 $\ddot{x}$  や  $f(x)$  の代りに、前述の如く構成された量子論的な表示 (quantentheoretische Repräsentanten) を置けばよいと考えた。併し、一般の場合にこの方程式を解くということは、無限に多くの未知数を有する無限に多くの方程式を解くことになるので実際にそれを遂行するのは特殊の場合の外は数学的に困難である。そこで Heisenberg は、比較的簡単な非調和振動子や廻転子<sup>しか</sup>の問題を解いて、従来謎とされた半量子数が当然導かれること、又、経験的に見出されて居た強度関係が演繹されることを示して彼の方法の正しい事を立証した。

かくて、この Heisenberg の論文は、その表題も示すとおり、古典的關係から、原

理的に観測可能な、量子論的アナローゴンへの書き換え (transcription) として、まさに Bohr も評したように‘対応原理の内容の精密化’であり、その適用方法の統一化であって、量子論の歴史に於ける劃期的な業績として記憶さるべきものである。これを契機として建設された量子力学のために隅の首石を置いたものと言えるであろう。

この方法論が捲き起した哲学上の論争に就ては間もなく詳述することにする。

Heisenberg の論文は輝しい展望を拓いた、所謂 bahnbrechend な業績であったが、未だ量子力学の体系を建設したものとは言い難く、それがためには Heisenberg 自身が論文の末尾で述べたように、この方法の深刻な数学的研究に俟たねばならなかった。

この体系建設の要求に最初に応えたのは M. Born-P. Jordan のマトリックスに依る量子力学であった。彼等は Göttingen 大学で Heisenberg の同僚として、その研究を既に status nascendi に於て知って居たから、Heisenberg ではまだ初歩的段階にあった形式的、数学的方面の研究を直ちに進めることが出来た。

Born-Jordan は、Heisenberg の考察の数学的基礎を量子論的な量の乗法の規則にありと見た。Heisenberg は之を巧妙な対応的な考察から導いたのであるが、Born-Jordan の数学的建設はこの乗法の規則が、実は数学者によく知られて居るマトリックスの乗法の規則に外ならぬことに注目することに基くものである。即ち、古典理論で時間の函数として与えられた物理的量の量子論的表示となるのは二つの方向に（不連続的又連続的な値を取る Index を有つ）要素を配列した図式たる所謂マトリックスである。‘新たな量子力学の数学的方法は、通常の数解析に代えるにマトリックス解析を利用する点に特徴がある。’

マトリックスの理論は既に前世紀の半頃の Cayley(1821–95) の研究に遡り、無限個の要素を有する正方マトリックスは特に Hermite(1822–1901) に依て発展せしめられたものであるが、ここに予期されなかった新しい物理学的応用、しかも基本的な応用を見出したのは、あたかも一般相対性理論に Riemann 幾何学が採用された如く、物理学と純粋数学との間の奇しき関係を物語るものである。しかし我々はこの問題は後に論究することにする<sup>8)</sup>。

8) ただ行過ぎた誤解を予防するために注意したいのは、Heisenberg の研究がマトリックスの概念を用いずに行われた如く、一般相対性理論もその物理的骨子は Riemann 幾何学を借りずに導き出されて居ることである。

Born-Jordan はかようにマトリックスの理論に依て量子論的量の演算規則を定義すると共に、変分原理から、一般的な Hamilton 函数に対して、古典力学のカノニクな方程式と対応するマトリックスでの運動方程式

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}$$

を導き、更に Heisenberg の方法に倣<sup>なら</sup>って量子条件に対応するものとして verschärfte Quantenbedingung

$$pq - qp = \frac{h}{2\pi i} \mathbf{1}$$

を導いたが、之は後に基準的交換関係 (die kanonischen Vertauschungsrelation) と呼ばれた量子力学の基礎的關係の原形である。これからエネルギー保存則及び Heisenberg では推測に止って居た Bohr の振動数条件を証明することが出来、エネルギーマトリックス  $H$  の対角線要素  $H_{nn}$  が  $n$  番目の定常状態のエネルギーと解されると共に、輻射線の強度は定常状態間の遷移の確率に依て規定されるものとして、座標マトリックス要素  $q(n, m)$  の平方から得られ、物理的量を代表するマトリックスに課せられたエルミット性は二状態間の遷移の対称性を帰結する。更に、後にはエネルギー以外の他の力学的量のマトリックスの対角線要素はこの力学的量の時間的平均値の意味を有することも明かとなり、次第に物理的意義が展開されて来た。

かように量子論的量を代表するものとしてマトリックスを導入することにより、古典力学と密接に対応し、それに劣らぬ統一性と完結性を有つ量子力学の体系が、原理的に観測可能な量の間を以て樹立されたのである。此の理論の著しい特徴は、量子論の諸要請が自動的に満足される点にある。ここでは連続スペクトルも輝線スペクトルも同等の権利を以て表われ、‘量子化された’運動と‘量子化されぬ’運動という前期量子論の区別は意味を失い、多数の可能な運動から特定のものを選び分けるという意味での量子条件は問題でなく、初めから explizite に量子数を用いることは恣意的として拒けられ、量子力学的基礎方程式がそれらの諸条件に取って代るのである。

Born-Jordan の最初の論文では、新しいマトリックス力学と対応原理との關聯に就ては特別に論じられていない。寧ろ、新理論を対応的にではなく、それとは独立な一つの演繹的体系として建設することが主題であった。

さて、対角線マトリックス  $H(q, p)$  の要素は系の定常状態のエネルギーを与え

るが、 $H(q, p)$  が対角線的でない場合には、これを対角線マトリクスへ変換せねばならぬ。Born-Jordan の最初の論文ではこれは困難な問題ではあるが、新理論のより深い連関を究めるに不可欠なことが予示せられている。次いで Heisenberg の協力を俟<sup>ま</sup>って発表された第二論文では、適当な変換  $(q^0, p^0) \rightarrow (q, p)$  に依て、交換関係を満足しつつ  $H(q, p)$  を対角線マトリクスにする問題が提示され、摂動論の例で展開されている。即ちこの変換は適当なユニタール・マトリクス  $S$  を見出して

$$q_n = S^{-1}q_n^0S, p_n = S^{-1}p_n^0S$$

なる変換により、 $H(p, q)$  を  $S^{-1}H^0(q^0, p^0)S = W$  なる対角線マトリクスにするものである。然るに、これは既に Hilbert 等<sup>しか</sup>に依って論究されて居たエルミット形式の固有値理論に於けるエルミット・マトリクス  $H^0$  の主軸変換 (Hauptachsen-Transformation) の問題であり、古典力学に於ける Hamilton-Jacobi の偏微分方程式に対応するものであり、 $S$  は作用函数に相当するものと考えられる。

これに依て、系のエネルギー・マトリクスを対角線的にすることがマトリクス力学の中心課題となったのである。否これは、Dirac 及び Jordan の手により変換理論として一般化され、量子力学の立場の重要な物理的意義を獲得し、更には深刻な洞察へも導くものであるが之<sup>ついで</sup>に就ては後章に再論することにする。

かくして、寧ろこの理論そのものが Bohr の対応原理の精確な定式化<sup>9)</sup>と見るべきものであり、今後の理論の発展には、この対応の様式をより精確に研究し、記号的量子幾何学から直観的古典幾何学への移行を記述することが重要な課題である<sup>10)</sup>と説かれた<sup>10)</sup>。理論から演繹された結果が、実験の結果と符合するという点を越えて、抽象的な新しい演算法の物理的根拠の把握が要求されて来た。先ず<sup>あきら</sup>諦められていた直観性は批判的な形で生れなければならない。

この頃、彗星的に現われ Royal Society の報告に「量子力学の根本方程式」<sup>11)</sup>其他の論文を発表して、その形式的な美しさで学界を嘆賞させたのは英国の Dirac であった。

Paul Adrian Maurice Dirac(1902–1984) は、最初 Bristol の大学で電気工学を修めたが、適当な職を得られず、理論物理に転向して Cambridge の R. H. Fowler 教授

9) Bohr, Quantenpostulate, §4. 対応原理とマトリクス理論 S. 45 s. AT, NB. にこの点は詳細に説かれている。

10) Born, Heisenberg, Jordan, ZS. f. Phys. 35, S. 557 (1926)

11) Dirac, The fundamental equations of quantum mechanics, Proc. Roy. Soc. 109, p. 642. Heisenberg, Born-Jordan, Dirac の之等の論文の梗概は「物理学文献抄 I」(岩波書店)に収められて居る。

の下で研究していた。天才的な考え方は、Heisenberg の理詰りな論法とは型を異にし、何人をも首肯させるという訳には行かないが、それだけに常人の思い到らない着眼点を捉える著しい個性を有って居る。

彼は、Heisenberg の新しい学説は‘古典力学の方程式’の誤りでなく、之から物理的結果を演繹する数学的操作が修正を要することを暗示するものと考え、Heisenberg の対応的方法を考察しつつ、先ずその数学的操作を体系化した、力学的量の全く記号的代表である量子代数 (Quantum Algebra) を構成し、量子論的演算操作が古典論の操作と乗法の交換法則 (Commutation law) を除く外は殆んど全く対応して、 $\hbar = 0$  なる不条理を生じない点に重点を置いて、古典理論の Poisson 括弧表示に相当して量子条件を立てたが、彼に言わせれば、 $\hbar \rightarrow 0$  なる極限での古典理論との一致の如きは重要ではない。この辺にも彼の形式的整合への特異な見方が表れて居る。

この量子代数こそはマトリックス力学及び後に現われた波動力学の担う座標系の特殊性を止揚して、両者に共通な、両者を包括する使命を有したのであるが、之に就ては後に述べることにする。

Dirac は第二の論文では、量子力学系の記述に用いられる変数が乗法の交換法則を満足しないことは、それが通常の意味の数 (*c*-number と呼ぶ) でなく、*q*-number とも呼ぶべきもの、之は乗法の交換法則を除く代数的操作を満足するというだけで、大小もなく差し当って何等の描像 (picture) も形作ることが出来ない量である。しかし、この抽象的な形式は実験に依て検証される結果を演繹する手段たるに過ぎないので、その意味をこれ以上詳しく問う必要はないというのが Dirac の見解である。Dirac が之等の論文で水素原子のエネルギー準位の計算、異常 Zeeman 効果、Compton 効果等へ新しいこの理論の応用を試みたことはここに詳説することを要しない。彼 Dirac が言う処の symbolic method が Heisenberg 等のマトリックス力学や後に述べる Schrödinger の波動力学に対して有する意味に就ては改めて述べることにしよう。

Heisenberg が彼の劃期的論文の冒頭で、模型的表象に基く原理上観測し得ない量を拒けて新しい量子力学の建設を企て、それが見事に成功した事は広く学界に物理学の方法論に関する論議を巻き起す結果となった。

ドイツ オーストリア 独・墺物理学界の伝統として、科学の認識論的問題に關聯して既に古典化し

た学説として多くの場合に取り上げられるのは Kant の先験主義か、Mach の実証主義かである。今この対立は何の程度まで真の対立であるか、また一般の理解するところははたして Kant なり Mach なりの真意を捉えているかというような問題は暫く措き、Heisenberg の方法論は多くの批評家に依り、Mach 哲学の流れを汲むものと解釈された。Heisenberg 自身の書いたものでは自ら Mach 主義であると言明したものは知らないが、又それを否定もしていないようである。

事実 Ernst Mach は嘗て、60 余年も前に次の如く述べて内容的にも Heisenberg の場合を可能なものとして予見していたかに見える。(勿論、原子論に対する彼の否定的態度は度外視せねばならぬ。)

‘尚未だ原子論的理論に捉われて居た自分は、気体の線スペクトルを気体分子の原子成分相互間の振動に依り説明しようと試みた。ここで遭遇した困難に依り 1863 年自分は次の思想を想到した。即ち、非感覺的事物は必ずしも我々三次元の感覺的空間に表象されねばならぬことはない。’ ‘我々の幾何学は常に感覺的經驗の客体に関係する。しかし、我々が原子や分子の如き、その性質上感官に達しえない単なる思考上の事物 (blosse Gedankendingen) を用いるや否や、それらを必然的に我々の感覺的經驗の Euklid 的な三次元空間に属する関係、相対的位置に於て考える何等の権利もない。これは原子論的考察を不可缺とする者の特に考察すべきことである。’<sup>12)</sup>

Mach はここでは、種々の次元の空間を利用する可能性を述べて居るので、後に述べる  $\psi$  函数の高次座標空間でも想起しないかぎり、Heisenberg の観測可能な量への限定とは行き方を異にするが、Mach の本来の立場から言えば、この後者こそ近いものである。実際、Heisenberg の方法を‘実証的’として特徴づけることは差支えないし、彼が後に ‘Die Physik soll nur den Zusammenhang der Wahrnehmungen formal beschreiben’<sup>13)</sup> (物理学は知覚の關聯のみを形式的に記述すべきである) というような言葉まで吐いて居る<sup>14)</sup> のを見れば、彼の初期の見地が Mach 哲学と評せられるのも無理はない。これは、Mach 主義的色彩の濃厚な R. v. Mises, Ph. Franck, M. Schlick, H. Reichenbach, R. Carnap 等所謂 Wien Kreis の実証主義が

12) E. Mach, Erkenntnis und Irrtum, S. 418, Aufl. (1920) この思想は既に Die Geschichte und die Wurzel der Satzes der Erhaltung der Arbeit (Prag, 1872) S. 27: 55 にも述べられている。

13) J. Geyser は Wahrnehmung の概念に含まれる曖昧性を指摘したが、Heisenberg はこの Akt ではなく、Akt によって erleben された対象を云っているのであろう。Positivist は ἀόδητονを知るが verstehbarsein νοητόνを知らぬ。Kramp, Kant Studien 41, S. 75 (1936)

14) ZS. f. Physik. 43, S. 197 (1927)

盛に量子力学の成功を自分等の学説の証明の如く書き立てて、又、P. Jordan の如き量子力学の建設者が実証主義を標榜したために、量子力学は実証主義的であるという観念は益々通俗的に普及することになった<sup>15)</sup>。

我々は、相対性理論に於ける Einstein の‘同時性’概念の批判や Heisenberg の観測可能な量への制限の例に徴しても、最近数十年來の物理学は科学の実証的精神を益々徹底せしめ来たことを認めなければならない。

併し、本章のはじめに掲げた Heisenberg の条理を尽した考察をすることによって、我々は、‘物理学は直接観測し得る量のみを取扱うべきである、と彼が主張した’<sup>16)</sup>、いわんや Franck が評する如く‘Heisenberg の功績の中で特に価値あるものは、物理学は窮極に於て知覚のみを取扱うべきである<sup>17)</sup>、ことを示した点にあり<sup>18)</sup>とする如きは誇張と評すべきである<sup>19)</sup>。かように余りにも認識論的の側面を誇張歪曲した論法には、長年物理学の真摯な研究に従事した学者は一種の反撥を感じるであろう。Planck や Einstein の如き学者が量子力学の立場に満足せず、学界の主流から離れて行った一つの動機は、彼等の理論的世界像が既に古く弾力性を失ってしまったためとのみ考うべきではあるまい。寧ろ、真面目な研究者の内容を措いて、量子力学がそうした偏頗な‘科学批評’の宣伝の具に供せられたことを苦々しく感じたのがそもそもの起りではあるまいか。こうした誇張を伴う‘新しい’立場を理解し得ないのではなくて、理解を欲しないのが彼等の偽らざる心理であろう<sup>20)</sup>。レアリズムの心理の中にはこのようなモラルが尊重されなければならない。

Heisenberg がその建設に当って放棄したのは‘原理的に’観測不可能な、しかもその適用が多く矛盾や行詰りを招来した諸概念であったが、この見解は既に当時多くの学者が認めて居たものであったし(第9章の末尾参照)、彼等が苦心して索めて居た物理学の理論の実質的な内容という見地から言えば、一般的な認識論

15) Jordan は‘実証主義によって強く影響された現代物理学の認識論的見解を否認することは、量子力学を否認することになる’とまで主張して、それを例証するために Planck 等の古典的学者や Bavink の如き解説家を挙げている(A. Q.T. の序文及び Physik d. 20. Jahrhundert の第6章)。これと反対の立場に立つ H. Dingler も実証主義の認識論の誤謬と相対性理論及び量子力学の根本的誤謬とを不可分離なものと考える。

16) Sommerfeld や Planck はかくの如きものとして Heisenberg の方法を批評する。前者では、例えば Wellenmechanischer Ergänzungsband, S. 44 (1927)、後者では Der Kausalbegriff in der Physik. S. 9 (1932) 等。

17) その限り Positivist が ἀσθητόνのみ知って νοητόνを知らぬという評も適切といわねばならぬ。

18) Diskussion über Kausalität und Quantenmechanik, Erkenntnis, 2, S. 183–188 (1930)

19) とすれば誇張に走り勝ちな Eddington ですら、これに關聯して‘The description should include nothing that in unobservable but a great deal that is actually unobserved’ (p. 226) と言っている。

20) 既に30年も前から Planck が説いてきた(第5章参照)先ず確固たる事実研究から出発し、然る後、一般的な世界観の問題へという態度は例えば彼の Wege zur physikalischen Erkenntnis (1933), Leipzig, S. 273 にも強調されている。

ではなくして、そうした古典的モデルを棄てた後に如何にして具体的な量子論的關係の表現の手懸りを得るかにあった。Heisenberg の創見は、マトリックスの如き非直観的な量を、それこそ量子論的量であるとして、古典的な変数に対応させても、之から正しい量子論的關係が導ければ差支えないという大胆な一歩にあった。この場合にも関係を見出すことでなくして基礎づけることが問題であった。勿論そこには計算規則からの演繹に重点があり、力学的といっても Realistisch なものを背後に求めるのは Heisenberg の態度を歪曲するものであろう。従って嘗ての彼の師 Sommerfeld の如き学者が Heisenberg の場合は ‘Machphilosophie の唯一例外的な成功’ と評し<sup>21)</sup>、また Born も Mach の影響を述べている。

ここで、Heisenberg の研究を契機として提唱された物理学に於ける実証主義を詳しく論じようとは思わないが、我々はどこまでも物理的現実を追究する実証的態度と、科学批評家の一家言としての実証主義との間には屢々著しい逕庭があることに注意せねばならぬ。

直接の感覺的経験の記述ということに科学の職能を限定しようとするようなラヂカルな実証主義は今日では存立しないが、それは Born も指摘するように、極めて単純な外物の知覚にも形態 (Gestalt) の契機が前提されて居ることが明かとなって居る今日、既に ‘純粹の感覺経験’ という如きものの不可能は論ずるまでもない。之を考慮に入れ、更に科学的な経験が可能になるための実験の条件に含まれたあらゆる理論的前提を考慮に入れて、かくして充分に修正された実証主義的認識論を建設しようとするれば、結局、Jordan が説くように、‘科学以前の経験及び概念構成の全体を前提しそれを補い、精密にし修正して行く’ という処まで拡張しなければならなくなる<sup>22)</sup>。

Kant に依て批判された Swedenborg の視霊から、Crooks や Lodge の心靈現象の経験に至るまで<sup>23)</sup>、‘感覺的な’ 経験には違いない。フランスの物理学者で Nancy 大学の教授であった René Blondlot は 1903 年、N 線を発見したと称したが、之に Hertz の電磁波の実験と同等の ‘実証性’ を認める物理学者は殆んどないであろう。否、多数の物理学者が賛成しただけでもまだ充分とは言えない。それら多数の学者の経験が技術的なものと不可分離に関係して、我々の全文化の一部に融合する

21) 前掲 Wellenmechanische Ergänzungsband 及び Phys. Zeitschr. 28, S. 231 (1927) 数物会誌 I. p. 70.

22) 健全な科学的本能が限界づけを保證すれば時に可成りの Extrapolationen も許されねばならぬ。A. QT. S. 279.

23) Eddington, 種々の体験可能性間の同権化 (20 Jahrh. p. 245) Telepathie-Gedanken über Tragung 実証主義的テーゼに依って基礎づける。

ところまで行かねばならぬ。即ち科学の社会的機能にまで及んで始めて、真の実証性が得られる、と Jordan は説明する<sup>24)</sup>。しかし、かく理論が完全化すると同時に、これでは実証主義の特質の大部分は解消し去るものではあるまいか。

Jordan は、科学的世界観が前科学的なそれからどの程度まで独立であるかは意味深い問題であると言うが、之に就て Schrödinger が多分に Spengler 的 と Jordan は評する であるが一つの才気ある考察を試みた。彼によれば、物理学も社会環境の影響を受けるもので、現代の物理学は、純粹の事物性、変革の要求、相対主義、合理的経験や産業の複雑化に伴う大量支配の方法、細目の知識に対する賢明な断念(統計、平均)、等に於て現代社会と特質を共にする。しかし、自然科学がイデオロギーを背景に担うことを認めれば、その実証性も確に Jordan の承認する如く、漸進的なものとなる。その鋭さは失われるのである。実証性を判定する簡単な公式はないと言うのが真理であろう。

Bacon が地動説に反対し、Mach が原子論と闘ったこと<sup>25)</sup>は実証主義の陥り易い短見として批評されるが、彼等が誤謬を犯すことを恐れて何も主張しなかったならば、それは彼等の方法論の無力を示すのみであったろう。之に対し、Jordan が、現在実験的検証の可能性の乏しい光の Neutrino 説に力を入れたことが、どれだけ彼の実証主義の主旨に<sup>かな</sup>適うものであるか。ここに至って学者の本能は学説よりも深く徹するのではないかと考えさせられるのである。

実証主義は、無意味 (sinnlos) 又は無内容 (inhaltleer) な問、即ちその答えの真偽を実験的に検証出来ないような問題を拒けると言われる。Heisenberg も説くように、人間の言葉は何等実証し得る内容も有たない様な命題や概念を構成することがある。例えば、我々の世界と原理的に全く無交渉な第二の世界があるとして、我々は空想的にその世界に就て、種々の直観的な心象を作ることが出来るが、之は芸術や宗教では許されるとしても自然科学では証明も反駁も出来ない種類のものであるから、これに<sup>ついで</sup>關聯した問題は Jordan の所謂<sup>いわゆる</sup>仮現問題 (Scheinproblem) として<sup>しりぞ</sup>拒げるべきものであると言う<sup>26)</sup>。極めて当然な主張であるが、現実の物理学

24) Über den positivistischen Begriff der Wirklichkeit; Naturwiss.

25) Jordan は 20 世紀の物理学で、この Mach の原子論に対する態度を辯解して居るが (邦訳 p. 225), Mach は単に原子を機械的に理解することに反対したのみでなく、原子の概念の使用一般に対して反対したのであるから、その辯護は困難であろう。もっとも Jordan は原子は数学公式の足場として特徴づけられたものであるから、地球の地理学的経緯度と同様に根本的には単に実験的事実の整序のための補助概念にすぎないとしてまで Mach を辯護する (邦訳 p. 226)。これは不当な著しい混乱であると共に<sup>しりぞ</sup>言え<sup>しりぞ</sup>ば<sup>しりぞ</sup>すべての概念は補助概念と言わねばならない。

26) Heisenberg, Kausalgesetz und Quantenmechanik, Erkenntnis, 2, S. 172 (1930) Königsberg での講演である。同じく著者 Phys. Prinzipien d. QT. S. 11, 又 Jordan, Anschauliche Quantentheorie.

の問題となると、或る命題や概念が sinnlos であるかと言うことは、簡単に見透し得るものではなく、確実な標準も存在せず、一定の理論的聯関の範囲内でのみ決定出来ることである。ところが、問題になるような命題や概念は、多くはそうした理論的聯関が未だ充分確立されて居ないような領域に関係して居るので、結局それに就ては明確な判定が下せなくなるのである。

相対性理論や量子力学は、従来意味があるものとして日常生活から借り来った概念を、曖昧な、時には無意味なものとして曝露した。従って、そうした概念を使用すると物理学は、時に基礎の修正を余儀なくされる危険がある。しかし、そうかと言って、この危険を避ける為に、すべて経験で験められた概念のみを用うるために、あらゆる科学の予備段階として、すべての曖昧さから言葉を浄化しておけば良いかに思われるかも知れない。論理実証主義の議論にはそのような傾向が存在するのである。しかし、この方法を実行することは全く不可能である。何故ならば、かくては、曖昧でないような言葉は全く残らず、研究は前提から前提へと無限に退行して停止する処がないからであり、又或る概念を使用して将来修正の危険がないかを予め判定する標準という如きものは一般には存在しないからである。前以て概念を浄化しようという要求は、科学のあらゆる未来の発展を論理的分析で決めて了おうという要求と殆ど同じ事だからである。結局、我々は一先ず従来の概念を使用して、理論的実験的に困難を来した場合に修正する外はない<sup>27)</sup>。ここでも実証主義認識論の合言葉たる Scheinproblem とか sinnlos とかの概念に過大な評価は慎まねばならない。

かく言うも、近時、ともすれば宇宙論や基礎常数に關聯して論じられる空想的な問題に対しては、飽くまで現実の経験に立脚した物理的、實際的態度を保持すべきことは言うを待たないのである。哲学的論議の中に Ernst der Sachlichkeit を失わぬことである。

27) Heisenberg, Die Entwicklung der Quantentheorie 1918–1928. Naturwiss. 17, S. 494 (1929). 同じく Phys. Prinz. d. TS. S. 1 特に Prinzipielle Fragend, Mod Physik (1935) (Wandlung in d. Grundl. d. Naturwiss. S. 49 [訳文, 科学 7. p. 203, 205 (1937)], Jordan もある意味で之を認めている。Naturwiss. 22, S. 487 (1934)

## 第11章 波動力学の誕生と展開

Louis de Broglie(1892–1987) は X 線研究に一家を成す Maurice de Broglie の弟として、X 線に関連して光量子の問題に関心し、1922 年には光の原子の質量を論じたりしたが、結局、光の粒子性と波動性とは、その何れの一方をも完全には排除し得ないことを認めて、その二重性をそのまま取り上げ、従来の光量子仮説の不十分な点を補おうとした。しかし、この正しい着想も、彼の種々の誤った推論<sup>1)</sup>に蔽われて具体的な結果は収めなかった。

一方、原子内の電子の運動の安定性は、量子数という整数の存在に依って可能になるが、従来の物理学で、不連続的な整数性が入ってくる現象は干渉乃至固有振動である。この事実、前の光の二重性を移して考えれば、物質も亦粒子性と並んで、週周期性即ち波動性を有すると考え得ないであろうか。

この着想を始めて発表したのは 1923 年秋、フランス科学アカデミーに報告された de Broglie の ‘Ondes et quanta (波動と量子)’ なる一文である<sup>2)</sup>。これは二頁にも足りない論文ながら、主石混淆とも評すべき奇抜な、しかし歴史的な小篇である。

彼は殊相対性理論の帰結を利用して、物質の内部エネルギー  $m_0c^2$  と量子論に於ける  $h\nu_0$  を等置し、この簡単な関係から一方には、光量子の ‘質量’ を算出すると共に、他方、物質粒子には、それが静止していれば振動数  $\nu_0$  の定常波が、もし運動していれば、相対性理論の補正を考慮した振動数を有する平面波が、粒子の進行に伴うことになる (Une onde fictive associée au mouvement de mobile)。この波は光速より大きな速度で伝播する位相波であるから、もとより単に架空的なものと考えべきで、エネルギーの伝達に対応するものではないが、これを閉通路に適用し、電子の運動が安定であるためには、波が共鳴する必要があると考えれば丁度この通路の長さが波長の整数倍となって、これから Bohr-Sommerfeld の理論に於けるような量子条件が導かれる。

二週間の後には、この所謂 ‘物質波’ (de Broglie が之を une onde sinusoïdale non matérielle と呼んだのも面白い) の超光速速度に対し、物質量子そのものの速度は、

1) 例えば、Ann. d. Phys. 31, p. 22 (1925) 抄訳物理学文献抄、第一輯 41–82 頁 (岩波書店) に見られるような光量子の質量、 $c$  より小さい速度、干渉の解釈等は何れも正しくない。  
2) Comptes rendus, t. 177, p. 507 (10. Sept. 1923), Nature, 112, p. 540 (Oct. 13. 1923) も同様の内容である

この波の群速度に外ならぬ<sup>3)</sup>ことが指摘され、同時に次の如き広大な展望がひらけた<sup>4)</sup>。即ち、位相波に対する Fermat の原理は粒子に対する Maupertuis 型の最小作用の原理と同一になるが<sup>5)</sup>、もし粒子が位相波の波長に比して小さい孔を通過する場合には廻折現象が見られること光の場合の如くであろう。ここに実験確証が待望される。

彼は更に “La nouvelle dynamique du point materiel libre est à l’ancienne dynamique (y compris celle d’Einstein) ce que l’optique ondulatoire est à l’optique géométrique. (自由質点の新力学が Einstein のそれを含む 古典力学に對すること、あたかも波動光学が幾何光学に對する如し)” と称し、17 世紀以来の発展の理論的綜合であるとの抱負を述べた<sup>6)</sup>。

しかし、de Broglie は波動光学に對する波動力学ともいべきものを数学的に展開するには至らなかったので、その点のみから言えば彼の理論は Bohr の半古典的量子論と同一の段階に止るものであった。波動力学を実際に建設することは Schrödinger に残された仕事であった。

de Broglie のイデーが、Davisson-Kunsman の実験や Ramsauer 効果のような事実を説明する拠り処を与えたが、最も直接的な電子波廻折の現象が、最初に偶然な出来事から発見されたのは興味がある。

C. Davisson と L. H. Germer は New York の Bell Telephone Laboratory で Ni の対陰極 (target) で散乱された電子の角度分布を研究して居たが、1925 年の 4 月液体空気の曇りが破裂して管が壊れ、対陰極は酷く酸化された。それを除いた積りであったが分布は全く変化してしま<sup>しま</sup>った。これが彼等に丁度 X 線の場合と同じような波長  $\lambda = \frac{h}{p}$  なる電子の廻折を気付かしめたのである。

次いで J. J. Thomson の息子の G. P. Thomson 等が、各種の実験方法が何れも<sup>いず</sup>

3) 即ち、粒子の速度に對する振動数と極めてわずかに異なる振動数を有する多数の波の群速度は、かの Lord Rayleigh 卿の導いた如く、

$$\frac{dv}{dk} \text{ 乃至 } \frac{dF}{dp} \text{ に等しい.}$$

4) Comptes rendus. t. 177, p. 548 (24. Sept. 1923); Phil. Mag. 47, p. 446. 及び更に完全には前掲 Ann. d. Physique, 3, p. 22 (1925) 数学会誌, 1, p. 98 (1927) 物理学文献抄 I. には詳細に展開されている。

5) これは既に W. R. Hamilton が幾何光学と古典力学とのアナロジーとして殆ど 1 世紀も前に証明したところである。

6) 従って、de Broglie の波動力学の本質は 1923 年に発表されているので、彼の Thésés., Paris (1927) や其他の本質的には加えるところの少い論文の発表された 1924 年を以て物質波の理論の創設された年とするのは不適當である。尚、彼の Introduction à l’étude de la mécanique ondulatoire (1930) 渡邊慧氏訳「波動力学」や Quanta et Lumiere 河野與一氏訳「物質と光」(岩波新書)等を参照されたい。

X線と類似した電子の波動性を示すという本格的な研究を発表したが、特に、我が理化学研究所で西川正治博士指導のもとに菊池正士氏が見出した結果は最も学的内容の豊富なものであった<sup>7)</sup>。

Davisson と G. P. Thomson とが此の研究の功績に依って 1937 年度の Nobel 物理学賞を受けていることを附記するのも無意味ではあるまい。かように、本質的には古典的な波動論を脱しない de Broglie の理論が兎も角電子廻折の実験に簡単な説明を与え得るのは、古典論と量子論との対応的な相似性の結果であって、Wilson 霧函や屈曲の実験が古典力学で説明されるのと同様である。厳密な量的理論は量子力学に俟たねばならぬ<sup>8)</sup>。

ドイツに於て、この de Broglie の構想を逸早く採り上げて、その優れた意義を紹介したのは、又も Einstein であった。これより先、1924 年 Einstein はインド Decca 大学の S. Bose の論文“Planck の法則と光量子仮説”を訳出して、所謂 Bose-Einstein の統計法を述べたが、Einstein はこの理論が輻射と気体とのアナロジーを徹底的に遂行して、Planck の式を導く点に興味を感じたのであろう。この Bose の統計の数え方を単原子気体へ適用する際、一つの Paradox に逢着した。即ち、これによると二種の気体の分子が（特に質量体積で）極めて類似している場合でも、両者の混合気体と一方のみの同数分子を含む気体とは、圧力及び状態分布を全く異にすると帰結されるかに見える。しかし、これは極めて有りそうにないことである。

ところが約 5 カ月程して Einstein は、de Broglie の物質波のイデーを捉えて之を（ドイツ学界があまり大した注意を払わなかったので）簡明に紹介すると共に、之を輻射の揺動に応用し、上述の Paradox を説いている。即ち、物質波に於ても二つの波長が大体一致すれば波は著しい干渉を生じ、従って上記の如き混合気体も相加的 (Additiv) な性質を有つ。分子衝突の場合には力学的な屈曲以外、古典的に理解出来ない屈曲も生じる。これは Bohr も他の根拠から推測したところであった

1926 年の初頭、即ち Heisenberg の論文が現れて約半歳の後、Annalen der Physik

7) S. Nishikawa & S. Kikuchi, Nature, **122**, p. 726 (1928), Proc. Imp. Acad. Jap. **4**, p. 475 (1928), Kikuchi, Jap. Jour. Phys. **5**, p. 83 (1923) 電子の波動性の実験に関する菊池氏の総合報告。Phys. Zeitschr. **31**, S. 777 には兎角外国では見落され勝であった我が国の（主として西川研究室の諸氏の）優れた研究も充分紹介されている。

8) Heisenberg, P. Q.T. S. 98-99 参照

に ‘Quantisierung als Eigenwertproblem’ なる論文の第一報告と称するもの<sup>9)</sup>が発表され<sup>たちま</sup>忽ち学界の注目を惹いた<sup>ひ</sup>。著者 Erwin Schrödinger(1887–1961) は、若い頃 Wien で L. Boltzmann に学んだ人であるが、Zürich 大学の教授として原子構造論 (Na 原子の Tauschbahn) や揺動の問題、相対性理論と新しい理論物理学の各方面に研究を拡げて居たが、前にも触れたように輻射の量子論に特に<sup>も</sup>関心を有っていた (第 9 章参照)。

彼は de Broglie の研究や Einstein の応用等からヒントを得、通常の量子化則は ‘整数’ なる語を全然用いないポステュラートで置き換え得る。即ち、整数性は、あたかも振動する弦の節点数 (Knotenzahl) の整数性のように、自然な方法で出て来ると冒頭する。先ずこれは水素原子の場合に就き例示されるが、この新見解は一般化が出来、量子則の真の本質に深く触れるものがあると信じるのである。

Schrödinger は言う。通常の量子化説を用いる Hamilton-Jacobi の偏微分方程式  $H\left(q, \frac{\partial S}{\partial q}\right) = E$  で、各一個ずつの独立変数の函数の和として現れる解  $S$  に、積としての  $\psi$  を換え、 $S = K \log \psi$  ( $k$  は作用の次元を有つ) 即ち、 $\psi = \exp\left\{\frac{2\pi i}{h} S\right\}$  とすれば方程式は波動振幅  $\psi$  に対するものとなる。そこでこの方程式の解を求めるのではなく、方程式を  $\psi$  及びその一次導函数の形にした上で変分を施し、その結果得られる方程式  $\Delta\psi + \frac{2m}{k^2} \left(E + \frac{e^2}{r}\right) \psi = 0$ <sup>10)</sup> は、 $r$  の境界点で有限な解を得るためには<sup>い</sup>常数  $E$  が、或る特定な値をとらなければならない<sup>11)</sup>。この特定の値を定めること、所謂固有値問題 (Eigenwert problem)こそ全研究の springende punkt である。即ち、この固有値が結局原子のエネルギー準位を決定するものである。この際連続スペクトルの存在も同時に現れることにも注目を要する。

Schrödinger は彼の考察が de Broglie の位相波のイデーから示唆されたことを快く認めると共に、それとの差違を進行波に対して、定常波の固有振動を導入した点に見ている。彼は函数  $\psi$  を原子中の振動過程に関係づけるのは、電子軌道よ

9) E. Schrödinger, Quantisierung als Eigenwertproblem I. Ann. d. Phys. (4), 79, S. 361 (1926) 今日 II と共に Abhandlungen zur Wellenmechanik (1927) に集録されてある

10) 一般に  $\Delta\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V)\psi = 0$  の形にかかれる此の方程式に対し、後に Schrödinger は  $\psi$  の変化の法則をも含めた  $\frac{h^2}{8\pi^2 m} \Delta\psi - V\psi = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \psi}{\partial t}$  を以て本来の波動方程式 (Wellengleichung) と呼んでいる。Ann. d. Phys. 81, S. 109 (1926)

11) Schrödinger が告白するところによると、彼は当初、この数学的理論に通ぜず、同じ Zürich の数学教授だった Hermann Weyl に教えられるところ多かつたそうである。

りも実在性があり、量子現象も、電子が飛躍すると見るよりも、エネルギーが一つの振動形態から他のそれへ移ると考える方が表象し易いとして多分にこの直観的な見解を重視して居るが、一方、通常の振動の如くならば原子は固有振動の“Potpourri”（ごった）を同時に発射する筈であり、それは唸り (schwebung, beat) のアナロジーから説明されるが、多少技巧的な解釈も要するので、振動過程の表象可能性はより複雑な場合を計算した上で論じることにして一まず中立的な数学的形で展開したのである。

待望の中に現われた「第二報告」では Hamilton 力学と光学とのアナロジーに関する広大な学説史的展望を背景として“波動力学”の基礎づけが行われる。

力学的問題に於ける Hamilton の偏微分方程式と波動伝播の過程との関係は、既に Hamilton 自身、充分に知っていたばかりでなく、彼の不均質媒質の理論から生れた力学理論の出発点になったのである<sup>12)</sup>(1824)。「Hamilton の変分原理は Konfigurationsraum ( $q$ -空間) 中の波動伝播に対する Fermat の原理として把握され、その偏微分方程式は、この波動伝播に対する Huygens の原理を表わすものである。然るに Hamilton 以後光の粒子説の退却に伴い、Hamilton の意味深いイデーはその美しい直観を忘れられ、単に無味乾燥な解析的關係のみが保存された。Felix の如き達眼の士が 1891 年 Halle の学界でその重要性を強調しても、一般の注意を惹かなかつたのであった。これが再び復活されたわけである。

Hamilton の理論はかく示唆深いものであるが、それは本来は力学と波動光学とのアナロジーとは言い難い。何となれば、力学の主として関与する線 (Strahlen) の概念は幾何光学に属してそれに対してのみはっきりした概念である。振幅、波長、振動数のような波動論に重要な概念は力学的な対応物がない。しかし、古典力学も極めて微小な軌道や、非常に急激な軌道の屈曲に対して成立しないことが判明した今日、幾何光学が、波長に対して充分大きくない‘障害物’や‘孔’の存する場合に成立ためのと完全なアナロジーがあると見なければならぬ。そこで“波動的力学”(undulatorische Mechanik) が必要になるが、その建設は Hamilton のイデーを波動論的に完成するのが近道である、かく Schrödinger は波動力学の方法を歴史的に根拠づけるのである。

当時、Schrödinger は‘原子中の電子運動の位相には実在的意義がない’と考える

12) W. R. Hamilton, Trans. R. Irish. Acad. 15, p. 69 (1828); 16, p. 4, 93 (1830) 17, p. 1 (1837)

点では Heisenberg や Born と似て居ったが、‘量子力学の眞の法則は個々の軌道に対する一定の規則にあるのではなく、系の全軌道群の要素がこの法則の中で結合され、あたかも別々の軌道間に或種の交互作用が存立するように見える。’と称して、前記の如く多数の振動の唸りの現象とのアナロジーを信じて居た。之は後に Born 等が批判し、拒けたところである。

しかし、Schrödinger は、それを実験的所与を注意深く分析すれば当然了解されるところとし、一面に於て‘電子の位置’や‘軌道の概念’の崩壊を主張しながらも、それかと言って、一部の学者が原子の中の過程を、空間 時間的思考形態に容れ得るかを疑うのは、余りに極端であり、‘哲学的立場から見て、全くの武装解除に外ならない’とするのである。‘何故ならば我々は思考形式 (Denkeformen) を現実に変えることは出来ないし、その形式の中で理解し得ないことは、如何にしても理解し得ないからである。そのような事物も存在はするが、自分は原子構造がそうだとは思わない。……それは幾何光学者が廻折現象を粗視的光学で確められた光線概念を以て解決しようと試み、それに失敗を重ね……幾何学の法則は廻折現象には適用出来ない、と考えるようなもの’で、このアナロジーと極めて密接な当面の問題でもそれは明かに誤りであると判決した。

彼は Heisenberg 等の研究と自己の学説の傾向の近いことを認め、両者は相補うものであらうと言い、Heisenberg のはスペクトル線の強度を与える点で優れて居るが自己の研究の強味は、‘粗視的と微視的な力学的事象の間を架橋する (die Brücke zwischen dem makroskopischen und dem mikroskopischen mechanischen Geschehen schlagen)’ 点にありとした。

ところが翌月には、遂に彼自身の手にて、Heisenberg-Born-Jordan のマトリックス力学と彼の波動力学との数学的關係が明らかとなった<sup>13)</sup>。Schrödinger は初めは両者の発生的な關聯は全然意識して居らず、勿論 Heisenberg の研究を知らないわけではなかったが、超越代数の方法が難しそうに見えたとし、直観性がないので、たとえ反撥は感じないまでも恐れをなして居たという。

しかし、両理論が古い半古典的量子論と喰い違ふ場合にも相互には良く一致するのは、所謂マトリックス力学の‘眞の不連続理論’と波動力学の‘連続理論’との間には表面上の対立にも拘らず実は極めて密接な内的關聯があることを予想させ

13) Schrödinger, Über der Verhältnis der Heisenberg-Born-Jordanschen Quantenmechanik zu der meinen, Ann. d. Phys. (4) 79, S. 753 (1926)

るが、Schrödinger は、形式的数学的見地から言えば、両者の同一性を言うも不当でないことを証明しようとする<sup>14)</sup>。

この同等性の証明の要ともなったのは  $2n$  個の量  $q_1, q_2, \dots, q_n; p_1, p_2, \dots, p_n$  (位置及びそれに共軛な運動量座標) の函数に対する Heisenberg 独特の計算規則が、 $n$  個の変数  $q_1, q_2, \dots, q_n$  の領域の線型微分演算子 (Differentielloperatoren) に対して、通常 of 解析で成立つ計算とが一致する点に着目したことである。この対応をつけるには、函数中のすべての  $q_l$  を演算子  $\frac{\partial}{\partial q_l}$  で置き換えると、 $\frac{\partial}{\partial q_l} q_l - q_l \frac{\partial}{\partial q_l}$  なる演算子を  $q_k$  の任意の函数に適用すると、元の函数が再現される。即ち、この演算子は Identität である。この簡単な事実が、マトリックスの領域では、Heisenberg の交換関係として表現されて居る。

そこで、例の交換関係を満足するマトリックスを位置及運動座標の函数に相応させ、それぞれ特殊の問題に応じて Hamilton 函数のマトリックスと結びつけ、所謂「運動方程式」を構成すると、Schrödinger の波動力学の微分方程式の自然的な境界値問題を解くことは、Heisenberg の代数的問題を解くことと完全に同等となり、「遷移確率」乃至「線強度」を決定すると思われて居る Heisenberg のマトリックス要素は、すべて (最初はどうかと思われたが) 波動力学からも計算出来ることになった。

従って、両理論の優劣の如きは単に見かけだけである。二義的な計算の便宜上の事である。しかし現今、Kirchhoff や Mach の精神を汲んで、出来る限り、原理上観測不可能な要素を借りず、観測し得る量の間 of 経験的関聯の最も簡単に数学的記述を行う点に物理学の理論の使命を認める学者が少くない。この見地からすれば、数学的同等性は殆んど物理的同等性と同じことである。マトリックス的表現の利点といえは、高々、それが非直観的なので、原子的事象の原理的に検証出来ないような空間・時間的像を造る誘惑がないという位のものであろう。しかも、両理論の同時性は逆方向にも成立つ (即ち、マトリックス力学から波動力学を導出することも出来る) ので、波動力学にも何等の贅物も含まれて居ない。固有函数は「裸なマトリックスの骸骨に肉の衣を纏わせて、直観性の欲求を満足させるような恣意的・特殊なものではなく」従って、「認識論的にも譲るところはない」

14) これは同じ頃 C. Eckart, Phys. Rev. 28, p. 711 (1926) 数物会誌 1, p. 118 (1928) に、独立に稍不完全ながら同等性が示された。

と Schrödinger は論じた<sup>15)</sup>。

寧ろ、Schrödinger をして遠慮なく言わせれば次のような場合には波動力学の方に有利である。

原子力学には本来の光学的問題以外にも、今後の建設に考慮すべき問題が実験物理学の方面から優れて直観的な形で提出されて居る。例えば原子や分子の衝突、電子や  $\alpha$  粒子の原子による屈曲等の問題を論じるには‘粗視的な直観的力学と原子の微細力学との間の連続的推移を概観することが是非とも必要となる。’従って、かような場合いかかわしい認識論的理由で原子理論では直観を抑圧し、単にエネルギー準位とか、遷移確率の如き抽象的概念のみを取扱おうとするのは甚だ困難である、と彼は考える。

この Schrödinger に依て指摘された事実は、勿論マトリックス力学の固有の缺陷を示すものではないが、少くとも当初はその方面から取扱われなかった一つの重要な問題を含むことを否定し得ない。上述のような問題では何等かの意味で‘電子の位置’の如きものを考え得ないならば必然的に直観的な実験の操作そのものが不可能になり了るであろう。Bohr も後に述べた如く、たしかに Heisenberg の最初取扱った光学的な問題ではかかる事情が表面に現われて来なかった。その為に空間時間の如き直観的概念を考えないで済んだのであった。

15) Heisenberg 等も斯く言うのが真意ではなかったことは前章から明らかである。之は正しく Kopenhagen 的な問題提起の様式に一致する。尚 ZS. Phys. 43, §196 の脚註参照。

## 第12章 波動函数の物理的意味に関する初期の解釈

マトリックス力学と波動力学との数学的同等性が証明せられ、個々の物理的問題が主として後者の方法<sup>1)</sup>によって急速に取扱われるに伴い、物質の波動性が通俗化され、他方には Schrödinger の理論に現われる所謂波動函数が如何なる意味を持つかが種々の方面から論じられた。それらの解釈は今日から見れば既に大部分は克服されてしまった単に歴史的興味しかないものであるが、量子力学が如何に古典理論の考え方から一步一步解放され、如何にして全く新しい物理的概念を確立するに至ったかを追体験し、この理論への洞察を深めることは無益な企てではあるまい。

既に前節でも触れたように、Schrödinger は彼の固有値問題の第一報告に於て物質の波動性に対する de Broglie の思想を発展させて、原子振動系としたが、回を重ねるにつれ彼の波動函数に対する解釈も次第に具体化して来た。

Schrödinger の当時の見解は、量子論に特徴的な不連続性を単に外見的なものとして連続的波動論の見地から解明し、以て前述の如き直観的粗視的な現象と原子的現象との間隙を架橋しようとするものであった。従って彼の理論は従来 of 古典理論に対し単に精密化を意味するのみで、理論の対象の概念や、一般に認識論的な立場に大きな変革、転換を意味するものとは考えなかった。この頃の彼の小論文 ‘Der stetige Übergang von der Mikro-zur-Makro-mechanik’ (ミクロ力学よりマクロ力学への連続的移行)<sup>2)</sup>の表題は彼の根本態度の表現と言うことが出来る。

波動函数  $\psi$  に対する彼の解釈もこの基本的な線に沿って居る。即ち座標空間内の一定の  $\psi$  分布は实在空間内の電気の連続的分布と解釈される。電子は原子の全範囲を塗りつぶした (verschmieren) ような一種の荷電雲 (Ladungswolke) であり、電荷の空間密度は  $\rho = -e\psi\tilde{\psi}$  の如く与えられ、その保有に関しては規格化の条件  $\int \psi\tilde{\psi} = 1$ 、流体力学に見る如き連続方程式  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} J = 0$  が成立する。 $\psi$  函数はこの電荷の密度の極めて实在的な電気力学的に有効な変動 (die höchst realen, elektrodynamisch wirksamen Fluktuationen) の總てをただ一つの偏微分方程式に依て数学的に処理し概観する役割を演じる。

特に之が  $n$  個の結節点として  $n$  個のループを有する空間中の定常波となる場合

1) これは多くの物理学者が超越代数よりも解析に習熟して居たという理由から説明される。

2) Naturwiss. 14, S. 664 (1936), Eddington の The Nature of the physical world p. 211 以下に可成り詳しい通俗的紹介がある。

には、その振幅  $\psi_n e^{2i\pi\nu_n t}$  は、原子の 1, 2, …… ,  $n$  番目の定常状態に  $-e\psi_n \tilde{\psi}_n$  なる電荷密度を励起させると電磁波動論的に考えられる。この定常的振動の結節点やループの位置は時間が経っても変じないから、電磁的な光波も発射吸収しない。斯くして定常状態が輻射に依てエネルギーを失わない理由が説明される。

一方、この種の二つの定常波は、相互に干渉し合うと考えられるが、物質波  $\psi_n e^{2i\pi\nu_n t}$  と  $\psi_m e^{2i\pi\nu_m t}$  が重畳されると、その密度  $\rho_{mn}$  に対し、 $m - n$  個の高低を有する唸りが起り、その位置は  $\nu_m - \nu_n$  なる振動数を以て時間的に変化する。Maxwell の理論によれば  $\rho_{mn}$  は振動数  $\nu_{mn} = \nu_m - \nu_n$  なる電磁波を発射せしめるが、これは Rydberg-Ritz の結合関係にほかならない<sup>3)</sup>。

しかし、この Schrödinger の考えの如く、總ての固有振動が同時に惹起されて干渉するとすれば、原子は同時に多くの定常状態に在ることになり、これは Bohr の根本要請にも戻ることになる。勿論原子内の過程は非常に複雑な現象で、彼の主張を直ちに否定し得ないとしても、この辯解は‘未知の国土へ進入するに当って、兵糧を給する郷土観測の国と通ずるすべての橋を自らの後に断つものである’<sup>4)</sup> という批評を受けなければなるまい。同一の原子から多数のスペクトル線が実際同時に発射されるとしても何等経験に矛盾しないという彼の見解<sup>5)</sup> は個々の原子は常に或る決った定常状態に在ることを確めた Franck-Hertz の実験結果と撞着するものである。

Schrödinger は荷電雲に依て或意味で Ruckkehr Zur elektrostatischen und magnetischen Atommodellen を語り得るとするが<sup>6)</sup>、荷電部分相互の静電的反撥が如何にして避け得られるかの疑問はこれに対して躓きの石である。

かくて Schrödinger は物質の粒子的性質を説明するに粒子自身が波動場から構成されるという考え方を提出し、原子の高い励起状態では固有振動の和は極めて狭い空間範囲を除き、相互に干渉し合って打消す結果、微小な wave packet を生ずると指摘し、まず調和振動子の例に就て、それが一定の微小な波堆をなして運動することを証明した<sup>7)</sup>。これは波堆が小さく保たれる限りその重心は古典力学の運動方程式に依て決定される軌道に沿って運動することを証明した P. Ehrenfest

3) Schrödinger, Abhandlungen zur Wellenmechanik, Inhaltsangabe VI.

4) M. Born, ZS. f. Phys. 40, S. 169

5) Ann. d. Phys. 79, S. 375 (1926)

6) Ann. d. Phys. 81, S. 139 (1926)

7) Naturwiss. 14 S. 664 (1926)

の定理<sup>8)</sup>と照応して一応有望に思われ、幾何光学とのアナロジーも完うされるかの外観を呈するが、実は却って此の点で彼が出発点とした光学とのアナロジーは破れ去るのである。何故ならば光には wave packet の如きものは存せず、斯様なものが存在せばそもそも光量子のイデーも贅物に過ぎなかつたであろう。

そのみではない。Born は先ず調和振動子の特殊な例が何等 wave packet の実在性を証明するものでないことを指摘したが、Heisenberg も評する如く調和振動子以外のすべての場合にはその振動数は基本振動数の整数倍ではないので、時間が経つにつれて波堆は全空間に拡ってしまふのである<sup>9)</sup>。

加うるに Schrödinger も早く認めていた如く、 $\psi$  函数で記述される波動は一般に通常の三次元の実在空間内の過程の直接の記述ではなく、任意の力学系へ適用すれば一般化された  $q$ -座標空間 (konfigurationsraum) で記述する必要を生じ、例えば  $N$  個の等しい粒子の密度函数  $\rho = \psi\psi^*$  は  $3N$  次元の座標空間に対してのみ定義されるから<sup>10)</sup>、通常用いられる言葉の意味では、波動が‘実存する (existieren)’とは言えない。‘現実の事象が正確には、唯波の運動に依てのみ記述されるが、これは必ずしも現実に存在するものが波の運動であることを意味しない’とは彼の告白である<sup>11)</sup>。

かくて原子的事象に対して最も有力な数学的手段を決する Schrödinger の波動力学もその基礎的概念たる波動函数  $\psi$  の物理的意義に関しては彼自身から満足な説明は与えられなかった。Eddington は Schrödinger の理論が Heisenberg, Dirac のそれに比して最も大衆的であるのは、それが誤解されるに充分な程簡単な為であろう。彼の考え方がそのままの形で長く生き残るとは思われぬ、と一流の批評を下したが<sup>12)</sup>、実は Schrödinger の解釈の不徹底は深くその認識論的素朴さに由来するものと見なければならぬ。

L. de Broglie や Schrödinger の波動力学の創唱には、嘆賞すべき天才的直観を否定し得ないが、両老の業績は何処までも素朴な自然的立場を離れず、アナロジー

8) ZS. f. Phys. 45, S. 445

9) ZS. f. Phys. 45, S. 184 (1927) 以上全体に対して H. Hönl u. C. Eckart, Phys. Zeitschr. 61, S. 89-119, S.145-165 (1930) の総合報告の特に IV 及び V 参照。

10) 再度量子化 (zweite Quantelung) の方法によれば、その parameter は通常の数  $x, y, z, t$  となるが、 $\psi$  粒子数と共に matrix となる。Pauli, P. W. S. 198; Jordan. A. Q.T. S. 228

11) Schrödinger, Wave Mechanics, §1, 928

12) Eddington, The nature of the physical world, p. 211. Schrödinger の波動は物理的空間には存せず configuration space に存するのであるから、彼の wave-mechanics は ‘not a physical theory but a dodge’ と例によって奇矯な評を飛ばしている (p. 219)

に依って古典粒子力学の軌道概念を波動概念に置き換えるにあった。いわば特定の物理学的概念を他の特定の概念に換えたのであって、それらの概念そのものの成立の批判，概念構成の方法に対する深刻な反省を缺いていた。それは従来力学の精密化であっても直接無媒介の移行であり，Heisenberg の場合の如く根本的な否定に媒介された飛躍を伴わない。これがあらゆる計算上の成功にも拘らず，原理的問題の解釈の段で彼等が躓いた理由であった。

Schrödinger が波動函数  $\psi$  に依て表現される波動を実在的に解釈する上に一つの障害として認めて居たものに  $\psi$  が複素 (Komplex) 函数であって、系の状態について何等かの結果を得るには常に二つの波動函数を要するという事があった。即ち、ただ一つの質点がポテンシャルエネルギー  $U(r)$  の作用下に運動する場合の Schrödinger 方程式では必ずしも  $\psi$  を Komplex とする必要はない。それは任意の一定複素因子を除いては reelle であるからだ。然るに一度 Vektorpotential  $\mathfrak{A}$  の導入を行うときは、最早  $\psi$  は Komplex となるが故に、原則的には  $\psi$  は常に複素函数と考えざるを得ない<sup>13)</sup>。

後に Paul Ehrenfest は  $\psi$  の複素性の本質に就て公開の論文に於て学者の解答を求めたが<sup>14)</sup>、W. Pauli は唯一つの実函数を以てしては体積積分に依って時間的に一定などとも負にならぬ確率を構成し得ないからだと答えた<sup>15)</sup>が、 $\psi$  の実部分は時間に就て一次の微分方程式を満足しないことが注意された。確率が四次又はより高次の形なくして済むことは、唯結果が教えるのみである。又、Dirac の相対論的電子方程式の場合には多くの  $\psi$  函数に依って確率函数が構成されることは人の知るところであり、meson の場合に困難が生じた<sup>16)</sup>ことも注意さるべきである。

波動場の量子化に依れば  $\psi$  と  $\tilde{\psi}$  の交換関係から Bose-Einstein 統計では尚物理的に不合理ではないが Fermi-Dirac 統計に従う粒子の場合には  $\psi$  とその共軛の  $\tilde{\psi}$  函数は交換関係がプラスを含むので全く離れた空間点に於ても同時に精確には測れぬという不合理を生じる。これは一定の位置で一定の時に  $\psi$  の値を測定する実験の存在せぬことを意味し、これは数学的には輻射と物質との交互作用の場合にも物質部分は  $\psi$  の二次の項のみ、即ち  $\psi\tilde{\psi}$  の形でのみ之を含むことを意味する<sup>17)</sup>。

13) Jordan, A. QT. S. 160

14) ZS. f. Phys. 78, S. 555 (1932) 科学 3, p. 389, 425 に犬井鉄郎氏の紹介あり。

15) ZS. f. Phys. 80, 573 (1933) 及び Pauli, P. W. S. 91. 尚 E. C. Kemble, The fundamental principles of q. m. p. 34 には Frenkel の注意とあるが恐らく original は Pauli であろう。

16) Kemmer, Proc. Roy. Soc. 166

17) Heisenberg, P. QT. S. 39

之に反し純粋状態に於ける  $\psi\tilde{\psi}$ ,  $\frac{\partial\psi\tilde{\psi}}{\partial t}$  は原則的には観測可能な量であり, 或る一定な時刻  $t$  に於ける両者の値を知れば, trivial な一定位相の常数因子を除き,  $\psi$  それ自身を決定する。純粋状態の  $\psi(t)$  は原則的には決定されることは E. Feenberg が証明した<sup>18)</sup> という。

Schrödinger の解釈と対立して現れ, 忽ち<sup>たちま</sup>広く学界の賛成を得たのは Born の統計的解釈である<sup>19)</sup>。

嘗て Einstein が光量子仮説を提出した際, Maxwell の波動論を統計的平均と解釈し, de Broglie の物質波を応用する場合にも確率の概念を予想したことは既に述べた。Born は, 前期量子論が企てて遂に成功を見なかつた非週期系の量子論, 特に衝突の理論を新しい量子力学の立場から攻略しようとしたが, マトリックス力学からは困難であったから, Schrödinger の波動力学に頼ることになった。かかる問題に直面して空間時間内の過程の記述を諦めた Heisenberg の見地に満足し得なかつた Born は, 一時は波動力学こそは量子法則の最も深い表わし方であるとまで考えたのである。しかし, Schrödinger の如く物質波に‘光波が有つと同様の Realität を帰する’考え方にも賛成出来なかつた。ここに Born は波動に‘第三の解釈’を与えるものとして, Einstein が提唱した光量子が進む方向の確率は与えるが, それ自身としてはエネルギーも運動量も有たぬ幽霊場 (Gespensterfeld) の概念を電子の運動へ転用し, その運動方向の確率を与えるものとして, Schrödinger の幽霊場より適当には誘導場 (Führungsfeld) と見做したのである。そこで電子の運動は単にエネルギー及び運動量保存則で制限されるだけで一定の軌道に対してはそれぞれ波動函数の値の分布に従って確率が与えられるのみである。しかしこの確率の時間的变化は Schrödinger の波動方程式で決定されるので, paradoxical に言えば‘粒子の運動は確率則に従い, 確率そのものは因果法則に一致して伝播する’わけである。(Born の最初の確率的解釈の定式化と後の一般的統計解釈との関聯に就ては第 12 章参照)。

衝突現象に適用されて成功した確率論的解釈は, Gamow や Condon-Gurney が

18) E. Feenberg, The Scattering of slow electrons in neutral atoms, Tjesis. Harvard Univ. 1933 (Kemble, 前掲書 p. 71 による)

19) ZS. f. Phys. 370, s. 803 (1926) に‘衝突現象の量子力学’と題して予告的な報告があり, 38, S. 863 (1926) で同じ表題で詳細に論じられた。尚量子力学に於ける断熱原理を論じた ZS. f. Phys. 40, S. 169 (1926) に於ても Schrödinger を批判しつつ統計的解釈が再論されている。

原子核からの  $\alpha$  粒子の漏出を論ずる際に利用され<sup>20)</sup>輝かしい確証を得た。 $\alpha$  粒子が核のポテンシャルの山 (Gamow-Berg と呼ばれる) を越えるか、反撥されるかは全く確率的にのみ計算される。この確率は粒子のエネルギーの連続函数であって、古典力学ではポテンシャルの山の高さ (数学的な一線) を境界として、通過するか反撥されるかが不連続的に変るが量子力学的にはこの確率の変化は却って連続的である。

不連続の概念の導入を特徴とする量子力学は、これらの問題では確率概念の導入によって連続性の原理をも包摂し、古典論的な不自然な不連続性を解消せしめる。この事態は古典力学の非現実性と量子力学の現実把握の哲学的深さを看取せしめるものとして極めて興味深いものがある。即ち量子力学は波動函数の確率的解釈に於て、實在の統計的連続性と個別的な不連続性、理念的必然性 (学問的可能性) と非理念的偶然性、理論の予料性 (未来性格) と測定結果の既定性 (過去性格) の如き対立概念の本質に重要な洞察を与えるのであるが、これに就てはこれらの対立の物理学的な相互補足性を論じる際に縷説する機会があろう。

さて、上述の如きポテンシャルの山による波動の分裂は  $\psi$  函数の確率的解釈を根拠づける一方、波動の實在的解釈には致命的な打撃を加えることになる。Einstein は 1927 年の Solvay 会議で、次のようなパラドックスを提出した。即ち細隙から出た波動又は半透明の反射鏡についての思考実験に於て測定に際して波動 Packet は超光速で収縮することになる。その他にも幾多の思考実験が最初有望に思われた波動の實在論的解釈に対するパラドックスを提供した<sup>21)</sup>。

このような有利な状況に恵まれて Born が提唱した波動函数の確率的解釈は、それが内含する曖昧さを深く検討されずにやがて学界に広く流布し常識化するに至った。この事実は同時に Born が付け加えた決定論 (Determinismus) 否定の問題を学界論議の題目とするに十分な理由を与えるものであった。Born に依れば Schrödinger の波動力学は衝突現象に明確な解決を与えるが、これは '何等の因果関係' を取扱うものではない。新力学の立場から言えば個々の粒子に就て衝突の

20) G. Gamow, ZS. f. Phys. 51, S. 104 (1928) etc. E. V. Condon & R. W. Gurney, Nature. 122, p. 439 (1928) etc.

21) 1905 年以来 Einstein は今日に至るまで粒子派である。C. G. Darwin, The new conception of matter (1931) は 'Science' に掲載された講演を材料とする良き通俗書であるが、此の問題を興味深く取扱っている。例えば波動は時と共に拡がるので若しそれが實在ならば地質学的に見出される莫大な年月を経た化石は拡がって居るべきに事實は之と反すという類である。L. de Broglie, Introduction à l'étude de la mécanique ondulatoire (1930) (渡邊慧氏訳波動力学) も此の種の思考実験に触れて居る。

結果を因果的に確定する量はない。そのような原子の内部的性質は経験的根拠がない。我々は将来かかる性質（例えば原子内の運動の位相の如き）が発見されてそれが個々の量子的事象を因果的に決定すると期待すべきであろうか。或はまた因果的経過に対する条件を与え得ない点で理論と経験とが一致して居るのはそのような条件が存在しない事に基く一種の予定調和 (prästabilierte Harmonie) と信ずべきであろうか。Born は斯く反問して‘自分は原子的世界に於ける決定性を放棄することに傾いて居る’が、これは一つの哲学的問題であって物理的議論だけで解決されないと用心深くつけ加えている。何れにせよ実際的には実験物理学者も理論家にも不決定論が成立ち、実験家に依て種々と研究された “Ausbeute 函数  $\varphi$ ” は理論的にも厳密に把握される。斯くして樹立された‘力学と統計学との緊密なる結合’は後の研究方向を規定するものであった<sup>22)</sup>。

既に Brown 運動の確率論的理論の成功以来、Smoluchowsky<sup>23)</sup>、Schottky、R. v. Mises 等の統計的研究家或は物理的研究の体験から、或は Hume、Mach の流れを汲む実証主義的傾向から、屢々自然現象のアプリオリな因果決定性の学説に反対し、確率的法則を以てこれに代るべきものと主張して居たが、これは 1916 年–17 年 Einstein の輻射論で spontaneous emission が確率的に取扱われ、‘無原因な過程’として解釈されることに依り益々有力となって居た。

面白いことは Schrödinger その人が波動力学建設より数年以前 Zürich 大学への就任演説 ‘Was ist ein Naturgesetz?’(1922)<sup>24)</sup>に於て粗視的現象に於ける厳密なる因果決定性は実は無数の要素的過程の結果たるに過ぎず、絶対的一次的な偶然を全くのナンセンス、論理的不合理なるかに思わせるのは、単に数千年間因果的に考え来った習慣的思考 (Denkgewohnheit) の結果であると説明した。

既に習慣的思考が統計的法則性に由来する以上、要素的過程の絶対的因果性を支持する何等の合理的根拠もない。寧ろ、そのような因果性を統計性と同時に認めるのは自然過程を二重化するものであり、それが可能であるとしても経験を越えた主張であるから、拳証の責任は絶対的因果性を疑う者にでなく辯護する者の

22) ここで Born は ‘熱力学的 統計的基礎概念の修正’を期待しているが、これは同じ Göttingen にいた数学者 J. v. Neumann に依て間もなく実現された。

23) Smoluchowski, Naturwiss. 6, S. 253 (1918)

24) Naturwiss. 17, S. 9 (1929)

側にあるとした<sup>25)</sup>。

Schrödinger はエネルギー則が要素的個別的な過程では成立しないことも考え得るとし、仮にエネルギー則と運動量則が成立つとしてもそれだけでは四つの方程式が与えられるだけで未だ多くの不決定を残すと注意している<sup>26)</sup>。

この思想が Bohr-Kramers-Slater の説に面して拍車をかけられたことは既述に述べた通りである。後に J. v. Neumann は因果性の数学的否定の証明と関聯して Schrödinger を引照しているが両者のこの問題に対する解釈の類縁性はここにも窺われる<sup>27)</sup>。

この後間もなく、量子及波動力学の誕生とその解釈の発展に伴い、特に Born の確率波の思想は因果性の問題に決定的影響を与えた。Born 自身もこの点に注意を促したことは上述の通りであるが、マトリックス力学建設に際しての彼の協力者 Pascual Jordan は‘近代物理学に於ける因果性と統計’<sup>28)</sup>と題する小論文で、因果性の存立は物理学的法則一般の存立と同意義ではない。自然法則は物理的場を支配する微分方程式であるが、因果性それ自身は一つの自然法則ではなく、或る時間的に離れた世界領域内の物理的依存性を言表わすものとして自然法則からの数学的帰結、即ち、双曲的微分方程式の数学的理論を自然法則に適用して得られる命題に過ぎぬと論じ、量子力学では古典的場の理論と異り、この数学的條件が満足されぬから因果性は成立しないと断定した。彼に依れば量子力学では、現在すべての確率を計算出来るが、尚それを理解したとは言われぬ。我々が今後為すべきことは、總ての確率を独立な基本確率 (Elementarwahrscheinlichkeiten) へ帰着せしめて恰も賽の六つの面が等しい確率を有つように‘自然の為すことに何等の規則もなく、一をなすも他をなすも共に可能で両者の確率は等しい’という単純なところまで突き止めることだという<sup>29)</sup>。この‘自然が偶然に行う決定 (Entscheidung)’への還元を理想とする多分に素朴な偶然論がどの程度まで量子力学と必然的な関聯をもつかは後章で詳細に説明することにして、我々は今少しく Born に依る波

25) このような説明は Hume の習慣説の外、主意的な立場の哲学者や Nietzsche や Pragmatist の間にも見られる。

26) Schrödinger はこのような思想を O. W. Richardson, *The electron theory of matter*, 2nd ed. p. 507 (1916) 及び特に F. Exner, *Vorlesungen über die physikalischen Grundlagen der Naturwissenschaften* S. 645–702 (1919) から影響されるところが多かったようで度々引用している。

27) J. v. Neumann, *Math. Grund. d. Q. M. R. v. Mises* らの初期の見解も例外でない。

28) *Naturwiss.* 15, S. 105 (1927) 及び Born, *Naturwiss.* 15, S. 238 (1927) も *Mechanik* と *Statistik* の融合を説いて同様の立場を表明した。

29) Jordan, *Naturwiss.* 15, S. 105 (1927).

動函数の確率的解釈を検討して見よう<sup>30)</sup>。

上述の Born, Jordan 等の確率的解釈の中には、波動を単に確率とする反面に物質の基本構成部分自体はやはり一種の粒子であるとする見方を潜めては居ないであろうか。このような可能性は既に光量子仮説でも考えられたことである。しかし光量子論の場合には、粒子説を固執する限り、幾多の解決し難い矛盾が起って来ることは既に見た通りである。物質粒子の場合には如何であろうか。

無批判的に粒子的表象を取り入れる余りには図式的 (Schematisch) な統計的解釈は次の如き難問に逢着せざるをえない。

そもそも、Heisenberg, Born, Jordan の量子力学創唱の方法論の精神は、電子の運動の位相の如く観測不可能な量の導入を拒けることを一つの特徴とした。然るに例え確率的に支配されるにせよ、粒子像を保存することは結局、‘電子の位相’の如き概念に帰るものであり、観測不可能とは全く主観的な不可知以上のものでなくなってしまった。その結果熱力学の法則を古典力学からの偏倚として説明せざるを得なくなる。これは明かに出発点の精神と撞着するものと言わねばならない<sup>31)</sup>。

一方に於て、粒子像を物質の基本的要素に予想することは、統計力学に於て何故 Boltzmann の数え方が成立たず、古典的粒子像とは相容れぬ Bose や Fermi の数え方が経験と一致するかを理解することが困難になるであろう<sup>32)</sup>。

更に Bohr-Heisenberg が指摘したように、水素原子の核の Coulomb 場にある電子は、若し  $E_n$  なるエネルギー状態にあるとすればこれは負の値であり、核から  $r = \frac{e^2}{|E_n|}$  なる最大距離以上には在り得ない。然らざれば、その運動エネルギーが負になるからである。ところが、確率密度  $\psi\psi^*$  は充分遠くでも尚、有限の値を有する。これは明かに矛盾である。又、密度が時間と共に変わらぬ定常状態では、双極子の各はその両極間に働く力が存在するにも拘らず static でなければならぬ。これも不合理である<sup>33)</sup>。

30) 一方に於て Born の見解は多数原子に就ての統計的のみが意味がある。Mikro-koordinaten は測れぬとしたが、之は Schrödinger-Exner 流の段階であって、Wilson 霧函等の実験に徴してもかかる言い方は適当でない。Naturwiss. 15, S. 238 (1927), cf. M. Strauss, Erkenntnis 6, S. 90 (1936)

31) Schrödinger は Born 等の統計的解釈を批評して、原子の古典的な像に基くエネルギーとか運動量の如き量を測定することは、その基く像が明らかに誤っていることが知れているのに、尚それに基いて測定を解釈するのは、いささか大胆にすぎはしまいかと言っている。London での講演 Wave Mechanics (1928) の終りでこれについて述べている。

32) P. Langevin, La notion de corpuscules et d'atomes actualités scientifiques et industrielles, Nr. 132 (1934) p. 36 は独得の客観主義的唯物論的見地からではあるが同様の意見を示している。

33) Heisenberg, P. Q.T. S. 25 以下、及び A. Landé, Principles of quantum Mechanics (1937) p. 5 参照。これに反

このように粒子像を予想する波動函数の統計的解釈は再び新しき矛盾に直面するものであり、今日尚<sup>なお</sup>広く普及している確率波の法則で導かれる粒子という観念は、波堆<sup>も</sup>を以て粒子に置き換える Schrödinger の観念と同様に極めて obscure な内容しか有<sup>も</sup>たない。即ち、我々は波動函数の平方を以て ‘an sich’ な粒子の確率分布とは解釈出来ず、古典的気体運動論で単純に古典力学の法則を否定して得られるような統計的見方により、因果性の単なる否定としての偶然性を量子力学に当てはめることは正しいものとは考えないのである。

---

し、Schrödinger の密度が遠方で有限な事実を電子は古典的には到り得ない箇所へも量子論的には行き得ると解する H. Dänzer, Grundlagen der Quantenmechanik (1935) S. 30 等は余りにも素朴に陥っている。

## 第13章 変換理論より不確定性原理へ

Born が最初に波動力学に統計的解釈を試みた際には彼の定式化は次の如きものであった。

任意の函数  $\psi$  を状態の固有函数  $\psi_n$  で

$$\psi = \sum_n c_n(t) \psi_n$$

の形に展開した場合  $|c_n(t)|$  は与えられた時間に原子系が  $n$  番目の定常状態に在る確率であると。

その限り、今日から見れば彼の統計的解釈は極めて局限された内容しか有たなかつたのであるが、次いで Pauli は波動函数  $\psi_n(q)$  そのものにも確率論的な解釈を試み  $|\psi_n(q)|^2 dq$  を以て系が  $n$  番目の状態に在るとき座標  $q$  が  $q$  と  $q + dq$  との間の値を通る確率とし、一般に  $q, \beta$  を二つの量子力学的量とするとき、 $\beta$  が  $\beta_0$  なる値を有することが知れて居れば、 $q$  が  $q_0, q_0 + dq$  間の値を取る確率は、

$$|\psi(q_0, \beta_0)|^2 dq$$

で与えられるというイデーを提出した<sup>1)</sup>。

この Pauli のイデーを一般化し、量子力学の基準変換の理論として発展させたのは P. Jordan であった。即ち、 $\psi(Q_0, q_0)$  が前述の如き意味を有する確率振幅ならば、

$$\psi(Q_0, \beta_0) = \int \psi(Q_0, q) \psi(q, \beta_0) dq$$

なる変換函数は、与えられた  $\beta$  に於ける  $Q_0$  の振幅であるポスチュラートを構成し、通常確率計算の結合法則に従うものが確率自身ではなくて、その振幅であることに注目して量子力学に於ける確率の‘干渉’と称した。同じ頃、F. London は変換理論を無限次元 Hilbert 空間に於ける座標系の廻転として取扱った<sup>2)</sup>。

この当時、Heisenberg は Kopenhagen の Bohr の処で“量子力学に於ける多体問題と共鳴”の研究をして居たが、之に關聯し、不連続論の立場から‘量子力学と揺動 (Schwankung) 現象’<sup>3)</sup>なる論文をものし、その中で理論と実験との間に新しい接触点を見出した。

共鳴して居る二つの原子系、即ち一方から他方へ、及びその逆にエネルギーが

1) P. Jordan, ZS. f. Phys. 40, S. 809 に依る

2) F. London, ZS. f. Phys. 40, S. 501 (1926)

3) Heisenberg, ZS. f. Phys. 40, S. 501 (1926)

脈動している場合を考えると、系のエネルギーを表わすマトリックスの対角線要素でその時間的平均が得られると仮定するのである。Heisenberg は計算された時間的平均値は、このエネルギーが一方の量子化された値から他へ不連続的に変じる（勿論この転移の時に就ては何等知ることは出来ないのである）という仮定から期待される処と正しく一致することを証明した。

Dirac は Heisenberg と共に Kopenhagen に居たが、上記論文の内容を発表に先立って知り得、この結果は広く拡張しうるものと考え、任意の力学変数の時間的平均値の問題へ進んで変換理論に到達した<sup>4)</sup>。これは Dirac 自身が、その変換理論を論述し量子力学を一応完結せしめた‘量子力学の物理的解釈’なる論文の冒頭で述べたところであるが、我々としては寧ろ Heisenberg が上記の研究に於て摂動論の方法を用いた事に興味ある示唆を見る。原子の擾乱を受けていない系  $H = H_0$  が  $\alpha$  なる状態に在ったとして、(衝突や突然の擾乱等の) 摂動  $\lambda H_1$  が突然挿入された場合、 $\beta$  なる状態に見出される確率は  $W$  なるエネルギーの函数の時間的平均値  $f(w) = \sum_{\beta} |S_{\alpha\beta}|^2 f(w_{\beta})$  の係数を定める変換  $f' = s^{-1} f s$  の要素  $|S_{\alpha\beta}|^2$  で与えられるとした点に変換理論との深き関聯を見出すと共に、測定の際の擾乱と測定値の統計的分布という後の重要な解釈問題の萌芽をも認めるのである。

Dirac-Jordan の変換理論に就ては後の測定の問題を論じる際により完全な物理的解釈を述べることにするが、Dirac が‘量子化されて居ない’連続的な固有値のスペクトラムの問題へ一般化するために上記論文で  $\delta$ -函数なる数学的には極めて不自然的な所謂‘improper function’<sup>いわゆる</sup> を記号的に導入して位置や運動量の如き連続量をも変換理論に包摂したことは注目すべきで、この  $\delta$ -函数を避けるために J. v. Neumann が Hilbert 空間の抽象化を試み、不連続論と連続論との融合を数学的に完成したことは後に触れよう。我々は Dirac も Jordan も、座標  $q$  に一定値を与えれば運動量  $p$  のすべての可能な値は等確率であると述べたことが次に来る Heisenberg の不確定原理に示唆するところがあったのではないかという推測を付加して置こう。

Dirac 及び Jordan の変換理論こそは、量子論に於て、一般的に古典論に用いられた概念を合理的に使用することを可能ならしめたものであり、次いで述べん

4) Dirac の  $q$ -number の理論はこの変換理論と俟って始めて stationary state に従って配列したマトリックスの制限から解放し、ここに始めて Schrödinger の波動力学の全内容は量子力学の完結した体系の内に止揚されて了うことになった。

とする Heisenberg の不確定性関係の Fromal には、量子力学の理論体系に於ける Transformationstheorie の核心の派生せる関係に外ならない。

Heisenberg が量子力学建設の第一歩に於てひとまず、古典的なモデルを放棄して実験的に与えられた数の間の関係を導くことを目標としたことは既に第 10 章で述べたところであるが、彼がその際取扱ったのは後に Bohr の批評にもある通り、光学的な、時間空間的な記述や観測の問題が前面に現われないような問題であった<sup>5)</sup>。そこで、衝突問題等を例にとって Schrödinger のマトリックス力学の抽象性の批判も出たのであった。

それにも拘らず Heisenberg の直観性を放棄した、数学的形式は日常の感覚的表象からとり来った直観的モデルを基にする必要はないという否定の意義は何処までも尊重されねばならぬ。其の後の発展は益々この方向へと転化するのである。それは今後と雖も変わらないであろう。だが実にその故にこそ、我々はその抽象的形式の解釈、結局に於ては我々の知覚に媒介される実験結果との関係を問い、真摯な考究の対象としてその抽象的形式が単に机上の数学的遊戯に終らぬために、物理的意義を問う必要が生じる。それは通俗的解説という如きものとは本質的にその使命を異にする。それは exakt ではないが streng な点に於て劣らない。また之によって、前の否定が覆されるのではない。否定の契機はどこまでも以下の直観的内容の一面として働いて居らねばならない。

しかし、Heisenberg 自身が研究を積んだ、Bohr を中心とする学派の所謂‘Kopenhagengeist’は本来、理論が単なる数学的形式に墮することを戒めて、どこまでもその物理的意義を重んずるものであって、直観的把握を軽視する筈はないのである。‘物理学的理論は、この理論の実験的結果をあらゆる簡単な場合に質的に (qualitativ) 考え得、同時にこの理論の適用が決して内部矛盾を含まぬことが認識された場合にこれを直観的に理解したものと信ずる<sup>6)</sup>。’1927 年の春、Heisenberg は Kopenhagen に於いて、斯く冒頭しつつ、‘量子論的運動学及び力学の直観的内容に就て’劃期的な解釈を展開した。

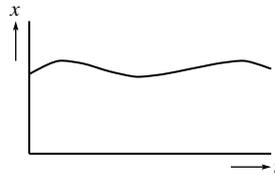
量子論を直観的に解釈しようとする試みは、従来屢々行われたが何れも内部矛盾に充たされたものであり、不連続論と連続論、粒子論と波動論の対立となって

5) Bohr, AT. NB. (S. 47)

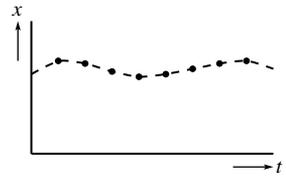
6) ここに Hegel の所謂、本質論の段階から概念の自覚、概念論への移りが遂行されねばならぬ。

現われて居た。しかし嘗て<sup>かつ</sup>相対性理論の<sup>もたら</sup>齎した認識論的<sup>たび</sup>反省はこの度も極めて教訓的である。我々が日常習慣的に用いる直観的な時間、空間や運動の概念が直接の経験を超えた巨大な世界や極微の領域で成立つか否かは‘我々の思惟法則からも（日常の）経験からも推論することが出来ない。’既に量子力学の出発点が古典力学の Extrapolation に対する批判<sup>7)</sup>であり、日常の運動学的概念からの訣別ではなかったか。

量子論的領域に於ても空間時間の幾何学は相対論的影響を度外視し得る限り、直ちに修正の必要はないかも知れぬ。之に反し、運動学的、力学的な関係は、量子力学の根本要請たる  $pq - qp = \frac{h}{2\pi i}$  が



第 1 図



第 2 図

質量、位置、速度の間に成立つ点から見ても疑問を抱かしめる理由が充分にある。微小領域では何等かの意味で、不連続性が特徴をなすことを認めれば、そこでは‘位置’や‘速度’の概念が修正を要することは plausible である。例えば質点の一次元の運動を考えるに、連続論では粒子の軌道として径路の曲線  $x(t)$  を描き、その正切が速度を表わす。（第 1 図）この‘速度’は 17 世紀以来、古典運動学の極めて成功的な極限概念に基く Dogma であった。否、既に古代に於てかの有名な Elea の Zenon の運動否定論を反駁した Aristoteles 以来の連続性に基く Dogma であった。これに対して不連続論では一列の点が有限の間隔で現われる。（第 2 図）この場合には一定の位置での速度を云々することは明らかに無意味である。何故ならばこの場合には速度は二つの位置を借りて決定され、その結果、各点には二つの異なる速度が相応することになるからである<sup>8)</sup>。

そこで、これ等の運動学的、力学的な概念を厳密に検討し、この概念の有効な範囲と限界を明らかにして、従来量子論の直観的解釈に免れなかった矛盾を解明するという Kant 的な意味で批判 (Kritik) というに相応しい 課題が生じる。Heisenberg は如何にしてこの困難な課題を解決するであろうか<sup>9)</sup>。

7) 即ち充分大きな質量を想定すれば、量子力学に於ける幾何学的諸関係は古典力学に於けるそれへ任意に近似せしめ得る。

8) Schrödinger も同様の事態を指摘している。

9) Heisenberg はこの際 Bohr の研究（例えば ZS. f. Phys. 13, S. 117 (1923), Einstein の波動場と光量子との関係の議論, Pauli の Handbuch d. Phys. XXIII の Quantentheorie(1928) に負うところがあり、特に Pauli の著書は量子力学の出現に依ても本質的には余り変更を要せず、当面の問題も部分的には解答されて居り、彼との談論、通信に得るところ多かったと述べている。

或物体，例えば電子の‘位置’という言葉に依って何を理解すべきかを<sup>せんめい</sup>闡明するには‘電子の位置’を測定するための一定の実験を挙げねばならない。然らざればこの言葉は何の意義も<sup>も</sup>有たない’。

この見地こそ Heisenberg の解釈の根幹をなす中心思想であり，ひいては量子力学否科学一般の実証的精神，<sup>むし</sup>寧ろ適切には operational definition を表現するものと言えよう。

これはまた，Einstein が相対性理論の出発点に当って‘同時性’の概念を定義するために(思考上の)物理的経験を必要としたのと軌を一にして居る<sup>10)</sup>。曰く‘物理学者にとっては，概念というものはその概念が当たっているか否かを具体的な場合に見出す可能性が与えられて初めて存在する。’即ち，同時刻という概念の定義は，二つの具体的な事象が同時に起こったか否かを‘実験によって決定する方法を与える’ような定義でなければならない。‘この要求が満足されぬ限り，同時刻ということに何等かの意味を結び付け得る信じるならば物理学者として(物理学者でなくとも!)自ら欺くものである<sup>11)</sup>。’この定義のために光信号が提出されたことは周知の通りである。

電子の位置を測る実験として原理上の問題であるから思考実験で<sup>さしつか</sup>差支えないので，顕微鏡で直接位置を見るという意味で Heisenberg は有名な  $\gamma$  線顕微鏡なるものを例に採った。位置を正確に測定するには照射する光の波長が短い程よい。しかしこの際一つの副作用 (Nebenumstand) がある事を見逃してはならぬ。即ち電子は  $\gamma$  線で照射された瞬間，Compton 効果を蒙ってその運動量を不連続的に変じ，この変化は波長が短い程大で，結局 Compton 効果の公式から位置  $q$  及び運動量  $p$  を同時に測定する際の両者の誤差は

$$\Delta p \Delta q \sim h$$

となる。これが最初の彼の推論であって，ここでは測定の際に避けられない観測手段と対象との交互作用，即ち Compton 効果が，この所謂不確定性関係<sup>いわゆる</sup><sup>12)</sup>の原因であるかの如く説かれた。これは今日尚誤解して居る人もあるのでこの点と一

10) Ann. d. Phys. 17, (1905) Zur Elektrodynamik bewegter Körper §1

11) Einstein, Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, S. 14 (1921) 桑木, 池田訳, 相対性原理講座 31 頁

12) この論文の本文では不確定性関係の正確な演繹はない。不確定性関係を Heisenberg は最初単に Ungenauigkeit とか Unbestimmtheit とか Unsicherheitsrelation と呼んだが，後に Unbestimmtheitsrelation とした。

般に不確定関係が量子力学にとって如何なる意義をもつかという問題との検討は後に譲ることにする。

次に‘電子の軌道’を取上げて見るに、これは測定によって確められた一列の点と考える外はない。‘軌道は我々がそれを測定することに依り始めて成立する。’この見地からすれば水素原子の‘1s 軌道’の如きは何等の意味ももたない。何故ならばこの‘1s 軌道’を測るには少くとも軌道の径  $10^{-8}$ cm より可成り短い波長の光で原子を照射しなければならないが、そのような光の一つの光量子と雖も電子をその‘軌道’から叩き出すに違いないからである。これでは空間内の一点が決定されるだけであるから、このような場合に‘軌道’という言葉が何等の理解し得べき意味ももたないことは、新しい理論を俟つまでもなく単に実験的可能性からでも推定が出来るのである。原子内電子の‘軌道’ということが多少とも物理的意味をもつのは、それが相当高い励起状態で確率波堆を帰することが出来るような場合に限る。

自由電子の場合には Darwin と Kennard が計算したように、波堆の運動として記述出来るが、この波堆は始め原条件の不確定性に由り時と共に空間的に広がってゆくが、観測を繰返せば再び元のような波堆となる。この観測を頻繁に行つて追跡する精度の範囲内でのみ古典的運動方程式も有効なのである。

同様のことは、速度やエネルギーの測定に就ても云える。結局‘古典理論で力学系の記述に使用されるすべての概念は原子的過程に対しても、古典概念とアナログに正確に定義出来るが、この定義に用いる実験は、もし同時に基準共軌な量を決定しようとするとき独特の不確定性を担わざるを得ないのである。

これを要するに Heisenberg が論究の冒頭に掲げた‘古典力学的概念の適用性は我々の (apriori な) 思惟法則からも (日常の) 経験からも結論し得ない’という主張は、 $\Delta p \Delta q \sim h$  なる不確定関係の発見に依りて裏書きされた。しかし一方では思考実験に依りて示されたように、我々は理論の実験的帰結をすべての簡単な場合に質的に (qualitativ) 把握し得るのであるから、もはや量子力学が非直観的で抽象的だという非難は当たらない。かく実験的な状況さえ直観的に把握出来れば量的法則を導くためにすべての量子論的量は‘実際は (in wirklichkeit)’マトリックスであると言っても格別の困難は起らないであろう。

我々は Heisenberg がこの論文で、幾多の思考実験や Dirac-Jordan の変換理論の解釈、Schrödinger 波動論の批評を試みて居るのを一々紹介し得ないが、彼がその末段に付け加えた次の一節は学界に論争の波紋を起したものである。

量子力学が古典力学に対立して本質的に統計的な理論であると言うのは、精確に与えられた材料（データ）から単に統計的な結論しか下し得ないというのではない。かく言うことは、例の Compton 効果に關聯する Geiger-Bothe の有名な実験にも反する。

‘若し現在を精確に知れば未来を計算出来る’ という命題は結論ではなくて、前提が間違っている。あらゆる規定要素に就て現在を知ることは原理的に不可能である。

そこで、すべての知覚は多数の可能性からの一つの選択であり、未来に可能なものの一つの制限に過ぎない。ところで量子論の統計的性格はすべての知覚が不精確なものと極めて密接な関係があるので、人あるいは知覚された統計的な世界の背後に尚<sup>なお</sup>‘真実の世界が隠れて居て、そこでは因果律が成立つのではないか’ という（後に Pränck らが主張した）憶測に誘われるかも知れない。しかしかような Spekulation は不生産的であり、無意味である (unfruchtbar und sinnlos) ことを特に強調する。物理学は単に知覚の聯関のみを形式的に記述すべきである (Die Physik soll nur den Zusammenhang der Wahrnehmungen formal beschreiben)。恐らく次の如く言えば真の事態は遙かに適切に表わされるであろう。すべての実験が量子力学の諸法則と従てまた不確定性関係に支配される以上、量子力学に依て因果律の不成立は決定的に確立される (so wird durch die Quanten die Ungültigkeit des kauslgesetzes definitiv festgestellt) と。

Heisenberg はこの論文の後書きに於て、彼の所論は Bohr に依て本質的に深められたが、その結果、彼の行論に本質的な見落しがあったことも明らかになった。即ち観測に於ける不確定性は全く不連続性のみから生じるのではなく、むしろ粒子論と波動論との対立に現われるような異種の経験を同時に正しく表わそうとする要求と直接に結びついて居る。例えば  $\gamma$  線顕微鏡の場合にも、光束が必然的に拡がることを考慮に入れなければならぬ。その結果 Compton 反跳の方向が正確に知れなくなって始めて不確定性関係が導かれるのである。

この Heisenberg の論文の後書の一節は、不確定性関係を導く思考実験の解釈上

極めて重要な注意を意味するものであるが、それはこの文章のみでは簡単に過ぎて充分了解し難かったのであろう殆んど總ての批評家から無視されてしまった。我々はその意義を Bohr の研究によって闡明<sup>せんめい</sup>する前に、まず不確定性原理及びその帰結と考えられる因果律廃棄に關聯して各方面から発せられた批評を概観してみよう。

## 第14章 Heisenberg 思考実験の批評

測定に依る擾乱が以上の Bohr の演繹で表面に現われて居ない事情は Heisenberg の不確定関係の導来に対する批評の一契機ともなった。勿論 Heisenberg の推論の中に直接数学的、物理的な誤謬があると言うものはない。それらの批評は人々の立場に依り、種々雑多であって、それを一定の方針で整理することすら困難である。併し乍ら強いて之を分かつならば、不確定関係とその因果性問題とが併せて論議された場合が少くないので、それから述べて見よう。

前述の如く Heisenberg は不確定関係の結果として因果法則の不成立を主張したので、之は保守的・古典的な学者の間に多くの反対を喚び起したのである。Planck, Einstein, Laue, Stark, Lenard の如き人々は多少ともこの傾向に属するのである。

Max Planck は古く 1914 年に行った講演「力学的及び統計的法則性」の中で、物理学は絶対的法則性を缺き得ないと述べて、続いて確率の大小あるのみで絶対的必然性の概念を棄て、自然には力学的法則はなく単に統計的法則のみだと主張したりすることを宿命的近視的な迷誤として拒けた。何故ならば、そのような主張をすることによって正に統計学の推論そのものがその最も重要な根柢を失うからだというのが彼の論法であった (Phys. Rundblicke S. 92)。而して斯様な信念は後の著作『実証主義と実在的外部世界』<sup>1)</sup>の中でも、自由意志問題と対照せしめつつあり、詳細に説明されて居る。かかる彼の立場からすると、不確定原理は全く色彩を異にする脚光の下に照らし出されざるを得ない。彼によれば実証主義の根本的誤謬はそれが単に測定結果のみを顧慮して、実在的な過程を一般化し、無視する点にある。

作用量子の存在の結果として、最高の精度を有する測定法を以てしても、尚数値的に明示される限界を置かれ、正に此の点に於て之を越えて実在的な過程の個別的事情を知ることは不可能であるが、物理的世界像を能う限り完成し、之に依って実在世界の認識に一步を進めるためには測定の結果が自由なる思索に依って補足されなければならない。

実証主義的の見解では、測定結果は一次的な不可分の要素であって、全科学はその上に建設されると言うが、之に反して現実の物理学では測定は、外部世界の出来事、測定器械乃至感覚器官に於ける出来事との交互作用の多少とも複雑に合成

1) Planck, Positivismus und reale Aussenwelt, II.

された結果と見做<sup>みな</sup>され、その解決と説明がまた科学の一つの重要な課題である。

『物理学に於ける因果概念』に於ては、不確定原理によって因果性を否定する不決定論者は世界像を感覚世界と取違えたものであり、少くとも彼等の結論は早まって居るとされる。Planckの指示する難関脱出の道は、質点の位置と運動量の値を同時に問う事は全く物理的意味を有たないと仮定することである。無意味な問いに答えを与え得ないとしてもそれは何等因果律の重荷とはならぬ。反対に量子物理学の世界像は作用量子を以ても尚且つ、厳密なる決定論を遂行せんとする要求から生まれたものであり、之は、従来の世界像の原始成立たる質点が拒けられて、物質波が新世界像の要素となったことによって行われる。之を表現する波動函数は、原始条件と境界条件により、すべての場所と時に対して完全に決定される。要するに、量子物理学に於ても古典物理学と同様に厳密に決定論が支配するのであるが、唯そこに用いられる記号と計算観測が異なるのみなのである。感覚世界の出来事の預言の不確実性は、世界像と感覚世界の聯関の不確実性に帰着される。Planckが年来の主張、人間的感覚性からの離脱は、ここにもその例証を見出すことになる。Planckは波動函数そのものが確率分布を与えるに過ぎないのではないかという不決定論者の主張に対して、波動函数は特定の測定装置に対して始めて一定の意味を有し、不決定は少くとも一部分は用いられた測定器械の因果的作用によるものと答えて居る。ところで此の因果的作用を直接確めるには、又新たな因果的作用を要するため、之はまた問題へ新たな不確実性を持ち込むのではないか、かくては無限に逆行してはてしなく、かかる説明には何等の合理性も見られぬという不決定論者の主張に対しては、彼は一応譲歩して、決定論と不決定論とが更に自由に各自の立場を徹底することを奨めるが、不決定論者が確率的量で満足して更に因果的に追求するのを非難し、因果律が論理的に基礎づけられぬとしても、それを無価値とするのは誤りで、Galilei, Kepler, Newtonが如何に世界のハルモニイを目指して努力したかを思えば、外部世界の实在性や因果律の理念は、正誤 (Wahr oder falsch? Wertvoll oder wertlos?) を言うべきでなく、科学的探究の heuristisch な発見法的原理、極めて価値ある道しるべであると結論している<sup>2)</sup>。彼の言説の基調はまことに彼自身の言葉の如く、“die Begeisterung und die Ehrfurcht”である。我々はかかる Planckの結論や‘最も豊かなる実を持

2) M. Planck, Wege zur physikalischen Erkenntnis (1933) Leipzig, S.260 以下。Ursprung und Auswirkung wissenschaftlichen Ideen, S 277 にも同様。

つ世界観が最も良きもの'と説く彼の主張が、彼の Anthropomorphismus 人間主義の排斥の客観主義と首尾一貫したものが否かに疑いを持つものであるが、兎も角量子論の創唱者である Planck の古典的立場の典型的なるものとして顧るべきであろう。

かの相対性理論によって、万古不易と見られた Newton 力学の基礎をゆるがし、Planck と雁行して量子論建設時代の双壁たりし Albert Einstein の如きも量子力学の解釈に対しては Planck と同じく古典的な立場を代表している。

彼が、特殊相対性理論の出発時に於て、一見自明の概念である‘同時性’の概念をとりあげて、之が物理学的意義を得るためには、それを決定する物理的方法が指定されねばならぬとしたのは、今日の Bohr や Heisenberg の根本態度の先駆をなすものであったが、近年の Einstein は特に数学的演繹的に傾いている。「勿論、経験は数学的構成の物理的有用性の唯一つの試金石ではある。しかし創造的原理は数学の中に宿る。」純粹思惟の所産としての数学と実在との予定調和が「自然は最も簡単な数学的概念の実現である。」というのが近年の彼の言葉である<sup>3)</sup>。

Einstein は Heisenberg の不確定性原理の結論として、将来の理論は粒子の絶対的な位置という考は拋棄すべきであるとするが、他方 Born 以来の波動函数の統計的解釈は、実在の間接的主観的記載であって、客観的直接性を缺くが故に、かかる解釈に対しては過渡的な意義しか認め得ない。物理学者は長い間には、之に満足し得なくなるであろうという見解を述べて居る。彼の所謂‘いわゆる実在の模型’は、‘単に事象の生起の確率を与える事象自体を表わす理論’即ち、特異点なく、偏微分方程式を満足せしむる場の理論である。此の連続理論に於て電子的諸特性は、原子的構造をなす粒子の位置を言うことなく積分法則として表現される。即ち境界では到る処電気密度が零になる三次元の空間の一部が常に全部の荷電を含み、その大きさは整数で現わされれば良いという見解である。Einstein は Wilson 霧函の実験を例として、電子廻折の個別的記述は可能性があり、少くとも統計学が出发点としては不適当な事は統計力学が力学への出发点とならぬ如くであると説く点

3) A. Einstein, On the method of theoretical physics, Mein Weltbild (1934) 中に収録, 石井, 稲葉訳「我が世界観」(白揚社)

との共同作「物理的实在の量子力学的記述は完全と考えるか?」<sup>4)</sup>という論文の如きも、量子力学へのかかる不満の一つの表れである。しかし、これに就ては Bohr の批評と合わせて後に述べる。

Max v. Laue も同様の立場にあり、或時代に測定不可能と考えられた量が、後に至って測定された、例えば電気力学に於ける電磁波の如き例もあり、物理学の進歩は正にかくの如き新しき測定手段を見出す点にあるから、余りに軽々しく不確定関係を物理学一般の最後の言葉と考えてはならぬ、と戒めている<sup>5)</sup>。

そして之は、科学批評家 Hugo Dingler も強調する点である。彼は多年相対性理論の反対者として活動して居るが、Heisenberg の不確定性原理が、俗人を驚かすべく通俗的に誇張されて居ることを指摘し、その根本の誤謬は、常に前進しつつある科学の道の途上の一点に於て得られた特殊な概念を全物理学の真の基礎概念とせねばならぬ、又なし得るとする点にある。之は Planck 以来、近年の理論の発展に於ける一つの缺陷であり、Heisenberg がかかる方法論的考察を顧みず、余りにも数学的な側面から問題を見る。彼は全物理学の形式を唯一の公式群から導かんとする Mathematismus の弊に陥って居る。之は聖母マリアの像の衣のひだ目を絶対人格の生産原理の自発性から規定しようとする Hegel 的迷妄であり、認識に何等の加うところもなく、この点相対性理論や Heidegger の哲学の如きも同様であると、右に左に酷評を下している。

更に Heisenberg は之に加えて、所与を先入見なく取り上げる事をせず、電子と陽子とを一切とする原子的‘世界像’を絶対視する Theoretismus の誤謬にも陥って居る。19世紀後半の唯物論は、力と質量の世界を絶対視したが、彼等はその世界観自身が思惟の所産たる事を忘れたのである。科学の発展に伴い、世界像も次第に変遷し、益々精微に移って行く。それを現在最小のものを絶対視して、哲学的結論を下すものが正しくないというのが Dingler の結論である。

Planck, Einstein 及び Laue の如く、今世紀の初頭に於て物理学の世界像に一大変革を遂行した巨星が真摯な態度を以て、不確定関係から因果律否定を結論する

4) Phys. Rev. vol. 47, S. 777 (1935) 尚これについての詳細の紹介は、藤岡由夫氏「物理学ノート」(河出書房)

5) Max. v. Laue, Die Naturwiss. vol. 20, S. 915 (1932), Zu den Erörterungen über Kausalität, Naturwiss. 22, S. 439 (1934), Heisenbergs Ungenauigkeitsrelation und ihre erkenntnistheoretische Bedeutung.

ことに反対して居るのは何故であろうか。之は彼等が物理的世界の客観的实在性の信念を固持して居るといふ以外に、不確定関係がその専門的意義と領域を超えて不当に通俗化され歪曲された形でセンセーションを捲き起して居ることに苦々しさを感じていることが明らかに窺われる。Planck は 40 年も以前の口吻をそのまま、今日の青年間に一般的な問題や世界観の獲得に対する関心が増しつつあるのは喜ぶべきことであるが、その世界観が確固たる現実の地盤に建てられて居ないと空中楼阁であり、一度嵐が来ると救い難く吹き倒されるであろう。故に青年は一度は必ず事実の領域に謙虚なる研究を遂げねばならぬ。哲学博士の学位を得るには何等かの専門科学で特殊知識を証明し、自分自身の研究に依て、如何に科学的方法的に研究するかの概念を把握せねばならぬと述べている。

Einstein も亦、例えば Eddington の如き人が、その専門的研究に於ては極めて優秀な学者であり乍ら、その通俗的著作に於ては余りにも軽妙な多数の誇張と牽強附会を加えて、却って世人を誤るものがあると語って、客観的实在性の問題に関しては Planck と基調を一つにすることを告白して居る。

一方、Eddington は、上述の如き Einstein の古典的世界の固陋なる事を評して、その立場に立つようになってからの Einstein には積極的業績が見られないのを嘆いているが、Planck、Einstein 等の見解の当否は別として、彼等が輕佻浮薄なる通俗的流行概念を排して、真摯な研究的精神を鼓吹せんとする点では之を高く評価せねばならぬ。

電荷の位置の如き古典概念が、原子物理学に於ては無意味であると主張して、不確定関係を無対象の従って無意義仮現の命題として評し去る人々がある。我々はその最も有力な代表者として Schrödinger の名を挙げる事が出来るが、彼は Kausalität を廃棄することには異論がないが、波動力学建設の当初直観性の重要な事を主張して‘幾何学の法則’を擁護したのを思い合わせると、10 年を経ずして‘微小領域に於ける幾何学の不可適用性に就いて’<sup>6)</sup>論ぜる変遷に驚くのである。彼によれば、質点はその定義によって位置と速度、質量に依って力学的に決定された物である。位置と速度(運動量)の Angebbbarkeit を拒否するのは、この質点の概念を廃棄する結果になる<sup>7)</sup>。従って質点の位置等の正確な決定法を諦める

6) Schrödinger; Über die Unanwendbarkeit der Geometrie im Kleinen, Naturwiss. 22, S. 518. f. (1934)

7) Schrödinger, Indeterminismus in der Physik, Leipzig (1932)

のではなくて、寧ろその概念自身を放棄すべきであって、漠然と不確定に定義された概念の如きは monströs である。そもそも位置、運動量の如き共軌量の一方が知れた場合に他方は何うなっているのであるか、それは全然実在性を持たないのか、それとも単に知り得ないのみか、(後者の可能性は量子論では否定される) Schrödinger はかく論じ、説明して言う。量子力学も古典力学で考えられた様なモデルを用い、従って古典的概念と同じ用語を便宜上使用しているが、実は単に古典概念と名を同じくするのみで本質的に新しい Merkmal-gruppe を取扱っているのである。言葉のはしを捉えれば、すべての発言は直観的モデルに關聯しているようにも思われよう。併し量子力学では、すべての価値ある発言は殆んど直観性を有せず、その直観的 Merkmal 的価値は僅少である。水素原子中の電子の時間  $t = 0$  の位置から後の時間に於ける位置統計に興味を持つ人間はない<sup>8)</sup>。かかるすべての批評、その価値、無価値とは次第に後章の発展に於て明らかとなるであろう。

稍々古典的な傾向の学者や、因果律を何等かの形で擁護しようとする学者の中には、不確定關係と因果律否定の間に關聯が存在しないと論じる者が少くない。例えば H. Bergmann の論法は、Heisenberg が量子力学の立場から見て 'A ならば B である' という形の因果的表現は、A という前提が falsche であるとしたのを批評し、Kausalität は単なる仮定ではなく、Platon 的仮説であり、Kategorie で、対象概念一般の規定の moment、物理学が因果律を云々するのは μετάβασις εις ἄλλογενος である。従って A の不確定は A、B 間の因果關係の廢棄を意味しないというのである。Hönighsbald は「過程を決定する不能から Umbestimmtheit を結論するのは不十分である、不確定性關係は、差し当って現在の不十分な物理学的公式が自然の一義性を表現するのに不完全なことを現わすのみであるとし、之に附け加えて、観測に依る Störung に由って観測対象が stören されるというが、之は既に因果律を予想した概念ではないかと指摘して居る。此の観測による擾乱の概念と因果性の關聯は何人も容易に気付くところであるから、従って此の見地から量子力学は因果性を否定するものではないという多数の意見が発表されて居る。例えば前記 Hönigswald の他、E. May、M. Hartmann 其他を挙げ得るし、此の故に観測する者までを含めた全体に就ては因果律は完結すると称し、流行の Ganzheit の

8) Dingler, Die Methode der Physik, S. 387

概念や complete system での因果性の成立を説く人々もある。H. Dingler は観測による Störung と言っても、自然が擾乱されるのではなく、全体としてはあるがままにあり、擾乱されるのは学者が想定した図式に過ぎない。故に Heisenberg が電子の位置と速度を同時に測定しようという不可能な希望を抱くと、すべてが‘擾乱’として現われて来る。何故なら、それは不可能な事だからである。それで彼の Störungstheorie は誤って居ると論じる。之等の説の正誤は後に明かにするのである。だが、何れにしても、一般に現在の測定値から未来の測定値を一義的には算出出来ないと言うことは古典力学の場合とは著しい相違である<sup>9)</sup>。しかし G. Hermann, E. May, M. Hartmann 等はこのような Vorausberechenbarkeit と Kausalität とは別のものであり、前者は過大な要求であって、之を混同するのは正しくないと言うのである。

之等と全く異った方向から不確定性原理へ批評を加えたのは、測定による擾乱と言う説明の不適切さを指摘するものである。例えば Frenkel は、之 observer の interference, 観測者による干渉 は既に古くから知られた概念で、何等新物理学の独自性を示さない。却ってかかる擾乱に依って測定の可能性を証明せんとするは、その根本に於ては決定論的であって、かかる概念を基本物質粒子に適用することは、一般に信じられている如く不決定論に導くのではなく、単に現象中に存する不決定性を暴露するものである。量子現象は (variation with time) 時間に対する不連続性、転移 (transition 古典力学との相違), 飛躍 (jump) にその不決定論的特徴を有するのであって、その擾乱が度外視し得るか否かの二、三の相異は重要でないと評し<sup>10)</sup>、同じく不確定関係の意義が余りにも誇張されて居る

9) Behlich Reichenbach は Erkenntnis 3, 1932/33, S. 401 で Kausalgesetz を Konvergenzgesetz としてしかもその精度は Naturgesetzliche な grenz が置かれ、すべての自然法則の確率法則的性格を証明せんがために Voraussagbarkeit の Grenz を支配する厳密な自然法則を仮定する。circulus in Propando。又 Reichenbach はすべての Wirklichkeitsaussage の必然的構成初部として確率概念が必要であり、これによって初めて因果性も意味を有するに至る。すべての自然法則は Unsicherheit を有ち、Limes-aussage Unbestimmtheitbeziehung は Limes が 1 とならず既にそうした確実性の前に到達しうる限界がある。

10) J. Frenkel は Leningrad の教授であったが、後に Bohr によって提出された波堆 (wave packet) の理論からの不確定性関係の導き方に対照して、Heisenberg は全く異った考慮によってこれらの粒子が観測される実験的条件から導き、incidentally には波動・粒子平行論を用いつつもその重要性を充分評価せずに、この位置、運動量を同時に測定し得ないことを原理に高めて、Einstein の relativity に於ける相対性原理の如く見做さんとする。しかし、この observer の測定の際の原理は根本的なものではなく、むしろ甚だしく誇張されて居る。これは古典論に於ても温度の変化や電位の測定の際に知られたことであり、極めて古く、実際全く trivial である。屢々信ぜられる如くこの干渉を適用することが不決定性に導くのではなく、単に現象に予め存在した不決定性を現わす (reveal) にすぎない。Heisenberg の取扱いで共輻量が不確定になるのは、その変化が時間に就て不確定 (transition とか jump とかの言葉で表わされる如く) ため、直接観測された量の値に対応する瞬間の共輻量の値を確めることが出来なくなるのであると評している。

この Frenkel の批評には、尚 Heisenberg の論法の真意義に徴しない点はあるが、兎も角も物理的分析を企てたものとして、他と異った、少くとも Heisenberg の最初の論文に対しては遅巻きながら注目すべき内容をもつものであった。(1932)Heisenberg の論法は実験家の立場であり、wave packet のは理論家の立場である。前者は古い決定論的力学と新

と述べている。之に反し徹底的にその統計主義的方法論による不決定論の立場に立つ、Richard von Mises 等の学者は、Frenkel と同じく、観測過程が対象に影響することは古くから知られて居ることで Heisenberg の  $\gamma$ -Mikroskop も‘非決定的な、単に統計的にのみ把握さるべき過程たる’事が重要であり<sup>11)</sup>、此の場合、測定される量に‘真の値’が存すると考うべきではなく、従って不確定関係も通常の意味の‘誤差’の関係ではなく、即ちすべて座標と運動量の同時測定の誤差は少くとも  $h$  であるというのではなく、両観測系列の分散 (Streunung) の積が最小値  $h$  を有することを主張するものである。測定が統計集団 (Kollektiv) を形成するという立場を外にしては、何等の分布も分散もあり得ず、従って何等の不確定関係もなくなるのである<sup>12)</sup>。之が v. Mises の立場であり、彼の著書‘確率、統計及び真理’の力説する思想も之である。之は一見すると実証主義的に徹底した頗る新味のある立場と思われるかも知れない。それで我々も後に再び之を批判する機会をもつであろう。

Heisenberg の不確定性原理及びその帰結としての因果律の廃棄を、唯物論、決定論の克服という形で広く一般に普及したのは、<sup>ドイツ</sup>独逸の Born, Jordan, 英国では A. Eddington であった。Eddington は新理論の内容を逸早く捉えると共に一流の才筆を以てその通俗的解説を試み、更に認識論上の見解を説いた。<sup>しこう</sup>而してここに多分にジャーナリスティックな風潮さえ生じたのである。他方では、例のヴィーン学派の新実証主義者は、雑誌 Erkenntnis を発刊して、益々彼等の立場の普及につとめ、古典的立場は形而上学的 <sup>Simmlös</sup> Simmlös として拒けられた。之等と共に因果性の問題をめぐる論争は、むしろそれらは事態の正しい解決としてよりは、問題提出、問題の視野を充分広汎に展開せんがためであった。それは年代的には 1929 年頃から約 10 年間に亘<sup>わた</sup>っている。後の Born や Heisenberg 自身の発展によっては余り深く影響されなかったような諸々の見解を叙述して見よう。

我々は既に第 10 章に於て物理学に於ける実証主義に対して Planck, Laue, Einstein 等が反対意見を開陳したことを述べたが、Heisenberg の因果性廃棄の宣言に

しい ‘indeterministic’ な力学との差異に完全には対応しない。この両者の差異は観測又は測定の際に上述の時間に対する変化の型が古典論と新理論と異なることにあるのであって、この変化を一方では無視され、一方では考慮されねばならぬ点にあるのではないか。(vel. Dirac)

11) R. v. Mises, Über kausale und statistische Gesetzmässigkeiten der Physik, Naturwiss. 18, S. 145 f (1930)

12) R. v. Mises, Über Heisenbergs Ungenauigkeitsbeziehungen und ihre erkenntnistheoretische Bedeutung: Naturwiss. 49, S. 822 (1934)

対しても全く同様の、当時 Smoluchowski 等の成功により漸く抬頭して来た因果性を確率へ帰着させる傾向に対して(第10章)(第13章)対立が表明された。Planck は古く 1914 年に行った講演「力学的及び統計的法則性」の中でも、彼は統計的方法の重要性を認めつつも絶対的決定論の仮定があらゆる科学的研究の缺くべからざる基礎となることを主張した。「それが偶々最初の言葉を語るものであっても最後の言葉を語るものではないということがその本質に存する」即ち「統計的法則は力学的法則と互に並んで置かるべきものではなく、統計的法則は複合したものであって、決して決定的に之に止まることは出来ずに更にその単簡な力学的要素へ帰着させる問題がそれ自身に潜み含まれて居る」「絶対的確實性乃至は不可能性を全然棄ててしまっ、単に確率の大小の程度だけを許容しようとし」「自然にはもはや力学的法則は全く無くなって、単に統計学的法則のみが存在することとなり、絶対的必然性の概念は物理学では全く消失することになる」が「かような見解は、不運且近視的な迷誤として見なければならぬ。何故なら物理学は絶対的法則性の仮定を缺くことが出来ないからである。ここに話された統計学の結論でさえも之なしには本質的な基礎を失って了うからである。」と述べている。

量子力学が齎らした因果性問題に対する Planck の見解も、この立場に何等本質的な変更は加えられず、ただ個々の問題の状況に応じて之を適当に言い換えるに止ったと云っても差支えない。Heisenberg の不確定性関係に当面して Planck はこれを以て厳密な因果性を放棄する充分なる理由と認めず、むしろ物理的に不十分な formulieren された問いには、如何に完全な物理学の理論も何ら一定の答を与えることが出来ない。即ち物理的世界像には人間の測定技術の Kunst と關聯する概念を取り入れることは全く拒けねばならぬ。Heisenberg の不確定性関係も測定とは無関係であり、即ち、不確定性の理由は概念構成及びこれと關聯した問題提起の缺陷に存するとする。新世界像の Element は感覺界から取り来った物理的粒子ではなく、高次座標空間内の物質波であるが、有限な大きさのこの簡単な週期的波動の重疊によっては、一定の運動量を有する一定の点を定義することは出来ないという数学的命題の結果であって、この物質波自身はそれぞれの問題に相当する数学的境界値問題によって一義的に決定されるから不決定論には何等の關係もない<sup>13)</sup>。感覺的世界の出来事の予言が不可能という不決定論が生ずるのは、粒

13) M. Planck, Meine Weltwild. S. 100 所載。不確定關係の存在について「作用量子によって表現せられるかかる客觀的限界の存在こそ確にそれ自身は、統計には還元されない或る新しい法則性の支配の徴しと見做さねばならぬ」Die Physik

子力学からきた問題の立て方に依るのであって、物理的世界像それ自身ではなく、世界像とあまりにも人間的に色づけられた感覚的世界の關聯が量子力学によって gelochert されたのみである<sup>14)</sup>。量子物理学に於ても古典的物理学と同様に厳密な決定論が支配するのであるが、唯そこに用いられる記号と計算規則が異なるのみである<sup>15)</sup>。「世界像には直接觀測し得る量でなく、感覚的世界に対して単に極めて間接な、若くは何等の意義を有せぬ記号が現われるのも、厳密な決定論を遂行せんがためである。」<sup>16)</sup>

Planck をして言わしめれば、不確定性關係が、「測定さるべき過程への測定器械の因果的作用侵入が行われる」「測定過程が実存的過程について報告するのはそれが因果的に何等かの關連を有するときであり」<sup>17)</sup>これによって実在過程を多少とも侵害し測定の結果は歪められる。これは人間的な物理測定に避け難いところである<sup>18)</sup>。しかしかく測定器械は単に受動的な Empfänger (受信者) でなく、測定過程に自働的に關与し因果的影響を与えることは、その器械を含めて物理的系は法則的全体となる<sup>19)</sup>」 完結した全体、単一の形象として eine abgeschlossene Ganzheit として、そこで Planck は物理学へ全体性 (Ganzheit) の概念を導入することが必要になった。

勿論、かかる全体に対しては、何等外部からの作用は考えられないので直接の検討は不可能となる。しかし、幸いにして我々は何等の精度の限界のない測定器械を有している。これ即ち、我々の思想の飛揚 (Flug der unserer Gedanken) である。即ち我々は frei Spekulation に於て、即ち精度に限界のない思考実験に於て学者の精神が現実の測定器具の世界を超える。思考実験は現実に実現されなくとも差支えない。例えば幾何学的図形の証明力はその実験には現わされないといい、而して思考実験は恒に世界の Harmonie を信じている。

この完全な Harmonie を見わたすには理想的な一切を見透す精神が必要であり、この精神は恒に主体であって、客体とはならぬから科学的思惟の前提たる思惟す

im Kampf um die Weltanschauung. S. 206 (1937)

14) M. Planck, Meine Weltbild. S. 105.

15) M. Planck, Kausalbegriff. S. 15. (1932)

16) Planck, Kausalgesetz S. 9

17) Planck, Die Physik im Kampf um die Weltanschauung. S. 192

18) 我々人間は自然過程に対して絶対的に外に立つ中性な觀測者ではなくてそのなかにかかわりあっている。それで觀測も亦主觀性に攪乱されている従って世界像へその主觀性に影響された自然認識と自然批判を持ち込むことになる。M. Planck, Hans Hartmann との対話 (1932)

19) Planck, Wege 271. Ursprung und Auswirklichkeit

る主観と思惟された客観との鋭い分離も可能である。この理想的な精神は因果性を破壊することはないが、我々はこの Kausalität が如何なる形態で表現されるかを予め知<sup>あらかじ</sup>ることは出来ない。Kausalität を客観的認識の前提として、科学の全発展の先頭にポスチュラートとして要請し又は Immanuel Kant と共にこれを範疇とせねばならぬ。即ち Kausalgesetz は正しいとか誤っている richtung oder falsch とか言わるべきものはなく、即ち Wahrheitschaft を問わるべきものではなく発見法的原理道標であり、論理的に基礎づけられぬから科学的に価値なしとするのは誤りである。何故ならば、我々に許された喜びは Lessing が真理について云った如く、それを所有することに在るのではなく、それを追求することにある<sup>20)</sup>。

---

20) M. Planck; Hartmann との対話。

## 第15章 不確定関係の分析と批判

1927年9月の半ばイタリーのコモ (Como) で、この地に生れこの地に歿した偉大な電気学者アレキサンドロ・ヴォルタ (A. Volta) の百年祭を兼ねて国際物理学学会が開かれた。この会は翌月末の第5回 Solvey 会議と共に、Bohr, Heisenberg, Schrödinger, Dirac, Born 等の講演や Einstein 等の討論もあって、後に Heisenberg も回想した通り、量子力学の物理的意義を闡する上に一段階を劃したものであった<sup>1)</sup>。

中にも Bohr はこの会合の席上 ‘The Quantum postulate and the recent Development of Atomic Theory’ なる講演を行って、量子力学が齎した変革の本質に極めて深刻なる洞察を開陳し、先の Heisenberg の論文を補って、幾多のパラドックスの解決に怪刀乱麻を断つ刃えを見せて、当時として根本的解釈問題に一応の完結を与えたのである。我々は以下の諸章に於て幾度か此の講演の内容に触れるであろう。差当って、そこで如何に不確定性原理が分析せられ、新たな角度から照明されているかを見たい。

Bohr は、Heisenberg の直観的内容に就ての研究を以て、量子力学の抽象的記号的な方法の (無矛盾性 consistency) の問題を解決と見ているが、彼はそれを分析するに先立って、先ずその不確定性に現われた記述法の相互補足的な性格が、原子物理学の経験を解釈するに用いられる極めて基本的、初歩的な概念を分析して既に得られることを示している。

彼は作用量子と古典概念との根本的なコントラストを、光量子論と物質波動論の共通の基礎たる簡単なる公式

$$E\tau = P\lambda = h \quad (1)$$

に於て見る。この公式には Planck の常数  $h$  を媒介とし、光及び物質の粒子 = 波動二元性が鋭い対立をなして潜んでいる。というのはエネルギー  $E$  と運動量  $P$  とは、粒子の概念に聯り、従って古典的見地に従い定まった時空座標で与えられるが、之に対し、相当する振動の週期  $\tau$  と波長  $\lambda$  とは調和平面波の plane harmonic wave train に就てのものであるから、時空的には限界の無いものである。後者を通常現象記述と關聯させるには、波動の重疊原理に依って、 $\tau$ ,  $\lambda$  を異にする

1) Heisenberg に依れば、この Kongress は種々の研究方向の学者が互に討論することにより、量子論の物理学的基礎を闡明し、或意味で一段落を表し、完結した理論として懸念なく適用し得るようになった。

(調和) 波の群に相互に干渉させて波動の場の広さに時間空間的の限界を作らねばならない。L. de Broglie が粒子の進行速度は波の群速度で表わされると言うのもかくしてのみ可能である。

斯く、波の群速度と粒子の速度とが同一視されるということは、一面に於て量子論に於ても空間 時間的 picture の適用し得る場面の存することを指示するものではあるが、此処に波動の群を用うことは週期及び波動の定義に於て精密さを犠牲に供せざるを得ないと云う、所謂相互補足的記述の特徴が現われて来る。之から又、関係 (1) に依て直ちに観取される如く、エネルギー、運動量の定義に於ても相当した不精密さを結果するのである。

今、平面基本波を

$$A \cos 2\pi(\nu t - x\sigma_x - y\sigma_y - z\sigma_z + \delta)$$

とするとき、ここに  $A, \delta$  はそれぞれ振幅と位相を定義する常数であり、 $\nu = \frac{1}{T}$  は振動数 (frequency)、 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  は座標軸の方向の波動 (wave number) で、伝播方向の波動  $\sigma = \frac{1}{\lambda}$  のベクトル成分と見做し得るものである。その場合制限された波動場を構成するには、厳密に云えば  $\nu$  及び  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  のすべての値に相当する elementary 波の種々を重畳しなければならぬ。しかし、光学器械の理論、特に分光器の resolving power に関する Rayleigh の研究によれば、波動群中の二つの elementary 波に対する之等の値の差の平均の程度は、最も工合の好い場合で、

$$\Delta t \Delta \nu = \Delta x \Delta \sigma_x = \Delta y \Delta \sigma_y = \Delta z \Delta \sigma_z = 1 \quad (2)$$

なる関係にある。此の関係は波の列 trian が波動場の時間空間的限界で干渉に依り相互に消し合う場合の条件を表わすのである。即ち、之は波動群は全体としては、基本波と同じような意味での位相なるものを有たない事を示して居る。之は (1) より

$$\Delta t \Delta E = \Delta x \Delta P_x = \Delta y \Delta P_y = \Delta z \Delta P_z = h \quad (3)$$

を結果するが、之こそ Heisenberg の不確定関係に外ならない。勿論この関係は波動場を伴う粒子に就て凡そ得られ得る最高の精度を示すに過ぎないから、一般にはもっと不精密となる。たとえ或る場合に、不確定関係 (3) の如く精密に波動群が構成されても、時が経つと共に之は次第に変じて、粒子を現わすには不都合となって来る。この事情あるがために、光量子及び物質粒子の本質に関して幾多

のパラドキシカルな問題が起って来たのである。斯く不確定関係は、古典概念の制限を表現すると共に、之に更に加えて古典力学の确实性の制限と密接に結び付いている。即ち、それは波動の伝播が‘光線’に依って描写される幾何学に相当し、かかる制限の範囲内でのみエネルギー及び運動量は時空的描像に就て曖昧なく定義されるのである。相対性理論の言葉を借りれば、時空点に於ける明確に定義される事象の一致 (coincidence) なる概念は、有限の時空領域に於ける不精密に定義された個体の概念で置き換えられなければならない。而して量子論に依ると時空及びエネルギー、運動量ベクトルの定義は、一般的相互関係 (3) で示されるような精密さの最高限度で限定されて居るということが出来る。この事情は、時間空間的の記述と因果性の要求とが相互補足的な性格を持つことを簡単に記号的に表現したものということが出来る。

かかる Bohr の行論、不確定関係の演繹の中に、我々は前章の終りに触れた粒子、波動像の対照を見出し、ここでは測定の問題は推論の表面から姿を潜め、いわば不確定関係は、測定過程の吟味とは独立に経験的事実として粒子 波動性の直接の客観的結果として証明されたかに見える。Bohr は測定という言葉は一度も用いずに、概念の定義 (Definition) を問題にしている。いわば、事実聯関の分析の前に先ず意識聯関の分析が企てられて居る。Definition を測定と訳しては Bohr の方法論的に意味深い叙述法を台無しにするであろう。

既に触れた如く Bohr は、Heisenberg の思考実験を量子力学的方法の (無矛盾性) の証明として特徴づけ、この考察のエッセンスは‘測定の可能性の評価に於ける quantum postulate の不可缺性’にありとしているが、この事情を強調して思考実験を量子力学の無矛盾性と結びつけた論理として極めて特徴ある数学者 J. v. Neumann の言葉を引用して見よう。Neumann は不確定関係を量子力学の数学的形式から導来し、続いて言う。‘併し以上の考察に依って我々は不確定関係の僅かに一つの側面即ち形式的な測定を把握したのみである。この関係の完全な理解には尚、之を他の見地、即ち直接的物理的経験の見地から観察することが必要である。何故ならば不確定関係と物理的経験とは、量子力学建設の基礎となって居る多くの事実に比して、容易く見透しの利く簡単な関係にあり、従って上述の全く形式的な導き方では不十分である。一見すると不確定関係は直観と矛盾するというような印象を受けるので直観的な論証は益々必要である。事実一つの質点の

位置と速度（即ち座標と運動量）を充分精密な測定器械があっても同時に任意に正確には測り得ないということは直ぐには理解出来ない。それ故、極度に精密な（勿論、思考実験としてのみ行えるような）測定過程を正確に分析して矛盾の無い所以を明かにする必要がある。即ち、波動光学や電気力学や原子的基本過程の周知の法則が、正に不確定関係の要求するその点に於て精密測定に対して打ち克つべからざる困難な限界を劃することが立証されねばならない。此の事実は勿論、測定過程を（量子論にでなく！）純古典的に研究して既に認識し得るものでなければならない。此の点は原理的に重要である。何故ならば、それに依り、量子力学の正否とは独立に確められた古典的領域（即ち量子現象が尚、従来の考察法に本質的な訂正を強要しない領域）で、つまり、我々の直観が直接近づき得る本来唯一の領域 *paladox* に聞こえる量子力学の不確定関係と何等の徴候を来さぬ事を証明するからである。’

Neumann は次いで Heisenberg, Born に倣って  $\gamma$  線顕微鏡の思考実験を分析して居るが、その考察では光量子の存在を利用する一点に於て古典的とは言えないと註して居る。

此の Neumann の論法は不確定関係の論理的方法論的意義を明かにする点で意義があるが、彼がその推論の古典性を強調するのは少々事態に即しないものがある。如何にも不確定関係は量子力学の抽象的方法が直観的経験と矛盾しないという意味では一つの Analogie である。而して光や物質粒子が幾多の実験で（Compton 効果や、Wilson 霧函や、さては結晶による廻折）‘古典的な’粒子と波動とに一致する性質を示すことは著しい事実である。Heisenberg 思考実験の論理的意義は物質粒子も光も、正にかかる実験の性質に応じて古典的粒子性と波動性との相互に相容れぬ両面を示す経験的事実に基き、粒子像は波動性によって制限せられ、波動像は粒子性によって制限される為に生じるその概念の適用の限界を劃定する点にある。

P. Jordan は物質及び光が粒子 波動両性質を同時に備えて居ると屢々通俗的に言われるのを戒めて、粒子性と波動性とを同時に (zugleich) 証明するような実験は、単に古典理論に矛盾するばかりでなく‘論理的数学的に不合理’である<sup>2)</sup>と注意している。全く端的に、古典的粒子像を取れば、波動像と矛盾することは明

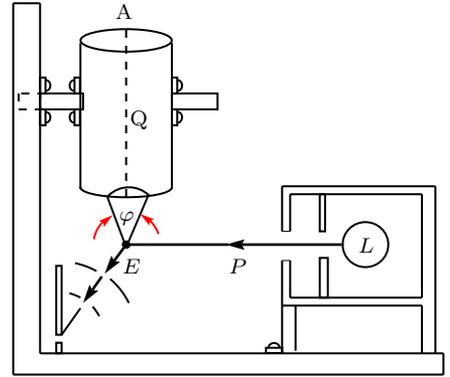
2) 従って我々は、ある実験は粒子性を示し、ある他の実験は波動性を示すと言うべきである。A. Q.T. S. 115-117

かである。不確定関係は一方には正にかかると論理矛盾を来すことなく古典的直観的像を適用しうる限界を示すものである。

以上の如き意義を念頭にして Heisenberg の思考実験を取り上げるならば、そこには余りにも通俗化して、人をして‘又か’の感を抱かしめると言う  $\gamma$  線顕微鏡の例も、示唆する処絶無ではあるまい。

今、位置測定の為に  $\gamma$  線顕微鏡が用いられたとする。今、測定対象として電子  $E$  を取る。

電子は顕微鏡の対物レンズから、 $E$  から出る散乱光束の開きの角が略  $\varphi$  となるような箇所を運動している。今光を光源  $L$  から slit 細隙  $ss$  を通って  $x$  方向に発し、ここで位置の  $x$  座標と、運動量の  $x$  成分  $p_x$  のみを問題にする。何故なら、 $y$ 、 $z$  方向の量は独立無関係と考えられるからである。



電子に衝突する光の波長と振動数をそれぞれ  $\lambda$ ,  $\nu$  とすると顕微鏡の分解能に関する Rayleigh の式から  $x$  方向の位置測定の精度は

$$\Delta x \sim \frac{\lambda}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \quad (4)$$

となる。位置測定のためには少なくとも1つの光量子  $P$  が電子  $E$  で散乱され、顕微鏡を通じ観測者の眼（乃至計数管，蛍光板，写真乾板）に達しなければならない。ところが此の光量子の為に、電子は Compton 効果で  $\frac{h\nu}{c}$  の程度の衝撃を受けるが、之は光量子の方向が光束  $\varphi$  の範囲で不明となる。それで  $x$  方向の衝撃の不精確さは

$$\Delta P_x \sim \frac{h\nu}{c} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \quad (5)$$

となる。ここに  $c$  は光速度である。之から

$$\Delta x \Delta p_x \sim h$$

を得る。（斯様な *qualitativ* な考察では  $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi}$  を導く訳には行かぬ。）

勿論、此の際  $\gamma$  量子が顕微鏡のレンズを構成する分子を破壊するような事は考へて居ないが、若し顕微鏡を非常に可動的なものにして、この光量子の顕微鏡に

対する衝撃を測れば、光束中の光量子の通過した方向も分り、従って光量子が電子に与えた衝撃も (2) より精確に判明すると考える人があるかも知れない。併し、之は何等不確定関係を破ることはない。何故ならば、斯くなれば顕微鏡自身の位置が問題になり、その位置と運動量との間には再び不確定関係が成立つからである。

もっとも電子と固定した物尺とを同時に観測すれば、顕微鏡の位置は問題ではなくなるが、そうなると少くとも二つの光量子が顕微鏡を通して観測者に達するので、顕微鏡の受けた衝撃を測定しても電子から来た光量子の通路は不明である。

更に、顕微鏡を通じて形成される廻折像の maximum の点を測って電子の位置測定の精度を高め得ると考えるかも知れないが、位置の精度の高まる割合だけ運動量の精度は低くなり、矢張りその積は  $h$  の程度である。

以上の推論で特徴的なのは、位置の不確定性即ち  $h$  が光の波動性から、運動量のそれ即ち  $h\nu$  が光の粒子性から由来していることである。即ち、此处で問題となるのは観測手段たる光の二元的性格で、電子そのものの二元性ではない。それ故電子の古典的粒子像はその位置 運動量を同時に‘知る’ことが不可能になるだけで、直接に、粒子性が制限されるわけではない。又、光が電子に衝突しなかったり、又衝突しても顕微鏡に入らないような場合は測定は不成功に終わるのであるが、勿論、斯様な場合が非常に多いので、此の実験は一定の結果を得る見込が殆んどなく、極めて实际的ではないのである。

さて、此の  $\gamma$  線顕微鏡の例は、それが微小なるものを観測する意味で先ず最も popular な顕微鏡を採用したのであろうが、実はこれは理論的には相当複雑な内容を有っている。第一にこの測定に用いられる  $\gamma$ -量子は、一般的には観測手段と見做されているが、観測の媒介をなすとの意味で観測手段と考えるのも決して不合理ではない。否そればかりではなく、光は観測手段として特殊な意義を有するかに誤解され、物指の読取りや、写真乾板の検討すらも光なくしては行われたいではないかというような謬論さえも生まれている。光は簡単であるに過ぎない。一般的には電子衝突を以って行えるし、後述の第二の細隙の例では全く機械的構造である。しかし、Bohr や Heisenberg も注意しているように、一度粗視的に翻訳された測定結果は、それが物指指針の目盛の読みであれ、写真乾板の黒点であれ、之はここで問題としている観測対象たる電子の位置 運動量の不確定関係と

は何等直接の関係はないのである。そして原子の見地から云えば、光に対して無感覚な先天的盲人にも物理観測は可能であり、不確定関係は一点缺くるところなく理解される筈である。

斯様に、光は一つの観測手段として考えられるが、一面光量子それ自体は粗視的物体ではないから、更にこれを時空的 古典運動学的に翻訳する粗視的な装置を待たずしては観測は完結しない。此の思考実験の場合にも明かに顕微鏡がその役割を演じている。これを除いては全く成立たない。では観測手段と対象との不可制禦的交互作用から不確定性関係が生じると言われる場合、そもそもそれは如何なる内容を有つのか。

R. W. Bridgmann は、我々が位置、運動量を同時に観測し得ないのは、光量子、電子、細孔乃至より複雑な系相互間の衝突の詳細を追及し得ないことに由来する。而してこれはかかる衝突の詳細を測るに足る精微なる道具が存在しないためであり、不確定関係は、位置、速度の如き古典概念の validity を保存せんが為に必要な新しい実験的発見の性格を暗示する点で重要なのだと指摘して居るそうである。Kemble は正当にも、かかる Heisenberg 関係を破る実験的手段の発見は、現在の量子力学をより精微にする事ではなく、その本質的な形態の完全な破壊をもたらすのみであろうと反駁して居る。しかし乍ら、この Bridgmann の言葉の前半は観測手段と対象との交互作用に於て、不可制限的な擾乱を及ぼすという慣用語と区別し難く混同される憂がある。光を観測手段と考えるには十分な注意が必要であることは上述の通りであるが、この場合、光と電子との交互作用は決して偶然的無法則的なものではない。量子力学の重要な基本的実験たる Compton-Simon の光量子と電子の衝突実験が正にその厳密なる相互関連の確立であり、之はエネルギー及び運動量保存則の個別過程に対する成立として特徴づけられる。それでも上にも述べた如く、散乱された光量子を測定する装置の如何に依っては、位置又は運動量は如何程にも正確に測定出来るのである。(相対論的効果は度外視している)。之は交互作用の結果が厳密に決定されている事を示して居る。そして之は、後に述べる Einstein に問題とされた場合である。勿論人は作用量子  $h$  の有限性なくしては、不確定性原理は成立しないと反駁もしよう。それはその通りである。しかしその  $h$  の有限性が不確定性となって表現される結局の場面は散乱された光量子と顕微鏡との関係であって、電子の位置、運動量の不確定性は実は直接、

観測に対しては光量子の仕事運動量の不確定性に帰するのであって、前者のは光量子との（確定的な）関聯から間接導き出されるのである。

之に反して、次の思考実験は直接物質の粒子波動二元性を適用して居り、実際的にも用いられる。この場合は実際は観測と云うよりも実は折り分けによる preparation であり、観測手段は細隙を構成する固定部分である。

今、速度がよく知れている電子線束を Blende で劃るとしよう。これには幅  $d$  の細隙 Spalt がある。するとこれを出て来る電子の、この Blende と平行の方向に於ける位置の不確定は  $d$  である。この方向の運動量の不確定は  $\Delta p = \frac{h}{\lambda} \sin \alpha$  であるので Spalt を通るときに電子は廻折され、de Broglie 波の波長を  $\lambda$  とすると、その開き  $\alpha$  は光学の法則と同様に

$$\sin \alpha \sim \frac{\lambda}{d}$$

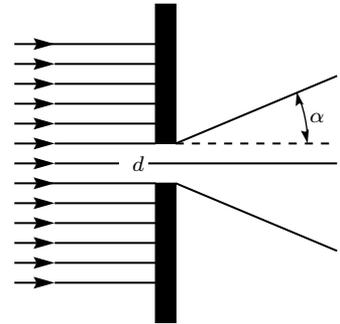
であるが、

$$\Delta p \Delta q \sim h$$

を得る。この場合測定手段としての Blende が電子と相互作用し、それに擾乱を与えたと考えられるのである。

以上二つの場合を見るに、古典的粒子像は、不確定関係の制限内に於てのみ測定される。従って粗視的領域で広くその妥当性を証明された古典力学も、この制限を超えては全く経験の根拠を得られぬことが、極めて簡単な経験的に知られた粒子 波動二元性に基いて証明されたのである。之は量子力学が古典力学を変革して独自の領域を開拓する権利を保証するものである。

之等の外、古典的粒子像の制限を示す思考実験の数は少ないが、我々それがすべて同一の不確定関係に導くことのみ注意して、その詳細は Heisenberg の著述に譲ることにする。ただ一つ注意しておきたいのは、不確定関係は過去に適用すべきでないといわれる点に就てである。例えば、或る時間  $t_1$  と暫く後の時間  $t_2$  に正確に位置 → 座標を測定することによって、回顧的に過去の速度と位置とを共に（不確定関係の制限以上に）正確に算出することが出来る。又最初の位置測定の代りに、速度が精確に測られても同様である。



勿論<sup>もちろん</sup>、かかる位置と速度とは全く観念的なもので、何等之を測定によって立証することも出来ず、粒子像を初めから実在と前提してのみ意味を有つものであるが<sup>3)</sup>、何等その後の粒子の運動の予言にも役立たぬ純回顧的なものであるから<sup>4)</sup>、これに物理的意味を付与すると否とは各人の趣味<sup>5)</sup>の問題であると言われる。然し一般的に過去には不確定関係は適用されないと言う<sup>6)</sup>のは不正確である。即ち適用されないのは第一測定と第二測定との間に於てであって、第一測定以前はやはり不確定関係の制限を受けるのである。之は Einstein-Tolman-Podolsky が示した通りである<sup>7)</sup>。(但し彼等の不手際な思考実験は、結論とは関係はないがその推論途中で、箱の質量から中の粒子のエネルギーを測定する重大な見落としがあると思う。)

P. Jordan は中間をモデル的に粒子像で考えるのは古典的習慣に過ぎず、予見 (Prognostierung) が不可能な以上、かかる中間値の算出は inhaltsleer だといっている。Dirac も言う通り、量子力学は実験と関係のない現象の whole causal を知る必要はない。continuous は不可能である (Dirac; P. Q. M. 1, Ed. p. 4, 5, 7)。連続的な (continuous) 運動を考えるのは物質の線束の如く統計的な集団に就てのみであると、Levi-Civita は言っている。(T. Levi-Civita, Bul. Amer-Math. Soc. p. 537, 1933)。

de Broglie は此の問題を説明するにあたり、仮りにその様な位置 運動量が計算で出たとしても、全く同じ条件の下で実験を繰返しても同じ結果が得られないから無意味であるという意味のことを述べている。v. Laue も同様に、かかる思考実験は個別的对象を取扱うから Paradox を生じるので、多数の対象につき統計的解釈を下せばかかる Paradox は生じないと言っている。併し我々は既に前に述べたところから以上の Paradox の如きは、直観的経験と量子力学との無矛盾性の証明を主眼とする思考実験の論理的方法論的意義に何等の障害とはならぬことを知る。何故ならこの Paradox は Bohr も言う通り、全く‘観念的’で直観的経験に関わらないからである。

斯くて、上述の v. Laue や de Broglie の大数的統計的見地からする批評は、思

3) N. Borh, Naturwiss. 16, S. 249 (1928), A. NB. S. 43

4) A. Eddington, N. P. W. p. 307 (1928)

5) W. Heisenberg, PP. QT. S. 15 (1930); L. de Broglie, Introduction p. 176-7

6) C. G. Darwin, Science 73, d. 653 (1931), The New Conception of Matter p.100 (1931)

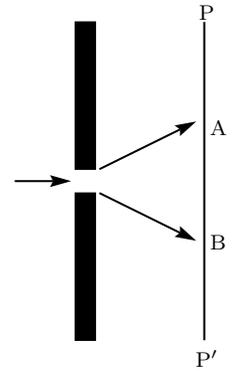
7) A. Einstein, Tolman, Podolsky, Phys. Rev. 37, p. 708 (1931) P. Jordan, A. QT. S. 308. A. Einstein, Rosen, Podolsky, M. v. Laue, Handbuch d. Radiologie VI/1 zte Aufl. S. 77 (1933)

考実験の論理的意義を減殺するものではないが、一面量子物理的実験に於ける統計的考察の重要性を示唆している点も見のがし難い。

量子論的領域に於ては、偶然に得られた唯一つの値は積極的意義を殆んど有たない。例えば、一つの細隙を通過した一つの電子が、写真乾板  $PP'$  の一点  $A$  に来たたとすれば、之は僅に  $A$  に電子の来る確率が零でないことを示すのみである。若しもある理論から  $A$  点に電子の来る確率を零と結論されるならば、この実験結果はその理論を覆すに足るかも知れない。しかし、この一つの偶然な結果からはそれ以上の積極的結論は得られない。

苟くも科学が法則性の追求をその使命とする以上、かかる個別的な偶然的結果は、端々に個別に考えれば理論の実験的根拠として全く無意味とさえ言える。もしも  $A$  点への出現を以て、この実験条件の一つの必然的結果と見做せば、第二の実験に於ては電子は他の点  $B$  点に現われて、第一の結果を覆すであろう。多数の実験の結果に依り、電子の統計的分布が明かにせられて始めて、此の実験は、科学的法則性確立の根拠となるのである。上述の実験のもつ消極的意義率（確率  $\neq 0$ ）も、常に確率概念の中に統計的考察を予想して初めて意義を有つのである。

此の意味では、v. Mises も言う通り、不確定関係の  $\Delta q$  や  $\Delta p$  は誤差論、否統計学に於ける大数の概念を借りてのみ科学的に明確な意義を得る。それは‘平均’的な誤差であった。かような事情から、量子力学は必然的に統計的見地を採用することになる。この第一義的な法則性と統計との必然的聯関に比すれば、E. C. Kemble が‘統計集団導入の必然性’の題下で述べて居る他の事情の如きは寧ろ第二義的派生的である。



## 第 16 章 量子力学に於ける物理的量の状態の概念

量子力学の対象とする統計集団は、古典統計力学に於ける Gibbs ensemble とアナログな集団である。今、古典物理学的系を dynamical 座標<sup>すなわ</sup>乃ち凡ての位置及び運動量座標からなる phase space (位相空間) と呼ばれる一つの (仮想的な) 空間中で考える。この空間の次元の数は系の自由度の二倍である。すると系の任意の状態はこの空間内の一点で代表される。つまり  $k$  自由度の古典力学的系の決定要素は  $2k$  個  $k$  個の位置座標及び  $k$  個の運動量座標 であり、 $2k$  個の独立な実験で系の状態が完全に決定される訳である。さてこの代表点は古典的運動方程式に従って運動する。今、問題としている系がある時間にはっきり決った状態にあることが与えられず、一定の確率的法則に従い、多数の可能な状態の中の一つにあるとしよう。之は位相空間中の流体で代表され、位相空間中のある容積中の流体の質量は系の代表点がこの容積内にある確率の総和である。そしてこの流体の各粒子は古典的運動方程式に従って運動を続けて行くのである。このような多数の系の群が Gibbs に依って導入された ensemble である。空間中の一点に於けるこの流体の密度  $\rho$  は系が相当する状態の付近にある確率, per unit volume of phase space を意味する訳である。

量子力学に於ても J. v. Neumann が示した如く、之と相似した統計集団が考えられ、相当する密度  $\rho$  を導入することが出来る。併し、量子力学では phase space は無意味であり、 $q$  と  $p$  に同時に数値を与え得ぬ事情を考えると、Dirac も云う如く此のアナロジーは意外な位である。

しかし、我々が之から取り扱おうとする統計集団の状態は単一の波動函数で記述され、此の集団のすべての系はあらゆる点に於て全く等しい波動函数を以てその未来の変化が規定されているという点で古典統計力学の統計集団を量子力学的に取扱おうとするものではない。古典統計力学では無限に多くの sharp に定まった古典的状态の集団を取扱ったが、我々の今から問題にするのは主として単一の量子力学的状態である。古典統計力学の量子力学的一般化は所謂量子統計力学であって、之は多くの量子力学的状態を含む集団であり、従って多くの独立な波動函数で記述される。之は所謂 'Gemisch' 混合と呼ばれる集団であり、今ここに問題とする単一の状態、単一の波動函数で記述される 'reine Fall' (純粋状態) 又は 'einheitliche Zustand' (単一状態) と呼ばれる集団とは区別せねばならぬ。

量子力学的系の状態は之を幾何学的にいえば一般には(抽象的な)無限次元 Hilbert 空間<sup>1)</sup>内の一つの複素ベクトルで代表される。このベクトルは大きさは任意であって、方向だけが問題にされるので正しくは射線 (Strahlen) と呼ばれるものである。又系はこの空間内の単位球の球面上の一点で代表されると言っても内容は同じである。波動函数  $\psi$  はこの射線若しくは単位ベクトルを解析的に表現したものに外ならない。之は古典力学の状態が位相空間の一点で代表されるのとアナログではあるが、 $\psi$  それ自身は直観の意味を有しないという点で、位置及び運動量座標の如き物理量とは甚だ様子が異っている。

古典力学に対し量子力学に於ける物理的量は Hilbert 空間内で此の射線  $\psi$  に他の射線  $R\psi$  を対応せしむる対称 Hermite 的演算子  $R$  で表現される。この演算子 (Operator) が Heisenberg 等の Matrix, Dirac の所謂 <sup>いわゆる</sup>Observable に対応するものである。逆に總ての Hermite 演算子には、或る系の物理的量は又は 'Observable' が対応すると考えるのは Jordan や J. v. Neumann の立場であり、之に対し W. Pauli の如き学者は、何が物理的であるかは理論を更に展開して経験的事実に照合して決定すべきであると主張している。<sup>しか</sup>併し、今日まで前者の説を駁するような事実は知られて居ないので最近に於ても Neumann は之を postulate し、唯 '或演算子環  $M$  に属する' という制限を入れれば尚更要求が少くなると言っている。Jordan も Pauli の注意は将来の理論の発展に余り役立つとも思われないと評している<sup>2)</sup>。

之だけではまだ極めて一般的で物理的量の更に詳細な規定は次章第 17 章で述べる。何れにせよ物理的量は観測値の如き数値をもつ  $c$ -number ではなく、抽象的な  $q$ -number であり、<sup>いず</sup>之等  $q$ -number の間には一般には乗法の交換法則が成立せず、特に成立する場合には相互に可換 (vertauschbar) であると言われる。結局、後にも述べる如く、量子力学では物理的量はそれから数値を見出すために測定する測定の仕方<sup>いず</sup>で定義する外はない。

今、Dirac 等に従って量子力学の根本理論を時間に対する関係から二大部門へ分てば、第一は、一時間点に於ける原子系の状態を支配する諸関係を取扱う部門

1) 之で Schrödinger と Hilbert 等とが Hilbert 空間幾何学の両側面から出発した事が判然した。

2) ZS. f. Phys. 87, S. 505 (1933)

であり、之が特に古典力学と著しい対照をなして居ることは直ちに示されるであろう。第二は、状態の‘時間的’な 詳しく言えば時間に対して連続的な 変化を取扱う部門であり、之は古典力学の運動方程式と類似した法則を持つ。

さて、ある瞬間に於ける  $n$  自由度の量子力学的系の状態は  $n$  個の独立にして、可換な物理的量の固有値によって完全に規定される。此の場合物理的量の可換性とは二つの演算子の適用順序が結果する数値に影響しないこと（乗法の交換法則の成立）であり、之を具体的に言えば、二つの物理的量を相次いで測定する場合両者の何れを先にするも各々が夫々或る値を結果する確率が変らぬことを意味する。之は一方の量の測定が他方に影響しない事に外ならないから、二つの物理的量の同時可測性（測定の Compatibility）を意味する。

之に反して、非可換性は一方の測定が他の物理的量に擾乱を及ぼし、前以て測られた結果を覆滅することがある。若し、Schrödinger のいう如く前者測定結果の知識を覆滅するという言い表わし方が不適ならば、第二の測定は前の測定の結果、系が取るべき物理的量の値が客観的に状態を変えて了うことによって変化せしめると言うべきであろう。之が乗法の交換法則不成立の物理的意味である。

そこで  $n$  回の測定に依れば、一切の過去の状態の關係に現在の状態が完全に決定されるのであり、之は  $n$  が互に独立で Compatible な観測の最大数であり、之以上異なる測定を行えば以前の測定結果を犠牲にすることになるような最大限度に決定された極状態を得ることに外ならない (Dirac, P. Q. M. p. 12-14)。此の一定状態にある多数の系は、量子力学では客観的原理的に無差別でそれ以上分割し得ず、又、他の状態の合成からは得られないのである。即ち之は上述の純粋状態乃至単一状態と呼ばれるものに外ならない。

原理的考察からすれば、任意の物理的量にはかかる純粋状態を測定によって確めるか、更に実際的には折り分けに依って準備することは常に可能であると見られる。併し、純粋状態を準備することは、系なり集団なりの過去の歴史を全く覆すことであるから、歴史性そのものの観察が本質的な役割を演じるような集団（例えば hysteresis を示す固体や生体等）に就て、勝手に純粋な基本過程に主眼点を持つ量子力学の見逃し難い性格であろう。

かく量子力学的には完全に決定された状態である絶対状態も之を規定する  $n$  個以外の物理的量を測定すれば、その結果として得られる値は一定せず、一般にあ

る確率を以て分散した値の分布が得られる。この事情を少しく具体的に示して見よう。

今、多数の要素  $S_1, \dots, S_n$  ( $n$  は充分大) からなる統計集団を考え ( $S$  はすべて同一の物理的構成を有するが、その状態は必ずしも等しからず、一般には混合状態と考えよう) 之に就て互に独立なる物理的量  $L, M, N, \dots, P, Q, R$  ( $\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N}, \dots, \mathcal{P}, \mathcal{Q}, \mathcal{R}$ ) が定義されている。 $\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N}, \dots$  の群と  $\mathcal{P}, \mathcal{Q}, \mathcal{R}, \dots$  の群とは各の群の中では相互に可換、即ち同時に測定し得るが、他群のものとは同時に測定することは不可能であるとする。

今この統計集団から純粋状態を作り出すためには測定乃至それに相当する preparation の方法に依って、 $\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N}, \dots$  に就てそれぞれ一定値  $\lambda_{\mathcal{L}}, \mu_{\mathcal{M}}, \dots, \nu_{\mathcal{N}}$  を有する系のみを択り分けなければならない。先ず  $L$  に就て測定し、 $S_1 \dots S_n$  の中  $[S'_1 \dots S'_L]$  まではすべて  $L$  の値として  $\lambda_{\mathcal{L}}$  を有し  $[S^*_1 \dots S^*_L]$  は然らずとする。この  $[S_1 \dots S_L]$  の中から  $\mathcal{M}$  に就き  $\mu_{\mathcal{M}}$  を有する系を択り出し、それを  $[S''_1 \dots S''_M]$  とすれば、 $S''_1 \dots S''_M$  は、 $\mathcal{L}, \mathcal{M}$  に就て何れも等しい値  $\lambda_{\mathcal{L}'}, \mu_{\mathcal{M}'}$  を有する。これは  $\mathcal{L}, \mathcal{M}$  の commutability、即ち  $\mathcal{M}$  の測定が系に擾乱して  $\lambda_{\mathcal{L}'}$  を変じることが無いので初めて可能である。……かく択り分けをつづけて次第に純粋な系を作り、最後に  $\mathcal{N}$  の測定結果、 $\nu_{\mathcal{N}}$  によって、独立可換な物理的量の群のすべての量に就て、何れも同一な数値を有する集団、即ち純粋集団  $S_1 \dots S^{(n)}$  を得る。

‘完全に相等しい状態から異なる状態が生じる’此の命題は‘状態’という概念を漠然と一般化すれば、明らかに充足理由律の破壊であり科学の放棄である。之が量子力学の結論としてセンセーショナルな文章で宣伝せられる時、古典的な訓練を受けた学者が沈黙を守り得ないのは蓋し当然であろう。

古典的立場からすると此の窮境を脱する為に唯一つの道が残されて居るように見える。それは現在の量子力学を不完全として宣言することである。勿論量子力学が幾多の問題で成功を収めた事を否定するのではない。しかし、量子力学の成功した問題を注意深く見るとそれは多かれ少かれ統計的性格を持った問題である。之に反して個別過程、測定の個々の結果を決定的に導くには、量子力学は未だ‘不完全’であって、将来のより完全な理論のみが之を能くするのではないか。而して将来の理論は今日、量子力学から見て完全に等しいとされる状態なるものは実

は未だ発見されていない或る隠れた量に就ては区々別々であって、純粹状態なるものも、この隠れた量に就ては平均されたものではないか。量子力学的に‘完全に等しい’状態から異なる結果が生じるのはそれらの状態がこの隠れた量に就て異なる値を有するからであろう。然らばこの隠れた量を見出すことに依って充足理由律も満足される。斯かる目標を以て探究するのが科学の道ではないか。この隠れた量は数学的に言えば未知のパラメーターであるから、以上の如き考え方は‘隠れたパラメーター’の理論と呼ばれて居る。

此の考え方を詳細に数学的に批判したのは J. v. Neumann である。彼は現在の量子力学の特殊の物理的主張（例えば運動方程式や系の Hamiltonian の構成決定等）に頼ることなく、極めて一般的形式的で殆んど自明な確率論の根本要請から出発して斯る‘隠れたパラメーター’の存在を数学的厳密性を以て否定しようとする。

Neumann の理論の要旨は、既に 1927 年 Göttingen の Nachrichten に発表された論文に見られ、‘量  $R$  に属する測定値の分布が精確なるが為には、 $\varphi$  が  $R$  の固有函数であることが必要にして且つ充分な条件である。そのとき  $R$  の値は  $\varphi$  の固有値となる。然るに  $\varphi$  が固有函数でないような Operator  $R$  も確に存在するから各状態にはその測定値の分布が精確でないような量が属している’と説かれているが、そこでは‘總ての状態にはその測定値の分布が unsharp であるような（即ち、個々の測定値が偶然的であるような）物理的量が必ず存在する’ことが証明されて居るが、後の著書では之は極めて大がかりな数学的準備を以てより厳密に遂行され‘因果性の数学的否定’が結論されている。彼の仮定は本質的には、

1. 量  $R$  がその本質上決して負でないならば（例えば他の量  $S$  の平方ならば）その期待値（平均値）は負でない。

2.  $\text{Erw}(R) \geq 0$

3.  $R, S, \dots$  が任意の量なるとき、 $a, b, \dots$  を任意の実数とすると

$$\text{Erw}(aR + bS + \dots) = a\text{Erw}(R) + b\text{Erw}(S) + \dots$$

及び物理的量と Operator の関係に就て

A. 量  $R$  が Operator  $R$  を有するとき、量  $f(R)$  は Operator  $f(R)$  を有す。

B. 量  $R, S, \dots$  が Operator  $R, S, \dots$  を有するとき、量  $R + S + \dots$  は Operator  $R + S + \dots$  を有す。

そこで彼は、先ず任意の  $R$  に就て常に測定値が分散しないような状態は存在するかを問い、無分散 (Streunungslos) の性質を

$$\text{Erw}(R^2) = \{\text{Erw}(R)\}^2$$

で特徴づけ、之がすべての  $R$  に就いて成立つとすると上述の仮定を以て自己矛盾を来す事を証明づけ、結局、 $\text{Erw}(R) = \text{Erw}'(R) = \text{Erw}''(R)$  即ち、純粋状態は自己と全く等しい状態の合成の場合にのみ合成される。異なる二つの状態からは合成されないことを演繹した。

斯くて v. Neumann は量子力学の解釈問題としてではなく、客観的に数学的に、すべての測定値の無分散性は上述の自明的要請と矛盾し、因果性は厳密に否定されたものとする。量子力学が不完全であるとも、かかる自明的数学的前提までもが誤って居るとするのは極めて考え難いことであると説いている。以上が所謂「因果性の数学的否定」の骨子である。

此の v. Neumann の論法に対しては、批判がないではない。之は彼の論証には確率論的な仮定が含まれているから、それが厳密な因果性と両立しないというのは一種の循環論法であるというのである。

一方に於て量子力学に於ても厳密なる法則性がない訳ではない。即ち、Dirac の分類の第二部内に相当し、物理的系の状態の時間的变化 (一種の propagation) を記述する法則性である。之は数学的に古典力学の運動方程式のアナロジーで、即ち、外的擾乱を遮断した純粋状態に在る系の  $\psi$  関数は量子論的運動方程式に媒介せられて、連続的一義的に (且つ可逆的に) 変化する。

併し、この運動方程式には二通りの表現が行われている。その一つは Schrödinger の方程式であり、 $H$  は  $\psi$  に独立な線型の Operator である。

$$i\hbar \frac{d\psi}{dt} = H\psi$$

状態の時間的变化は  $\psi$  を代表する射線の方向が時と共に変化することで表現される。之を Schrödinger picture と呼ぶ。  $H$  が時間と共に変らなければ、時間  $t$  に於ける状態  $\psi_t$  は時間原点に於ける  $\psi_0$  が

$$\psi_t = e^{-\frac{i}{\hbar}t \cdot H} \psi_0$$

として、explizite に表わすことが出来る。即ち外部からの擾乱が無い限り、任意の時間の状態からそれ以後の任意の時間の状態は数学的に演繹され、又その逆も

なりた  
成立つ訳である（可逆性）。

これに対して、射線の時間的变化の法則が線型であることを考えれば、運動方程式は次のような形式をとることも出来る。即ち、系を代表する射線は固定されていて、逆に座標軸が運動し、時と共に方向を変動する、この見方では、Schrödinger picture の場合、力学的変数は constant な linear operator で代表されたのに反し、力学的変数は座標軸に refer した線型 operator であるから、座標軸の運動に従い、一般に時と共に変化する。之を  $\xi$  とすると、運動方程式は

$$i\hbar \frac{d\xi}{dt} = \xi H - H \xi$$

で、之は 1925 年 Heisenberg の導いたものであるから、この見方は Heisenberg picture と呼ばれる。そして以前に述べた通り、古典運動方程式とのアナロジーから  $H$  を系の Hamiltonian と呼ぶのが適当な事がよくわかる。以上二つの見方、Schrödinger picture と Heisenberg picture は、その実質に於て同一であるが、Heisenberg picture は Hamiltonian が時間的に不変な量子力学系に対してのみ便利であり、この時 Hamiltonian 自身を対角線的に表現出来、之は Heisenberg の最初の方法であるからこの表現を Heisenberg representation と呼んでいる。

以上では Schrödinger 方程式に於ける Hamiltonian は時間を explicit に含まないとして来たのであり、閉鎖した系で外部的影響がない場合、その時間微分は零であり、之がエネルギー保存則を表現するのであるが、実は Schrödinger 方程式はかかる場合に制限されるものではない。これがその一つの長所である。ところが Hamiltonian が時と共に変動することは系が外部とエネルギーを交換することを意味し、今若し測定過程の客観的物理的内容は被観測系へ或るエネルギー的交渉を一時挿入すること、即ち観測者に依って決められた適当な  $H$  の時間依存性に外ならないと考えると、測定による擾乱もこれで、この  $H$  の変化を含む Schrödinger 方程式で記述されるのではないかと考えられるかも知れない。しかし測定はかかる客観的物理的に記述されない要素を含んでいる。Schrödinger 方程式による連続的一義的可逆的な変化は（たとえ  $H$  の時間変化を考慮しても）測定過程の真実相を全面的に表現することは出来ないのである。我々はその説明に移るであろう。

之を要するに我々には‘状態’の概念が次第に浮び出て来る。状態は先ず最大可能な測定に依って完全に決定されるという点で、特殊な時間に於けるその系

についての Summe von Kenntnissen‘知識の總和’以上のものではない。従って Schrödinger 方程式を媒介として、その時間的变化が追求されるといっても、一種の mathematical causality であり、古典力学に於ける如き直接観測と結び付いた propagation ではない。Schrödinger の所謂<sup>いわゆる</sup>“Erwartungskatalog” という表現の意味するところである。

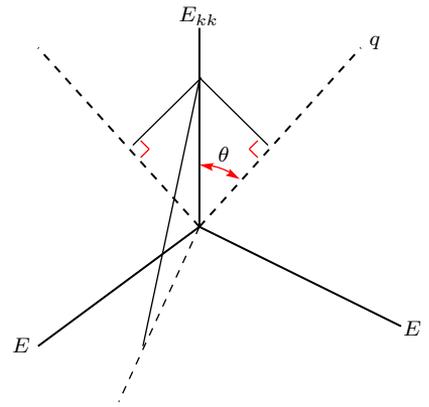
## 第17章 観測と統計

量子力学の演算場抽象的 Hilbert 空間は一般に無限次元のユニタール空間であるから、相対性理論の場合の如くレアルな直観的意味はない。

しかし今理解を具体化するために<sup>あたたか</sup>恰も三次元空間の如き図で之を示して見よう<sup>1)</sup>。

すべて量子物理的量は、それぞれ一つの Tensor で表わされ、その主軸の方向は丁度剛体の慣性能率の Tensor の如く右図のように表わされる。

この主軸の方向は一般に各々の量子論的量によって異り、可換な Matrix (乃至演算子) のみが同じ方向を有<sup>も</sup>っている。或一つの量子論的量を正確に知ることは、Hilbert 空間内ではっきり決った方向を確定すること、即ち射線方向を決定することに相当する。(此の際 Entartung はないと仮定する。) 之はその量が決った値を持つような状態を代表する方向と考<sup>さしつか</sup>えても差支えない。



さて、ユニタール空間で(位相の因子を除き)正確に方向を決定することは、その量子論的量の知識を最高限度まで精確に知ることを意味し、前述の純粋状態に相当する定まった(entarten していない)定常状態にある原子は純粋状態にあり、それに特徴的な方向は、その定常状態のエネルギー  $E_{kk}$  に属する Tensor  $E$  の主軸  $k$  の方向をもつ。この方向に於ける変数  $p$  や  $q$  の値は何かと問うことは全く意味をなさない。 $E$  と同じ主軸方向の Tensor で代表される物理的量のみがこの方向で一定の値を有<sup>も</sup>っている。例えば總角運動量能率はエネルギーと同方向で同時に決定される。

若し  $q$  の値を測ろうとすれば、 $E$  の主軸に相当した諸方向 ( $q_{11}, q_{12}, \dots, q_{nn}$ ) の一定の確率を備えた混合状態 (Gemenge) と考<sup>も</sup>うべきものが生じる。

$$\Psi E_{kk} \rightarrow S_{k_1} \psi_{q_{11}} + S_{k_2} \psi_{q_{22}} + S_{k_3} \psi_{q_{33}} + \dots + S_{k_n} \psi_{q_{nn}}$$

例えば、顕微鏡による位置観測の例を取れば、Compton 効果の衝撃結果の不確実な部分は、この純粋状態  $E_{kk}$  をかかる混合状態へ変じてしまう。ところが、この混合状態は  $q$  の主軸の諸方向の適当な確率係数を以ての混合状態と考えられる。

1) Heisenberg, Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie (1930) S. 421.

斯く出来上った混合状態中から実際に行った測定は、その結果として、ある一つのきまった方向値  $q_{nn}$  を取り出すのである。

さて、この  $E$  が測定されて  $E_{kk}$  を得たのち  $p$  を測定して  $q_{nn}$  を得る確率は、初めの  $E$  の方向と  $q$  の方向の間の‘コサインの平方’正しくはユニタール空間で此のコサインの平方に相当するアナローゲン、即ち変換函数の modulus の平方  $|S(E, q)|^2$  で与えられる。この仮定は一般に量子力学の根本的な Postulate の一つであり、Axiom であるから、従って之を更に基礎づけることは出来ないと考えられている。但し W. Pauli はつまり之は  $E_{kk}$  から  $q_{11} \cdots \cdots q_{nn}$  への射影の係数に相当する。ユークリッド幾何学的には射影であり、之を Operator 算法として表現するところに、即ち一種の抽象的射影幾何学としての量子力学の算法を特徴づけるものがある。これを論理命題化せんとする Neumann の試みも之から理解の初歩を見出し得る。

以上  $E$  と  $q$  について詳細に述べたことをまとめて一般的に言えば、二つの量子論的量の値は、この二つの量に相当するテンソルが平行な主軸を有する場合に限って、その間に因果的な（より適切には一義的函数関係）が存し、主軸が平行でなければかかる一義的聯関は存しない。

主軸が平行でない場合には前述の通り、確率係数を以てする統計的連関があるのであるが、その統計的連関も、対象たる系に an und für sich に実現されている訳ではない点に特別デリケートな注意を要する。例えば、上に述べた例で、系の  $E$  が  $E_{kk}$  にあることが知れている場合、その系の  $q$  はそれ自身に於て客観的に  $|S_{kk}|_{r=1 \cdots n}^2$  なる分布にある訳ではなく、又、その何れか一つの  $q$  に確率  $|S_{kk}|^2$  を以て存する訳でもない。我々は水素原子中の電子の分布は、もしも  $|\Psi|^2$  をとるとその縁辺の部分で次の運動エネルギーを考えねばならぬという不合理の生ずることを述べた。その場合、これが Compton 効果の如き測定手段とのエネルギー交換によって説明せられた通り、 $E_{kk}$  から  $S_{k_1} q_n + \cdots \cdots + S_{k_n} Q_{nn}$  に移るには  $q$  を測定するための測定手段が系に擾乱を及ぼすことが必要であり、この擾乱によってのみパラドックスから脱出し得るのである。ただ  $E$  の値と  $q$  の測定値との確率的聯関、つまり  $S$  なる函数はその系によって規定されていて、之れは測定値からは独立なのである。従って  $E_{kk}$  なる測定値に対し分布  $S_1 q_1 + \cdots \cdots S_n q_n$  はどこまでも可能分布に止り、測定を<sup>ま</sup>俟たずしては一片の現実性をも持たないのである。

しかしあらゆる測定に於て<sup>あらかじ</sup>予めないものを測定することが意味があろうか。そ

の意味で状態を表わす波動函数  $\Psi$  を Schrödinger は Erwartungs katalog ( 予測目録 ) と云った。

以上の如き解明分析を経るならば ‘量子力学の最も興味ある問題’ とも称せられる ‘波堆の収縮’ (Reduction der Wellenpakete) も了解に難くないであろう。既に以前に波動函数の解釈の箇所 ( 第 12 章 ) で述べた通り、測定は瞬間にして ( 超光速を以て ) 波動函数を収縮せしめる。それがエネルギーの伝達を伴う物理的過程であり得ないことは嘗て述べた通りである。今やその意味は完全に明かとなる。そもそも物理的量  $R$  の測定とは、一般に量  $R$  の値が全然知られていないか、若しくは不精確にしか知られていない場合に、測定によって之をより精確に知るとき初めて意味を有する。この測定過程は上述の説明からして二つの明確に区別すべき階級から成る。

第一段は系を外部的な物理的にレアルな事態の客観的経過を擾すような ( ‘擾す’ というのは主観的な知識を前提とした秩序の概念が入って居て差支えがあれば、‘変える’ でもよい ) 作用の下に置く。此の作用は、如何なる物理的量を測らんとするかによって、定まった測定装置の系に対する作用に外ならぬ。例えば、光による照射とか、電場 ( 又は磁場 ) を挿入することである。

此の作用の結果として、( 又目的として ) 被観測系は多くの ( 一般には無限に多くの ) 諸状態の混合集団に化するがこれら多くの状態は何れも量  $R$  の値が以前より精確にえられるという点では何れも同様である。ここで波動函数は一般に拡散した状態にある。

第二段は、かかる無限に多くの可能性の混合中から一つのはっきり決った  $R$  の値を事実実現されたものとして取出すのである。しかしこの第二段階は観測という出来事の過程に何等影響を及ぼす過程ではなく、単に実際起った事についての我々の知識を限定するのみであり、しかしここにその他の値の可能性は消失し、一瞬にして、飛躍的に波動函数は収縮する！ 之が今日一般に承認されている考え方である。

量子力学の取扱いは 否、現在の予想では数学的理論一般が ( 第一次的な対象として ) 取扱い得るのは 以上の測定の二つの段階の第一段階のみである。数学的理論としての量子力学に於ては系のすべての時間的变化は連続的に推移する。可能性としての ‘予測目録’ を記述するに過ぎない波動函数は飛躍の過程には

発言権を持たない。Pauli が‘量子力学は、厳密に言えば（不連続的な）過程なる概念を関知しない’と世俗的概念にパラドキシカルに説くのも此の意味である<sup>2)</sup>。

この‘目録’を実現し、系が実際に如何なる状態へ転移したかを確定するのは測定第二段階である。此の物理的事実の確定は観測の対象たる系の中に入れていない観測者（乃至記録装置）に依って行われる現実的確定であり、単に統計的可能性（固有値とその確率）のみを記述する数学的公式主義の立場からは予め自然法則的に決定し得ない Akt である。此の Akt に於て予測目録から唯一つの値が実現され、他の値は不可能となるので、Wellenpaket は一瞬にして収縮する。この‘飛躍’は対象的な自然過程ではないので、因果的でなく却って測定‘結果’に依存する。之が所謂不連続性の本質である<sup>3)</sup>。経過に於て（作用量子の有限性のために）観測の対象と手段との相互作用の細目を分離して見るために生じたのである。

併し之に就ては更に一段と精密な考察を要するのであろう。我々は次に之を論じよう<sup>4)</sup>。

我々は上来、観測される対象として、暗々裡に通常量子力学が取扱うような原子や分子電子等を考えて来た。併し一般に粗大な物体等も原子、分子から成るとすれば、観測装置も原理的には量子力学によって取扱い得るものでなければならぬ。若し然らずとすれば、量子力学は自然法則としての一般的意義を要求することは出来ない。凡そ物理学の対象たる自然の如何なる部分に対しても成立する理論と言うことは出来なくなる。或いは逆に観測対象も装置も共に電子或いはその他の基本的粒子の体系であることを考えれば、それらの合成系の Hamiltonian が、Neumann の無矛盾性の証明に用いられた様な一般的なものに比べて、制限されたものになる可能性はなくもない。しかしこのことは量子力学そのものの内部矛盾というより、その相対論的量子力学又は素粒子論への発展の契機としてみられるべきであらう。

2) W. Pauli; P. W. S. 161. 之は既に Sommerfeld への Festschrift, Problem der modernen Physik, S. 30–45 (1923) の中でも説かれたことである。注意すべきは此処では‘過程’が問題になっているのでエネルギー準位等の不連続性は勿論量子力学の独特の領域である。不連続 連続の量子力学に依る止揚に就ては Jordan; Anschauliche Quantentheorie S. 208 参照。

時間・空間の最小単位を認めて不連続的時空論を構成せんとする G. T. Podoluski; Gottfried Beck 等多数の試みは相対論的に universale kleinste Länge の存在が否定せられる以上見込はないであらう。(Pauli; P. W. S. 243 参照)

3) W. Pauli; Die allgemeine Prinzipien der Wellenmechanik.

4) この点については Neumann により徹底的に研究され、波動の reduktion による測定過程の成立の無矛盾性が、観測対象と観測手段の分離面の相対性にも拘らず保証されることが示されている。(Neumann; Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik S. 222 以下参照)

以上に詳説した如く、量子力学に於ても対象たる二つの系の相互間の相互作用の影響は Schrödinger 方程式に従い連続的に、いわば‘因果的’に経過し、之は一方の系が観測器械の如きもので、それが量子力学の対象として取扱われている限り、何等本質的な変化を来たさない。状態の‘非因果的’飛躍的变化なるものは対象の外に立ち、対象に含まれていない。観測器械を以て測定者が測定値の読みを取るが為に起るのである。

結局、測定の際には系が完全な閉鎖した系ではあり得ない為に、此の因果性の要求が貫徹されないのである。だが斯く言う事は或いは次の様な思想を想起するかもしれない。

因果連鎖の追究が不可能になるのは、系の外部に立つ観測装置及び観測者の作用のためであるとすれば、この観測者等を含め、否、宇宙の全体を一丸として、之を量子力学的対象と見做し、之について Schrödinger の方程式をつくれれば、その時間的变化は正に因果的で、一切の未来は決定されている。即ち、量子力学がその対象を自然の連関（実際に存する相互作用）を無視して、単に思想の上で人為的に切離し孤立せしめ、それへ外部から加わる擾乱を正当に取り入れられない為であると。

丁度、観測の際の量子力学的系は、古典力学の incomplete system のようなもので、之を完全に扱うには天体力学の摂動論に相当する労力が必要である。此の労力を払わずして因果的記述を放棄するのは‘軽卒にして怠慢’ではないか。(Silberstein; Causality, a maxim (1933))

観測作用の擾乱を観測するには更に他の観測装置を要し、segessus ad infinitum となると言う批難に対えるには、宇宙全体の物質に関する Schrödinger 方程式を作り、完結した‘undisturbed whole’を得れば、最早外部に残る擾乱者はないので、少くとも理論上は因果律の厳密な成立を期待し得るではないか。観測の相互作用をも含めた‘Genzheit の理念’の必要こそ最近の物理学の一特質であると。

だが、一切の測定を拒否し、具体的数値を読み取る可能性なき宇宙全体の Schrödinger 方程式、Laplace の‘巨大な intelligence’も、この方程式完結の瞬間に、物理学は化して単なる数学的図式に墮するのである<sup>5)</sup>。

5) Heisenberg; Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie (1930) S. 44

## 第18章 相反補足性 Komplementarität

量子的現象の取扱では或点に達すると直観的なモデルが無効になり、時間空間的記述を徹底させることが出来ないことは Bohr 等によって力説せられた通りであり、Heisenberg の方法の出発点であった。之によって量子力学の抽象性は止むを得ざるものとして辯護せられ直観性を諦めることそのことが正に新たなる現象領域の法則性の探究への自由を約束するものと言われた。之は既に前章に於て纏説した通りである。他方に於て物理学はその実験との連関上、必然的に或程度迄は空間時間の直観的概念を要し、之を缺くときは正にその現実的根拠を奪われて、一片の単なる数学的観念体系と化する外はない。併し乍ら一方に於て直観性の断念が必然的であり、他方に於て直観性が不可欠であるということは、少くとも論理的には一つの裁決を要求する問題である。この矛盾が物理学に取って致命的アポリアであるか、それとも実は外見的な矛盾に過ぎないものであるかは事態の深刻な解剖に俟たなければならない。而して、此の点こそ量子力学が呈出した最も重要にして、最も特色ある哲学的問題の核心であり、粒子 波動の Dualismus、観測対象と観測者との交錯、因果性と偶然性等の許多の難問も、その源を此処に発し、それ等の根本的解決は此のアポリアの解決に帰するのである。従って問題の重要性に鑑み、我々は更に詳細に此の対立を叙述し、次第に問題の核心に集中接近しなければならない。

量子力学の創唱の際に於ける Heisenberg の方法論的考察は、我々が日常生活の卑近な経験から取り来った概念を経験に依って充分基礎づけられていない領域へ無意識的、無批判的に拡張し、一般化することによって矛盾に陥入る危険を闡明して極めて印象的な成功を収めた。それによって量子現象に於ては、古典運動学の基礎概念たる位置や速度の概念は本質的な制限を蒙ることになった。そこで次の様な思想が起るのは極めて自然であろう。即ち‘物理学の理論に絶対的に確実な基礎を創らんがために、徹底的に経験的に基礎づけられた概念のみを現象の記述に用いる<sup>1)</sup>’ことである。之がためにはあらゆる科学以前に、先ず‘すべての曖昧な概念から言語を浄化する’という手段も考えられよう<sup>2)</sup>。事実 R. Carnap 等の

1) Heisenberg, P. Q. T. S. 1

2) Heisenberg, Wandl. S. 49

記号的な論理学 (Logikkalkül) の如きは斯うした意図を多分に潜めている。併しかかるプログラムは、Heisenberg の指摘によれば到底遂行不可能である。何故ならば、かくては極めて単純卑近な概念と雖も、一々改訂を免れず、我々の言語は殆んど残るところなく失われて了うであろうからである。更に、或る一つ概念を用いて危険がないかどうかを前以て判別すべき規準など存在するであろうか。何等かの論理的方法で、科学以前に概念を闡明して置こうとする要求はあらゆる未来にわたる科学の発展を単なる論理的分析で予定して了うのと同じ事ではないか。斯くてこの極端なる実証主義的な方法論は空虚なる試みに終らざるを得ないのである。

之と相似の主張は旧来の直観的空間 時間的世界から借り来った一切の言葉を排し量子力学の新しい数学的關係に即応して、全く非直観的な新しい概念を構成することに依って、乃至 ‘Eigenwert’ の如き数学的用語を従来の力学的概念に転釈せずに用い、困難を避けようとするものである。例えば因果律の如きも、これらの新概念によれば正当に保存されるのではないかという期待と結び付ける人もある。此の意見は一見極めて進歩的であり徹底している様に見える。しかし之は事態の誤解に基づいている<sup>3)</sup>。我々は Pauli と共に言わなければならぬ。‘余りにも保守的な傾向に対して近代物理学の立場を境界づけた後には、他方余りにも破壊的な傾向に対しても境界を劃さなければならぬ<sup>4)</sup>’ と。数学の抽象的形式に幻惑されて物理学の現実性を見落とすことは許されない。

我々は既に Schrödinger が実験物理学が直観的な問題を提起していると指摘したことを述べた。この Schrödinger の着眼は不幸にも、波動力学の誤れる ‘直観性’ の擁護に利用されたために、その不成功の後には彼自身としては却って反対の方向に進んだのであるが、やがて Bohr-Heisenberg に依って新たな照明の下に齎られることとなった。Bohr は 1927 年 Como の講演で ‘厳密に言えば観測の概念は因果的 空間時間的記述法に属している’ ことを注意し<sup>5)</sup>、而も不確定關係に表現された不確定度を考慮することに依って此の概念を量子論で矛盾なく用い得ると述べたが其の後この考察は次第に積極的に深められるに至った。直観形式は日常経験の理想化でありその限り、之を原子的領域に適用する場合に制限を受けるこ

3) Heisenberg, Naturwiss. 17, S. 494 (1929); N. Bohr, AT. NB. S. 10 又は Erkenntnis 6 S. 298 (1936)

4) W. Pauli, Scientia 59, S. 65 (1936)

5) N. Bohr, AT. NB. S.44

とも必要となったが、かかる制限にも拘らず、我々は直観形式を缺くことは出来ない。結局それを以てすべての経験が表現されそれによってすべての言葉が色づけられるのである<sup>6)</sup>。

人は物理学で使用される概念が、経験的に基礎づけられねばならぬ点を強調したが、物理学に於ける経験は観測であり、測定であることに思い到るならば、観測が前提する諸概念は量子論に於ても之を除去する事は出来ない。然るに観測は必然的に時間空間的操作であり、観測の結果は古典理論に於ける意味で記述し、了解されるためには直観的な日常の概念を以て記述、解釈されなければならない。かくて実験の条件と測定の結果の記述、了解には日常の概念に頼らざるを得ずこの日常の概念の精確な理想化された形態が、古典理論に於て定義された概念に外ならない。此の意味で古典的概念は測定の本質から要求されたものであり、此の意味に於てそれはすべての精密にして客観的な自然科学の基礎的前提をなすものである<sup>7)</sup>。

人は古典力学の‘法則’が量子論的法則の単に近似的な表現に過ぎないという概念を余りに広い意味にとってはならない。成程多くの古典的法則は量子論的法則から  $h \rightarrow 0$  の極限で得られるには違いない。しかし、之は古典的法則が不正確なる贅物であって量子論的法則があればそれは当然含まれていると考うべきではないであろう。量子論のシムボルと古典的概念の間にはかかる極限移行で連続的に到達することが出来ない異質性がある。両者の間には質的断絶がある。ここで回顧するとき、量子力学の抽象的形式はそのままでは古典力学の修正や建直しではなく古典物理学の対象領域たる直接的な現実性、Umwelt から対象化された Vorhandensein の数学的客観的直接的描写たることの全面的否定であったことの意味が明らかとなる<sup>8)</sup>。乃わち量子論の symbol,  $q$ -数で表現される法則性から古典法則をその統計的平均として把握するのは実は一つの根本的な Postulat であり、この Postulat が必然不可欠であること自身が、実は量子論的 Symbolik が古典概念を俟って始めて物理的意義を獲得することを意味するのである。古典概念によって抽象的 symbol と経験との架橋が可能にされるのである。元来作用量子の不可分性の認識、及びその大きさの測定そのものが測定の古典概念に基く分析に由来

6) N. Borh, AT. NB. S. 3 vgl. Kant, 純粹理性批判

7) Heisenberg, Nobelvortrag. S. 14

8) Heisenberg, Nobelvortrag. S. 14

する<sup>9)</sup>。斯くて古典概念を缺いては物理的問題というものがあり得ないことになるのである<sup>10)</sup>。

さて以上の如く物理学に直観的な概念が必須な事は殆んど自明であり、量子論で特に之を取上げるのは不可解と見えるかも知れない。人は古典力学が日常生活の直接的な経験に比して抽象的であることと量子論の抽象性も程度上の差異ではないか、斯る自明な事実を誇張して古典概念の間に生じるパラドックス、不確定関係や続いて述べる相補性原理に、Bohr や Heisenberg の如く過大の意義を与える根拠としてはならないと論じるかも知れない。Schrödinger や、之とは異なる立場ではあるが我国の一部の学者の間にも之に類する見解が見られる。斯様な見解は一見するともっともな批評にも思えるが、量子論と古典理論の抽象性を単に抽象性の程度という見地から考察し、いわば量的な差異にのみ着目して、両者の抽象性の間に存する質的な飛躍を十分明瞭にしていけない憾みがある。

古典力学の概念構成は、日常生活の経験の中、多かれ少なかれ機械的技術的な側面を秩序立てる位置、時間、速度、質量等の如き表象を理想化したものと言える。即ち、その経験対象は空間時間内に於ける客観的な過程であり、この客観性を保証すべく因果性が前提される。之はその世界を我々の主観的体験から独立に記述することを理想としているのである。Kant が Newton 物理学を模範とし、科学的経験の対象として取り上げた世界が之であった。Kant が之の世界を特に Newton 物理学の世界として記述せず、一般に経験的对象の領域と考えて居た事実からも推測出来る通り、我々は古典物理学によって構造作用を規定された測定装置を操作するに何等別世界を結びつける必要はなく、経験の対象と古典物理学の対象の間にいわば一対一の対応があり理想化による概念の修正も色あせただけで、topological には invariant であるといえよう。

併し、量子論の数学的内容、 $q$ -数を用いて表現される諸関係は、そのままでは決して経験の対象と一義的に結びつかない。否如何なる現実とも関係づけることが出来ない。我々が一定の演算方式に従って、それから  $c$ -数を導くこと、而してこれを測定すべき手段と関係づけることのみが経験との接触である。この測定こそ古典的な概念で客観的に記述される測定器械を以てのみ行い得るのである。之は測定器械と呼ばれる装置の全体が、隅々まで Newton 物理学で十分に記述される

9) Bohr, AT. NB. S. 10

10) Heisenberg, Nobelvortrag S. 14

という意味ではない。我々が測定装置の中に真空管増幅装置や、更に個別的な原子的過程を予想するような、例えば中性子検出に人工放射能を利用するというような部分を取り入れること、又被観測現象との関聯が単に確率的統計的であることも何等矛盾しない。事実今日の原子物理学の実験装置の大部分は Newton の知らなかった部分を含んでいる。そして上の例に於ても、我々は量子論的關係の非直観性<sup>かかわ</sup>にも拘らず、実験結果の叙述としては‘人工放射能でこの時この場所に中性子(即ち一定の物)が見出された’というような表現形式を取らねばならぬ。従って数学的諸關係が単にそれのみとしてでなく、物理的意義を得るためには常に古典的概念への翻訳が不可欠であり、かくて再び空間時間 因果性の古典的概念なくしては全然物理的問題は存在しないといわれねばならない。

併し乍らかかる反省<sup>しか</sup>、乃わち量子物理学に於て古典的概念が不可欠であるという事実の中に量子力学の論理的非独立性、非完結性を認め、之を以て量子力学を低く評価するもの<sup>な</sup>と考えるのは、そもそも量子力学の意義を不当に拡大し物理学の理論<sup>も</sup>が有つ意義<sup>ついで</sup>に就て依然として旧時代的觀念から脱却せず自然科学に形而上学的な自足的な客觀的現象の直接の記述を思い込んでいるために外ならない。量子力学は前から説いているように、与えられた実験條件の下で一定状態の対象<sup>ついで</sup>に就て行われる実験結果を算出する計算手段に外ならないことが、ここで再確認されなければならない。

一体研究対象が古典物理学では十分記述されない場合にも之が観測の手段たる測定器械が依然として古典的に取扱われねばならぬことは相対性理論の場合にも問題となった事である。例えば H. Dingler の如き学者は之から相対性理論の自己矛盾を論結して誤った路に入り込んだが、我々の問題とするのは此の行き過ぎた結論ではない。一般相対性理論に於てその実験的検証のために太陽による光線の屈曲を測定してユークリッド幾何学からの偏差を決定すべき測定器械それ自身としては、ユークリッド幾何学の妥当性を前提して製作されねばならぬ。之が製作に際しては時間と空間は截然<sup>せつぜん</sup>と区別されて相対性理論の固有特質たる時間と空間との融合は此の際には問題の外に置かれるのである。

さて斯様<sup>かよう</sup>にして、測定器械から実験結果を得るのにそれを時間空間内に於ける客觀的事実として表現しなければならぬとすれば、その客觀性の必然的契機としての因果性が予定されている。測定器械の如き粗視的对象は、我々が物質(そ

れが結局原子的構成を持つことは勿論であるが)の集団を因果的に規制されたものとして、時間 空間的図式の下に把握することによって成立する。我々が自己の身体の延長として多かれ少なかれ道具的な存在として身体に同化する時、原子集団は粗視的な対象となり、測定器械と同様の意味での存在の平面に統一される。斯く科学的経験の対象として規定された客観的事物は空間 時間的直観性を媒介として認識されるといわねばならない。

以上の如き分析の後には、Kant 以来<sup>しばしば</sup>哲学的論争の的となった直観形式と範疇の先天性 (Apriorität) の問題も自ら新しい照明を得る事になる。相対性理論に於て絶対時間と Euklid 空間が、量子論に於て因果律が批判せられた結果、我々空間時間の直観形式及因果性の範疇なるものは、もはやあらゆる未来に亘って物理学の理論的内容に対して不可欠な成分をなすものだと言えなくなった。Kant は正当にも知覚の客観性の可能性を因果連関性の要請に結びつけたが、‘現代の原子物理学は主観と客観とへ劃然と世界を二分するという意味での客観的物理学は不可能になったから、Kant の主張をそのまま継承することは不適當である’とは Heisenberg がこの哲人の思索した町 Königsberg で試みた講演 (1930) の一節である。けだし理論的内容的要素として Kant が指定し、後人が理解した限りの、時間 因果性のアプリアリ、之は Newton 物理学を内容的に固執永遠化したものであり、その後の理論の飛躍発展を助けるよりは寧ろ<sup>むしろ</sup>阻害したとさえ言い得るであろう。

かく Heisenberg は事態の認識論的分析を深めるにつれて Kant の見解の破壊的批判から、その意義を生かすに到った事は興味あることである。而も一方に於て自然科学が経験の客観性を缺く事が出来ない以上、現代物理学に於ても依然として直観形式と因果性は物理学的研究の前提である。‘何となればある一つの測定の経過と結果を mitteilen するには、それに必要な操作と指針の読みを客観的な、我々の直観の空間内で行われる過程として記述する外はなく、また測定結果から観測された客観の諸性質へ推論するには因果律が両者の一義的聯関を保証することなくしては出来ないからである<sup>11)</sup>。

又、測定器械は古典理論に言われる意味で決定されて居る (determinant) ことが測定の前提でなければならない。斯く見来る時、精密自然科学に ‘a priori’ の Idee

11) Heisenberg, Wandl. S. 18-19

が如何なる意味で如何なる制限の下に保存されているかは Kant の時代よりも遙かに明かになった。それは測定が実践的身体的行為であり、人間と対象との間の道具を媒介する交渉である限りに於て、時空因果性を必然的に前提するのであるが、このアプリアリは超歴史的形而上学的な固定したものではなく、又理論的形式の内容がそのまま時空因果関係の規定たることを意味するものでもない。

Bohr, Heisenberg はこの事態を屢々測定に於ける古典概念の必要という言葉で語っているが、古典概念というのは古典物理学の概念が上述の如く、この実践的取扱の典型的な理想化であるという歴史的な事情によるもので、要は測定が実践的操作と結果の客観的記述の前提となればよいのであって、敢えて復古主義を唱えるものでないことを注意したいのである。

J. v. Neumann の量子力学の数学的基礎に関する諸研究は、極めて精確厳正なもので、その功績を没するわけに行かないが、併し彼がそのようにして得られた数学的形式から物理的乃至自然哲学的な結論を下すときには、屢々首肯し難いものがある。上に論じて来た粗視的概念の本質、測定器械の合法則性等に就ては遺憾ながら彼の所論はそれが数学的に厳密であるだけ、それだけ人を誤らせると考えざるをえない。Neumann は先に述べた無分散が存在し得ないという数学的証明の結論として因果性に関する Schrödinger の見解に賛意を表し、粗視的に等しい原因が粗視的に等しい結果を生ずるという経験的事実は因果性の問題に何の関係もない。それは‘大数の法則’の結果として、要素過程を支配する（即ち実際の）自然法則が因果的なるや否やには無関係だからである。既に Brown 運動其他に於てこの外見的の粗視的因果性は破れている。原子的、要素的過程そのものに於てこそ始めて因果性の問題を正しく検討することが出来るが、彼の証明によれば量子力学は因果性とは否応なしに論理的に矛盾するから、いやしくも量子力学がその大要に於て正しいことを認める限り、自然因果性は否定されるというのである。

此の Neumann の考え方は前記 Schrödinger の外、R. v. Mises の自然法則はすべて統計的確率的法則に過ぎないとする見地乃至其の亜流としての厳密な因果性の成立は統計的に得られる法則性と論理的に矛盾するとする Popper の見地とも通じるものであるが、Jordan も指摘した如く、Popper の見解は v. Neumann 自身と

G. Birkoff によって Quasiergodensatz が証明された以上誤りであるし、Neumann も Mises も実証主義的な立場に立ち乍ら形而上学的な概念である要素的過程そのものが確率的であり、非因果的であるとして不決定論を主張するのは常に観測し得べき事実についてのみ論ずべき量子力学の立場とは却って縁なき領域への論理的な越境である。尤も Neumann の後の論文によれば「Pre-determinism の廃棄と簡単に言えない」とあるところによれば、或いは彼も之に気付いているのかも知れない。斯く Neumann は物理的測定<sup>か</sup>の直観的粗視的な器械を以て行われる事実の十分な認識が缺けている様に思われる。之は彼の有名な‘測定過程’の数学的理論にも亦反映している。Bohr は 1937 年東京に於ける講演でも測定器械が古典概念で記述されなければならない点を強調し、Neumann の測定論は兎もすれば此の点を看過せしめる怖れがあるから危険であると述べて、Neumann の理論を援用して古典概念の必然性に疑いを抱いていた学者の先手を打った観があった。勿論 Bohr は Neumann の理論が誤りだと言うのではないことは彼も後に注意していたが、我々には少くとも測定<sup>もつと</sup>の物理的前提に関する彼の説明は不完全なものであり、誤解の因子を含んでいると思う。

彼は測定過程を一応は対象 (I) と測定器械 (II) と観測者 (III) に分けている。通常の場合観測対象と観測者との限界は (I) と (II+III) の間に引かれるが此の限界は (I+II) と (III) との間にも移し得る。即ち本来の対象と測定器械とを合成した場合 (I+II)、これに対立して測定するものとして直察観測者を考えている。この場合新たに別の測定器械を導入することをしない。之は彼が究極的には観測者は抽象的な Ich にまで遡り得、之れと網膜、神経通路、脳を含めての一切の‘他者’を対象中に含ませ得ると明言しているのでも明らかである。

併し既に上來見た如く物理学的の測定を行うのは抽象的な Ich、所謂認識論的な主観の如きもので得ない。どこまでも観測器械乃至之に代る時間空間的存在を媒介せねばならぬ。然らざれば物理学の理論形式は如何なる解釈も不可能である。(I+II) に対しては (III) が対立するのではなく、新しき測定装置 (II') を含めて (II'+III) が対立せねばならぬ。

更に亦、Neumann の測定に対する物理的解釈の不充分さは、直接測定 Process (I) の統計的性格の検討にも現われて居る。v. Neumann は測定対象が測定の前に純粋状態  $\psi$  にあるとき、その測定結果が分散し対象が混合状態 Gemisch になるの

を観測者が自己自身の状態を完全には知らないために、その観測者の混合状態的（統計的）性格が測定過程中の交互作用により対象に伝染せるのである。即ち測定の結果、測定の前観測者（装置）の状態が正確に知れないから不確定になるという解釈は誤りであると論じる。観測者の自己状態に就ての知識には自然法則的に限界があるから、斯様な機構も考えられないが、それは数学的理論の上から否定されると言うのである。

Neumann は自ら不決定論者として、甚だ数学的に特殊化されてはいるが、恐らくは Planck が屢々表明する解釈を難じているものと思われるが、一面に於て Bohr, Heisenberg の観測に依る不可制禦的擾乱という概念を批評したものとみられよう。併し彼が批評の数学的根拠とするところは甚しく単純なものである。Neumann の意見では観測者の自己状態の知識の限度は測定後の混合状態を構成するそれぞれの要素的状态の頻度（重み） $w_n$  で表現されるが、対象の状態は完全に決定されているから、この頻度は観測者のみに依存し、初めの対象の状態には無関係である。従って直接観測過程、Process(I) の非因果性は観測者の状態についての知識が不完全なためではない。斯く Neumann は結論し、以後は観測者の状態も正確に知れたものとして数学的理論の展開に向っている。併し我々が量子力学に於ける系の状態  $\psi$  から変換理論によって  $w_n$  を求める場合、実は観測者の不可制禦的擾乱が含蓄されていることは前に見た所である。尚頻度  $w_n$  が初めの状態に無関係であるということは観測者による擾乱を考える立場からしても、論理的必然性を以て結びつける訳には行かないことは暫く措くとしても、ここで Neumann の形式主義が破たんを示していることは明らかである。

## 第19章 相反補足性の概念

測定に於ける‘古典的’概念の不可缺性<sup>ついで</sup>に就て以上に於て我々は理論の歴史的発展から少々横道にそれて余りに詳細な分析を行ったかも知れない。併しその理解は Bohr が 1927 年以來説き来った Komplementarität の概念を全面的に把握するためには是非とも必要であると思う。

さて量子力学に於ける古典的概念の根本的制限とその結果としての理論の非直観的抽象性と実験的手段の古典的概念への依存との極めて特徴ある矛盾<sup>1)</sup>は前節の詳細な分析により自ら解決の道を見出すのである。我々は理論的には原子的な対象は量子力学の形式で記述され、実験上取扱う測定器械が古典的概念で記述されることを知った。そこで我々は測定に当って先ず測定さるべき対象と測定器械とを区別して考えねばならぬ。対象と器械との間には、観念的に一つの境界線<sup>いわゆる</sup>が引かれなければならない。これが Heisenberg の所謂切断 (Schnitt) である。勿論原子的対象と測定装置との区別は多くの場合は、一方は原子的であり他は粗視的であるから、殆んど深い反省を要せずして明らかであるが、場合により、我々の問題の立て方で或る程度までこの境界線はずらすことが出来、或る場合には測定装置の一端をなした部分を、他の場合には対象そのものを系の一部と考えることもあり得る訳である。量子力学が此の場合極めて明晰なる解答を与え、毫も矛盾を来たさぬことは既に第 18 章に述べたところであった。而して古典的概念<sup>しこ</sup>によって定式化された測定器械を支配する法則は、量子力学法則から  $\hbar \rightarrow 0$  の極限の場合として含まれるものである。従って Heisenberg の切断は自然を人為的に二分<sup>しま</sup>して了うと非難することは当らない。自然的過程として両者の間に質的不連続性が存するとは考えないのである。而も理論的記述の非直観性と実験操作の直観性とは此の切断を不可避のもの<sup>しか</sup>とせざるを得ない。この切断の両面に於てはすべての連関は厳密に劃然と決定されているが、それは Heisenberg の言葉を借りれば“此方は古典物理学の法則に依り、彼方は量子力学の波動方程式に依ってである<sup>2)</sup>”。しかも切断の存在は両者間の統計的関聯となって現われる。即ち切断の箇所に於ける観測手段の観測対象への作用は、少くとも部分的には原理的に制禦し難い擾乱として了解する外はないのである。此の原理上不可制禦的な擾乱の概念によっ

1) N. Borh, AT. NB. S. 34-35. Heisenberg, Wandl. S.10-

2) Heisenberg, Wandl. S. 11

でのみ、古典的概念が自然記述に用いられる限度は不確定関係によって測定されることも矛盾でなくなり、かくて古典表象から其の限度に於て解放され、古典的には両立し難い粒子像波動像を問題に依じて用い得るのである<sup>3)</sup>。

しかし乍ら、理論の抽象的形式と、測定器械から直接観られる空間的時間的経験所与との間の関係は、単に統計的という丈では盡し得ない極めて特異な現実的制約を受けている。

そもそも、量子力学に於て物理的量を表現する演算子是对應論的に物理的意義を与えられて、古典理論からの意味づけは、どこまでも歴史的習慣と教育的な意義しかなく、これは単なるアナロジー以上の何物でもない。人或いは量子力学的量としてのエネルギー・マトリックスや運動量演算子に固有函数、固有値等は何等直観的内容を要求する必要はなく、物理学的概念として抽象的なままでよいであろうと論じるかも知れない。併し之は物理学を机上の計算の領域に転じて、実験との連関を数式の無自覚的適用に追いやる危険がなしとしない。その上、抽象的な量を測定すると言うことは、不合理でなくてはならない。直観的粗視の意味で位置というものを持たない電子の位置測定ということは斯様な考えからすれば背理である外はない。Schrödinger が指摘する如く、往古ギリシャ神話の Räuber Prokrustes は彼の手に落ちた旅人の身体を引伸したり切り縮めたりして、彼自身の鉄の床に寸法を合わせたというが、原子的過程へ粗視的古典的概念を適用するのは、Prokrustes ではないか、斯様に Schrödinger は直観的幾何学的概念の廃棄を主張する<sup>4)</sup>。彼をして言わしむれば、例えば時間  $t = 0$  に於ける水素原子中の電子の位置の如きは一般的法則を追究する学としての物理学に取って何等の価値も興味もなく、それを敢て測定せんとする物理学者はない。直観的幾何学的概念を廃しても、何の損失もないのであると。実際問題として彼の言う如く原子的対象の位置をそのものとして追究することは殆んどない。蓋し単にそのものとしての位置は対象に取って全く偶然的なものだからである。しかし乍ら、彼が嘗て直観的内容の重要性を例示した衝突問題の如きは勿論、すべての実験は多少とも間接的には実験操作の条件として原子的対象の位置（勿論相対的な）に関心を有たぬ場合はない位である。P. Jordan は既に、この以前から屢々、‘原子物理的出来事に於ける“観測”とは決して現前にあるがままなる客観的事実が、単に主観に

3) Heisenberg, Wandl. S. 12

4) Schrödeinger, Naturwiss. 22, S. 513 (1942), 33, S. 809 (1935)

知られる (bekanntwerden <sup>ないし</sup> *zukunftsnisnehmen*) という意味ではなく、却<sup>かえ</sup>って対象を強制して観測さるべき事実を一部分創り出す (schaffen) 事である’ と述べていた。又、Bohr も場の測定を論じた際、‘現象と測定過程との不可分離性’ に関して、一定の定常状態に在る水素原子内電子の位置又は運動量測定を挙げ、‘測定結果は測定によって初めて創られる’ というのは或意味で正当だと認めている。而も之は、測定結果の古典力学に基づく説明可能性の制限を意味するのではなく、単に測定過程による原子状態のあらゆるコントロールが不可能なことを意味する<sup>5)</sup>。之が上述の Schrödinger の非難的となったのであろうが、此の場合に於いて Jordan の大胆な言い方は正しいと見なければならぬ。A. Eddington も物理学者は ‘a scientific Procrustes’ に擬することが出来ると言う事を認めるが、之は彼の一家言としても、経験が主観 客観関係であるとすれば、主観は彼の半分の持前を取る権利がある 否棄てる事は出来ないから、Procrustes も決して不当な我儘<sup>わがまま</sup>とは思われな<sup>しか</sup>いと言って居る<sup>6)</sup>。観測、測定概念は量子力学に到って初めて、近世初期の E. Bacon の自然探究の格言「自然の秘密は常のままである時よりも、技術によって苦しめられた時に一層容易にその姿を現わす」(98) の態度に徹底したのである。<sup>しこう</sup>而して之は、Immanuel Kant が純粋理性批判第二版の有名な序文で (BxIIIxIV)(1787) Galilei, Torricelli の実験の計画性を指摘して、自然から単に教えられる生徒でなしに、答弁を証人に強ゆる裁判官として向うことを、言いかえれば理性が自ら自然の中へ挿入した原理に則って自然に於て求めなければならぬことを物理学に於ける思考法の革命 (Revolution den Denksart) と呼んだ時にも、彼の観念論的な立場の制限内に於てではあったが 彼の範疇は日常的な道具的な自然のそれであった点に注意せよ 疑いもなく感付いて居たのである。従来<sup>な お</sup>の古典物理学が尚、スコラ的な概念を完全に廃棄し得ず、測定を単に客観と観照の形式で捉えて居たのに対し、今、Praxis Poiasis としてそれ自身対象化された人間的活動として実践に於て思惟の現実性、此岸性を証明する立場が生まれたのである。

即ち、量子力学に於ける測定は、一定の対象 (一定の Hamilton 関数で表現された系) と測定装置とを交渉せしめた際に如何なる物理的な反応を得るかということである。experimental stimuli に対する biological response を見る以外には

5) Bohr, u. Rosenfeld, S. 48

6) A. Eddington, Relativity theory of Protons, Electrons, p. 329 (1936)

ない。而して測定装置なるものはもともと古典的概念で律せられるものであるから、測定はあたかも古典的量を測るが如き arrangement と manipulation を以って行われる他はない。対象がそれ自身として直観的モデルの如くあるということを前提するのではなくして、測定された結果が古典的量を測った結果と同等の意味に於て、粗視的な経験的に把みうる結果を与えるのであり、この一定の測定の仕方に対して一定の客観的な意義をもつ結果を与えることによって、正しく量子物理的量は定義され得るのである。之は従来 of 古典物理的測定でも無自覚には行われて居たが、これを明瞭にするだけの必要がなかったのである。斯様に原子的過程に対しては、従来 of 古典物理学では自覚されなかった inference としての測定の意義が明らかとなると共に、作用量子の存在のために測定の際の擾乱の補正、制禦は原理的に限界づけられ、古典的物理学には見られない全く新しい面貌を呈することになる。

それは一般的にいえば、古典運動学では機械的表象の下に隠蔽されて居た‘運動’の概念の矛盾が暴露されたときいえるのである。かの Elea の Zenon は、物体はその空間運動 (locomotion) に於て、常々各瞬間毎に空間の一点に或るのを論拠として‘飛箭に運動なし’と断定したし、莊子天下篇第三十三に恵施派 (-319.BC) の辯として見られる「金族之疾而有不行不止之時」も断片的で、その解釈に異説紛々たるを免れないが、胡適がしたように、司馬遷の註に於けるが如く「形分れば止り、勢分れば行く……」の意味に取れば、正しく空間運動の相互排他的な二つのモメントを指摘したものと考え得るであろう。Aristoteles は Zenon のアンチノミーは時が瞬間を以って構成されているという仮定から出た謬論であり、瞬間によって運動も静止も決定されない。有限な時間経過によって初めて何れかが決定されると云う意味深い指摘をして自身は時を連続と見るのである。Ross はこの箇所を解説して、Russel 流の集合論的な解決はそれ自身まだ不明瞭であると指摘しながらも、Zenon の矛盾は、空間、時間及び運動に特殊なものではなく、数系列自身の本質に含まれたものであることが明らかになったのは確に Cantor, Dedekind 等の功績であると認めている (Aristoteles, Physics, p. 71-85)、時間が数学化された形態では、むしろ Brouwer の連続 (それは或る意味で基体としての連続空間の客観性を認めるものである) の方が量子力学的な事態に即応しているように思われる。

此の点生の哲学の代表者 Henri Bergson が、我々の知識の活動写真的な即ち不連続なフィルムの一駒一駒から運動を構成するような性格に対して、之に反して時間を instant から成るとせず、運動自体を純粋な indecomposable な持続としたのは、多分に集合論的な、従って時間が空間的連続に化して、運動の真の矛盾が隠蔽されている Bertrand Russel の解決法とは異なるものの、何れも運動を一つの全体と見る点で点的固定的である。

之等を量子力学のもたらした認識の照明の下に、再び検討するとき 2000 年来論駁せられ乍ら、論駁され終らなかつた。運動の实在性のアポリアは此の空間的位置と運動との相互排他性に関する限り、Hegel が之を解した如く、単なる概念の Dialektik でなく (Glockner, Bd. 17 S. 339) Zenon の主張は単なる詭辯ではなくて、却って鋭い直感に支持された真理の核を有するのではないかと思わしめるのである。

Bohr は既に Como の講演で、固体(としての物尺)及び不可擾乱的な時計にある方法で固定された座標系に就ての記述に触れている<sup>7)</sup>。併し此の当時には古典理論との自然記述の対照を強調する点に重点が置かれて居り、古典理論では空間時間的記述法と因果的記述法とが同時に union として融合が特徴 (S. 34) であったが(所謂 mechanismus)、原子的領域では両者は勿論それぞれの内的妥当性 intinsic validity は失わないで相補足しながらも、而もある程度まで相互に排斥する点が強調せられたのである。

Heisenberg の名著に掲げられた図式もこの記述法の対照に主眼が置かれている。(Heisenberg, Pring S. 49)

古典理論	量子論	
空間時間的記述	Endweder	Oder
因果性	空間時間的記述 不決定性関係	統計的連関 空間時間的でない 数学的図式 (Schema) 因果性

Bohr が因果的記述法というとき、エネルギー運動量の dynamical ensewation law を念頭にしていたようであるが、この図式に於ける右下端の因果性はパラメー

7) N. Bohr, AT. NB. S. 93, Faraday Soc. p.375-6

ターとしての時間  $t$  を含む数学的関係の意味である(所謂<sup>いわゆる</sup> mathematical causality) が, Bohr は両記述法を‘通常の因果性の二つの補足的な見方’(two complementary aspects of ordinary causality p.376) とも考えて居る。此の点, 補足関係を‘古典的因果性の自然にかなった一般化である’<sup>8)</sup>と見なす W. Pauli の意見も Bohr に忠実なものである<sup>8)</sup>。

然るに此の補足性は究極に於て具体的な測定装置の相互排他的構造に帰することが明らかとなった。Pauli に倣<sup>なら</sup>って言えば粒子の位置の測定と運動量測定とは相互に排斥する実験装置を利用せねばならぬ。前者に対しては常に空間的に固定された器械部分(物尺, 時計, 細隙)が存在し, 其上へ運動量の不確定な量<sup>ものさし</sup>が移される。後者では粒子を正確に時間的に追跡することが不可能になる<sup>9)</sup>。即ち記述法の相互排他的性格は既に固定的な装置か, 可動的な装置かという実験の企劃に現われている。古典理論では両装置を結合すること, 即ち相次いで乃至同時に適用することによって両記述法を共に満足せしめ得たのであるが, 量子論では測定装置が対象に与える擾乱を制限し切れないので測定者は二者の何れかを選択し, (又は両者の部分的犠牲に於て) 態度を決することを余儀なくされる。その意味で拡張でもある。然るにこの測定に於ける選択の必然性は両者の何れを選択するかの自由任意性を他面に有するのである。

この自由なる選択の決定を繞<sup>めぐ</sup>って, 何れか一方の測定装置が適用せられて初めて対象の物理的量の何れが問われるかの意味が生じるのである。1935年 A. Einstein が B. Podolsky 及び N. Rosen と共に投じた物理的实在の量子力学的記述は完全と考へ得るか? という一種の Polemik は此の事態の理解に対して旧来の客観的实在の觀念が如何に根強く障害となっているかを表わしたものと見える。我々は, この論難は Einstein の如き不世出の天才にして, 尚且つ固定した数学的觀念に禍される時期に遭わねばならなかったという悲劇的な事実以外には歴史的な意義を有つとは考へないので, 物理的实在に対する量子力学の見地と相互補足性の概念の例証に役立つ限り簡単に述べることにし, その数学的技巧を省略したい。Einstein 等の意見の要旨は次の如きものである。

‘凡そ物理学の理論はあらゆる理論から独立な客観的实在と理論が, 依て以て構成される物理的觀念の区別をせねばならぬ。之等の概念は客観的实在に対応せ

8) vgl. N. Bohr, Ann. d. Phys. 5, Folge, Bd. 32, S. 7 (1936)

9) Pauli, Hand. d. Phys. S. 89, (1933), Bohr, Faraday Soc. p.375 (1932)

んとし、<sup>これら</sup>之等の概念によって我々はこの実在を我々自身に描く。さて理論が完全なるためには物理的実在のすべての要素は a priori な哲学的考察で決定されないで、実験の結果によって決められる。<sup>さしあた</sup>差当ってある体系を何等擾乱することなく、ある物理的量の値を確実に予言しうるならば、この物理的量に対応する物理的実在の一つの要素があるという判別法で満足しておく。これは実在の充分条件とも見られ、古典理論にも量子力学にも適用出来る。

ところで量子力学では波動函数はその対応する状態に於ける系の物理的実在の完全な記述を contain すると普通は仮定されているが、以下に然らざる所以を証明しよう。

今二つの系 (I) と (II) とを一定時間交互作用させる (entangle)、この交互作用以前の各系の状態は知れて居るものとする。量子力学に従えば交互作用の終つて後の (I+II) 全体としての波動函数を  $\Psi$  とし (I) に就ての或る物理的量の固有値を  $a_1, a_2, \dots$  とし相当する固有函数を  $u_1(x), u_2(x), \dots$  とすると

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_{N=1}^{\infty} \psi_N(x_2) u_N(x_1)$$

となる。 $x$  は変数で  $x_1$  は系 (I) のそれを、 $x_2$  は系 (II) のそれを表わす。今  $A$  を測定して測定値  $a_k$  を得れば、(I) の固有函数は  $u_k(x_1)$  で (II) の状態は  $\psi_k(x_2)$  となることがわかる。若し物理的量が  $A$  でなくて  $B$  を測れば同様に

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum \varphi_s(x_2) v_s(x_1)$$

となる (但し  $v_s(x_1)$  は  $B$  の固有値  $b_s$  に対する固有函数)、(I) が  $v_r(x_1)$  なら (II) は  $\varphi_r(x_2)$  である。ところが交互作用は測定の前からなくなっている所以 (I) に於ける測定は (II) を変えない筈である。斯くて同一の実在 (即ち交互作用を終つた後の系 (II) に二つの異なる波動函数 ( $\psi_k$  と  $\varphi_r$ ) を対応させることが出来る。今、 $\psi_k$  と  $\varphi'_v$  とが夫々二つの可換でない演算子  $P, Q$  の固有函数に対応する場合も例証出来る (例、略)。かくて波動函数は完全な記述を与えるという前提から出発し、(II) に何等の擾乱を加えずその可換でない演算子を有する二つの量の値、 $p_k$  或いは  $q_k$  の何れでも確実に予定し得る。そこで物理的実在の判別法にあつらえ向きにこの二つの物理的量は何れも同時的な実在性を有するという結論に達する。これは明らかに現在の量子力学の理論と矛盾する。従つて波動函数による量子力学的記述なるものは不完全であると言わなければならない。

勿論人が二つ以上の物理的量はそれが同時に測定又は予言されなければ実在の同時的要素とは見做されないと主張すれば上記の結論は得られないが、かかる主張に依るときは  $P$  及び  $Q$  の実在性が系 II に何等影響を及ぼさぬ系 (I) での測定の過程に依存することになり之れは実在性の定義に対して不合理である。

斯くて波動函数が不完全な事は証明されたが、物理的実在を完全に記述する理論が存するか否かは答えないけれど、かかる理論の可能性は信じるものである。(Phys. Rev. vol. 47, p. 777— (1935))

以上の如き Einstein 等の量子力学に対する Polemik は、量子力学の真の方法に味到したものに取っては殆んど何等の痛痒をも感ぜしめないののであるが、旧来の物理学と暗々裡に結びついて居た。物理的実在の観念を脱却し得ない多くの学者は此の Paradox によって困惑の渦中に投ぜられたようである。それは其の後数箇月間に Physical Review の寄書欄に散見された。どちらが正しいとも言えない (Rnark) とか、第 (II) 系に就ての測定も何等か一種の Austanreh 効果の如きものによって、(I) 系に影響を及ぼすかも知れない (Kemble) というような種々の迷論によっても明らかである。又平素 Bohr-Heisenberg 流の解釈とは別個に独自の見解を持っている。Schrödinger は Einstein 等の論文に少からぬ意義を認め、之から数学的理論を展開し量子力学の不備を突こうと試みた。

Bohr は同じ年 Einstein 等の発表後数箇月、Physical Review に同じ標題の論文を寄せ、Einstein 等が、Paradox を生ずるとした場合そのものを思考実験によって分析し、之は量子力学の変換理論から当然帰結されることを簡明な数式によって示した。即ち彼によれば量子力学は物理的実在のある要素を勝手にピックアップして他の要素を犠牲にする如き不完全な叙述ではなく、空間的 location に適するものか、それとも保存則を legitimate に適用出来るようなものかという根本的に異なる実験の装置及び結果を合理的に区別する点に特徴がある。 $P$  を知ることも  $Q$  を知ることも随意であると言うように任意性が残るように見えるのは、我々が何れの測定器械を操作するかのその選択の自由を示すもので、之れは実験が我々によって任意に計画されることを一応は承認する以上、何等異とするに足らない。

通常の古典的な統計力学では幾種の物理的量の値が知られていないというだけであったが、量子力学では互に不可換な即ち相補的な量の一方を測定する装置を

採用する場合には、Einstein 等は二つの系の一方たる (I) を測定することによって、系 (II) は全然擾乱を受けないとして、これから矛盾を導き出しているが勿論系 (II) は何等の力学的な擾乱をも受けない。しかし乍ら系 (I) の測定は系 (II) の如何なる種類の量の値を予言するかその可能な予言の種類をきめる。正にその條件に決定的な影響を及ぼさずに置かない。Bohr は之を例解するのに、Einstein 等が数学的形であげた正にそのパラドキシカルな例に相当するような一つの思考実験を以ってした。

この思考実験は正に敵の刃を奪って逆にその喉首に擬した形で、極めて適切なものであり巧妙に見えるが、Bohr 自身も言う如く実質的には既に周知の簡単な事実に過ぎない。即ち Heisenberg の  $\gamma$  線顕微鏡に於て散乱された  $\gamma$  量子を通常そうであるように固定した顕微鏡で観測すれば、電子の運動量の値を或程度以上精密に予言することは全く無意味に帰するし、若しまた運動量保存則を適用して電子の運動量を予言しようとするれば、反射された  $\gamma$  量子の運動量を測るために顕微鏡を可動的にせねばならぬが、之によって電子の位置の予定は当然傷つけられることを述べたが上述の場合とは殆んど同じことである。

我々はこの Einstein-Bohr の論争を通じて量子力学に於ける相互排他的補足性の意義を更に明瞭にすることが出来る。Einstein 等の疑問からも分るように、不確定性原理乃至相補性は例えば位置 運動量の両者を同時に精密に知ることが原理的に不可能であると言うだけではまだ充分ではない。上述のパラドックスは之には手を触れていない問題は、かような物理的量に相当する実在の要素が an sich に存在すると考えたところから生じた。

## 第20章 相互排他的補足性 III

### 統計力学と熱力学の関係

Heisenberg 等の量子力学の建設時代と略々時を同じうして、Bose-Einstein、並びに Fermi の統計が得られたこと、又それと不確定性関係との関係に就ては既に僅かながら触れたところである。其の後間もなく統計と量子力学の形式とは Heisenberg や Dirac の手で結び付けられ<sup>1)</sup> Bose-Einstein の統計は対称的テルム系、Fermi-Dirac のは反対称テルム系に帰せしめられた。而して、そのより深い基礎づけは後の波動場の量子化によって得られるのであるが、我々が今ここで取り上げるのは、之とは方向を異にする Pauli や Neumann によってすすめられた熱力学的な統計学の一つの問題である。

古典力学運動の方程式が時間変化に対して完全に可逆的でありすべての分子の要素過程としての運動がこの方程式に従うと考えなければならないのに、熱力学の第二主則に表現されるような不可逆的過程が自然界に存するという事は既に古くから学者の注目を惹き、Ludwig Boltzmann の H-Theorem<sup>2)</sup> の如きは正に之を確率論の導入によって解決せんとしたものである。しかし彼がその証明に用いた Clausius の Stosszahlensatz やこれに相当する Gibbs 統計学の Ergoden 仮説(乃至その修正たる Quasiergodensatz) は当時として説明が出来ない仮説であったし、その上 Zermelo(1896) の Wiederkehrheit (之れについては後に Poincaré, Carathéodory により同種の議論があったが)、Loschmidt の Umkehr(1876) の如くパラドックスが提出され、之らのパラドックスが Boltzmann の戦闘的精神によって戦われ、P. u. T. Eherenfest 夫妻に依て兎も角解明され終ったとは言え<sup>3)</sup>、依然としてそれが上記の仮説に立つ事は確認されなければならなかった。

量子力学はその本質が統計的性格を有するため一見すると以上の矛盾の解決には好都合かとも思われるが、問題はそのように単純には片附かない。Schrödinger 方程式は時間の方向に対して全く対称的でその可逆性に問題はない<sup>4)</sup>。Schrödinger も此の問題を取上げたのであるが、不可逆性を導くがためには確率分布に関する仮説を追加しなければならないことを思うと、Ergodensatz の如き厄介な仮説を

1) W. Heisenberg, Z. S. f. Phys. 40, 501; P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. A. 112, 661 (1926)

2) ハーテオレムと呼ばれているが、勿論エントロピーと関係づけるため、彼の初めの論文では、 $E$  という記号で表わされたが、これは Energie の記号と紛らわしいので語原の頭文字ギリシャ文字  $\eta$  の大文字として H を使ったのだと聞く。

3) この宿命的な戦闘の後に Boltzmann も P. Eherenfest も共に自らの生命を絶ったのは悲劇である。

4) Ann. d. Phys. Bd. 83, S. 956

導入する勇気も出ないので、この問題を放棄せざるを得なかったのである。

Wolfgang Pauli は Sommerfeld 60 歳の祝賀論文に於て此の問題の一つの解決、即ち物質系の種類に関する特殊な仮定なく一般的な系に対する一定理を量子力学の立場から証明しようと試みた。

彼は統計的集団の平衡状態は要素間に交互作用が働き、各々の諸状態間に生じる転移過程の結果であると云う見地から Dirac の摂動計算法に従って Matrix の Hermite 的性格を用い、相互に逆向きの転移の相対頻度が等しいことを証明したが、之は古典統計力学の Liouville の定理のアナログをなすもので、之からすべて (entarten して居ない) 定常状態の a priori 確率の等しいことが波動力学的根拠を得た<sup>5)</sup>。之から容易に H-Theorem が証明される。併し注意すべきは転移頻度の計算に際して後は一つの Elementarbereich に属する固有振動の位相は相互に全く独立で無規則であるという仮定をしなければならなかったが、之は古典力学の Stosszahlansatz に analog な要素的無秩序性の (Hypotheseden elementaren Unordnung) 仮定に外ならないので H-Theorem の証明にはこの場合にも古典力学同様の仮説がつかまとうのである。然らば此の無秩序性の仮定に更に何等かの根拠を与えることが出来るであろうか、Pauli は何かある現象の時間的経過を把握するには何等かの測定器械で測定しながら系を追跡せねばならぬ (messend verfolgen) (S. 39 f) と云い、かかる継続的観測が無秩序性に従って又 Entropie 増加等に関与するかに説く。一方では又、Ehrenfest の言うところの古典統計力学の位相空間中の“fein な密度”から“grob な密度”への移行に相当して唯一の状態についての系の分布から、多くの状態を含む Elementarbereich の移行を行い、之れの中で Unordnung が得られるかを説く。その点が充分明瞭でない。

J. v. Neumann は当初量子力学の立場から統計論的熱力学の基礎づけに努力したが 1929 年 ‘Beweis des Ergodensatzes und H-Theorems in der Mechanik’ なる論文を発表した。統計力学半世紀のアポリアであった Ergodensatz を証明するというのであるから、学界の注目を惹いたが此の傑れた数学者の論文は頗る難解であり、後の著書に於ける関聯事項の説明にも拘らず余程後 (1937 年) に W. Pauli 及び M. Fierz の要約的解説が発表された位である。夫等により筆者の理解するところ

5) 英国流の学者の所謂 detailed balancing である。之が Preservation of equilibrium と同等なことは、例えば、R. H. Fowler, Statistical Mechanics 2 ed. p. 659 (1936) にみられる。尚 R. v. Mises はその実証主義的確率論から彼の所謂 ‘ergod 仮説を要しない H-theorem’ の証明に際してこの相互に逆向きの転移の確率の等しいことから出発した。故に彼の立場は格別興味あるものではない。

るを述べよう。

Neumann は量子力学的な測定が一般に不可逆的であり、古典力学と analog に量子論的に定義される Entropie の増大を結果することを証明したが、この微視的とも称すべきエントロピーは観測せずに放置された系では増大しないので、尚古典的な、いわば粗視的なエントロピーとは可成り性質を異にするものである。そこで時間と共に増大して行く粗視的なエントロピーなるものは量子力学の立場からは如何に考えたら好いか。Neumann に依れば我々が無秩序性の仮定を避けるため Boltzmann 流の統計力学でなく Gibbs に倣<sup>なら</sup>って量子論的統計力学を建設しようとする時、先ず出会わねばならない困難は、座標 ( $q_k$ ) と運動量 ( $p_k$ ) との連続体からなる位相空間の概念である。此の場合量子力学の  $\psi$  函数で記述される純粋状態が或る意味で古典理論の統計集団に相当するので、若し系の唯一つのはっきり決った状態のみを考えても一定時間点に系がある位相空間の細胞にある確率しか出ないのであるが、之はエントロピーの変化とは関係なく時間的傾向の対称な微分方程式で記述される。周知の如く不確定性関係は  $q_k, p_k$  の時間的確定を許さないし、更に系の一状態に対して二つの領域 (Interval) I, J を与え、 $q_k$  が確実に I 中に  $p_k$  が確実に J 中に存在する事は I, J の積が  $\frac{h}{4\pi}$  より遙かに大きくとも之は不可能であるからだ。それにも拘らず、粗視的測定で座標 ( $Q_k$ ) と運動量 ( $P_k$ ) とが同時に測定される事は疑う事が出来ない。そこで此の粗視的な座標や運動量は量子論の量  $q_k$  や  $p_k$  とは別のもので、例えば二つの指針の位置とか、写真乾板の二つの黒点とかの如く同時に任意に正確に測れる量である。そこで此の  $P_k, Q_k$  と  $p_k, q_k$  とは勿論それぞれ<sup>もちろん</sup> 関聯はあるが、つまり近似値であるが、その関聯が多少ルーズでその近似の程度を制限するのが正に不確定関係だと考え得るであろう。それで粗視的量は微視的な量の何等かの意味での平均の如きものである。この平均の意味については後に触れよう。

周知の如く古典的な意味でのエントロピーの時間的変化は観測者が原理的には測定し得べきものを全部は知らないところから生じた。此のアナローギンとして量子力学に於ても粗視的量が作られたのである。此の粗視的量はかの古典論に於て前述の Ehernfest 夫妻の導入した 'grobe' Dichte のみ測れる観測者に類似している。makrobeobachten に対しては、最早や<sup>もはや</sup> 分解出来ないもの、それ以上に分析出来ない性質に対応し、この性質が '世界の粗視的記述の構成要素象 (die elementaren

Bansteinsden makroskopischen Beschreibung der Welt)' となり古典的な位相空間の細胞区分 (Zeller einteilung) に相当し、之をもって記述された統計集団のエントロピー (所謂 <sup>いわゆる</sup> makro エントロピー) は最早や時間的に不変でない。そこで此のエントロピーの変化は殆んど常に増大の方向であること (所謂 <sup>いわゆる</sup> H-定理) が証明されなければならない。古典統計力学ではこの証明のために分子的無秩序性、若しくは当時は全く証明の出来なかったエルゴード仮説を要したのであるが、Neumann は量子力学ではかかる仮定なしに乃至エルゴード定理そのものと共に証明されると言うのである。彼の証明した命題は内容的には結局次の命題に帰着する。

『粗視的な統計集団のエントロピーの時間平均は、平衡状態の mikrokanonisch なエントロピーと殆んど等しい』

かかる makrobeobachten を熱力学的観測者と呼んでよからう。かかる観測者に対しては之に由ってエントロピーは圧倒的な時間に平衡状態のそれと極めて近く、大きな偏れは稀にしかない。従って稀にそのような大きな偏れがあった場合には後の時間には殆んどいつも平衡状態へ近づくのである。之は正しく H-Theorem の内容である。

Makro-観測者の中には例外として熱力学的でない観測者もあるにはあるが、そのような観測者のある確率は極めて小さい事が計算で確められている。かくて Neumann は、Schrödinger の途中に放棄した ergod 仮説を量子力学に関しては証明し得たとする。

注目すべきは Neumann (並びに Pauli-Fierz) は此の証明に於て遷移確率と關聯した量の観測者についての平均を施している。併し <sup>しか</sup>多くの観測者による確率には、何等区別すべき根拠がないのに伏見康治氏も注意してられるように、ここで a priori 平等確率が仮定されているのである。

之は決して軽々しく見逃し得ない事実である。観測者に関する平均とは、散乱分布せる多くの観測値の平均であるが、之は結局観測装置を構成する粗視的な部分の擾乱によるものではあるまいか。之が量子論の不確定原理の内容と同じだと言うのは、恐らく言い過ぎであろうが、兎も角粗視的観測の際に見透し難い平均化が行われるのであろう。古典統計力学の如く対象の側から見れば、之は分子的無秩序性であり、例えば Stosszahlansatz の想定して居るような物理的過程と類似のものであろう。かく考えて来ると事態は古典統計力学からどれほど改良されて

いるか疑問になって来る。成程量子力学は対象と観測器械との交互作用という概念によって対象的方向に確率的考察の根拠を尋ねめぐんで居た古典的統計力学から一步をすすめたのではあるが、Neumann の証明が古典的なエルゴード仮説や無秩序性のあらゆるアナローゴンから純化されて居るとは到底言い得ないと信じる。否、既に古典的な問題の取扱いに於ても慧眼なる学者は観測手段の粗視的な性格が、エントロピー増大と関係あることに気附いて居たようである。之について想起されるのは、優れた才を抱きながら未だ壮年にして逝った、かの M. v. Smoluchowski が (1913 年) Wolfskehlstiftung の委員会主催で Göttingen で行われた物質及び電気の運動学的理論に関する講演会で行った古典的ではあるが、天才的な彼の思想を反映した極めて美しい講演「熱力学第二主則の妥当性の限界<sup>6)</sup>」である。Smoluchowski は周知の如く Einstein と並んで Brown 運動の理論の創始者であり、決して E. Mach の流れを汲むものではない。併し彼は第二主則のサイクル其他の手段による種々の表わし方が何れも充分満足ならざることを論証したのち、Planck が antropomorphisch なりとして斥けた「第二種の Perpetuum mobile は不可能である」と言う命題に却って深い意義を見出そうとする。「人間に対する効用性」の見地から表現された「技術規則」(Ingenieurregel)、この中に実はアポリアの解決の鍵がある。通常の古典物理学に於ける如く、実験する人間が一種の“Deus-ex-machina”と考えられ、自然の瞬間的状態を継続的に正確に知り任意の瞬間に仕事なく(自動装置で)粗視的現象を惹起せしめたり、中断したり出来れば、個々の分子を把みうる Maxwell の魔にあらずとも精神的存在者ならば第二主則を擾すことが出来る。エントロピー則の成立は一に分子的 Schwankung を利用し得ざる粗大な器械のみしか取扱えぬ人間の性格に由来するのである。器械を絶対的な剛体と見る事が出来ず、それが分子を以って構成されて居る以上継続的 Perpetuum mobile II. Ant の不可能は技術の不完全にあらずして、生物の技術が多数の分子からなる器械を使用せねばならぬという原理的な不可能根拠による。だが我々はここで再び一つのパラドックスに逢着するのではなからうか。観測がエントロピー増大に不可欠の前提ならば、観測されずに放置された系のエントロピーは、はたして時間的には変化するであろうか？ それとも通常放置されたと考えられて居る系も、実は然らざるのか。恐らくここで孤立した系なる意味をもつ

6) Vorträge über die kinetische Theorie der Materie und Elektrizität, (1913), S. 89 以下特に §18-§20. Smoluchowski の例を詳しく証明したのは Phys. Zeitschr. 13, 1912

と正確にし、粗視的に孤立した系も微視的には孤立でない所以<sup>ゆえん</sup>を尋ねるべきであろうか？ 私見を述べる事が許されるならば、観測による擾乱も結局系に摂動を与える点がエントロピー増大に本質的なのではなくて、この観測が必然的に系に関する不完全な知識を持ち込む点にある。不確定原理は系の状態の完全知識と矛盾しないので、之とは別種なのであるから粗視的量の名の下にこの状態の知識の不完全性が持ち込まれようと、何れでも実は同じ事である。ただ粗視的観測によって持ち込む場合はその粗視量の unzehlichkeit によって、Stosszahlansatz の如きものがより自然な形で持ち込まれるだけだ。

更に一転して、伏見康治氏の提出された問題、古典統計力学には時間集団 (Zeitgesamtheit) が問題になるのは、長期観測に於ける系の平均的行動に意味があると考えられるからである。古典的観測者は系を擾さずに系の変化を追跡出来る。量子力学では微視観測者にこの性格がないことは周知の通りであるが、それでは如何にして粗視観測者の場合にはこの性格が恢復されるのであるか？ Neumann の証明に於ける時間平均は、同一系の長期の連続的観測の平均という意味ではなくて観測を被った系は除外されて、異った時刻の観測は新しいまだ観測によって侵されて居ない系に就て行われるのである。そこで連続観測を考えようとする場合には、観測を行った後の系の状態を知ることが必要ではあるまいか<sup>7)</sup>。そうなれば之は量子力学未解決の難問である？ それとも v. Neumann が統計集団<sup>しか</sup>を導入する際、その効能として述べたように充分多くの要素を含みながら、而も全体に対しては極めて僅かな部分系<sup>ついで</sup>に就て測定することによって、測定による影響を如何程でも小にするという思考がそのまま許されるであろうか<sup>8)</sup>。

これら<sup>これら</sup>の問題に対する解決の試みを此処に述べることは暫し差控えよう。しかし、N. Bohr が相互排他的補足性の例として H 定理に關聯して述べたところに耳を傾けたい。

以上説き来った如く、量子力学に於ける統計的性格は古典統計力学のそれには本質的に異なるものであるにも拘らず<sup>かわ</sup>、又他面に全く異なる意味に於て Bohr が Faraday 講演 (1930) の一節で述べたように、我々は古典理論の中に一種の相互排他的補足関係を見ることが出来る。

その“典型的な一例は”次の如くである。熱の統計的理論によれば温度の概念そ

7) 科学 7. p. 527-8 (1937)

8) J. v. Neumann, M. G. Q. M. S. 159; E. O. Kemble, F. P. Q. M. p.53

のものは問題になっている諸物体中の原子の behavior 有様の詳細な記述と排他的関係に立って居る。正にこの点こそは Maxwell の速度分布及び特に著しく Gibbs の統計熱力学の取扱いの中に含蓄され、Boltzmann の確率によるエントロピー解釈が含むエントロピー増大の法則と個別的力学的過程の一般的可逆性ととの外見上の矛盾撞着を解決することを得しめるものである。事実温度の平衡化に表現された熱力学的不可逆性は、事象の経過の逆変が不可能なことを意味するのではなく、却ってかかる逆変の予言は各種物体の温度の知識を含む如何なる記述の一部でもあり得ないことを意味するのである。此の事態は量子力学の記述に特徴的な不可逆的性格と著しい Analogie を示している。まこと古典的運動法則の可逆性は量子論的シムボル symbolum の決定にも保存されているが一定瞬間に於ける系の状態を古典概念を用いて定(義)せんとする際の不確定性は此のシムボルの物理的解釈の際の本質的な不可逆性を含んでいる。熱力学に於ても量子力学に於ても、その記述は我々が事象を制御 (control) する上に加えられた本質的な制限を含み、之は通常の力学的意味ではっきり定った現象を云々することの不可能なことと結びついて居る。勿論この制限は両者の場合全く原因を異にしている。実際統計的熱力学の場合には <sup>もちろん</sup> <sub>二字欠</sub> 事象の詳細を説明するのに力学的概念が無効であるというようなことは in the first place 問題にして居るのではなく、かかる詳細な説明が温度の定義と相容れない点が問題なのである。之に対して量子力学では原子の安定性の基本法則と、すべての測定が依って以って解釈さるべき古典力学的概念の使用とが根本的に相容れない点こそ問題なのである。まことに既に知った如く原子的現象の記述に於ける‘相補性’の見地は作用量子の存在によって余儀なくせられたものであり、古典物理学に於ての見地がすべての電磁的相互作用の有限伝播速度から生まれたのと相似たものである。

古典的統計的熱力学に対する <sup>かよう</sup> 斯様な方法論的洞察が、新たな量子統計力学へも示唆するところがあるろうとは考えられるが、それは如何なる形で現われるであろうか。之に就て一言する前に我々は先ず量子統計力学に就て一言触れなければならない。v. Neumann の量子統計が一步一步、古典概念に対応したアナロジーで建設されて居るのに対し、W. M. Elsasser は極めて注目に値する一つの疑義を提出した。彼の Idea は自ら語るところによれば Bohr が Light and life で述べた(例えば生物の機能と之を構成する無機物質の特性の如き)一般化された相互補足性

から示唆されたものである。Bohr の上記の Faraday 講演を引照せず、却って生物学的アナロジーから逆に統計力学を顧みただ点が如何にかかる他領域への展望が有意義であるかを示すものとして興味あることである。

Elsasser は Neumann が単に個々の system に対する我々の知識が不確定原理で制限されている点のみに注目したのに対し、量子統計熱力学の対象を多少とも相互に物理的に纏った集団と見なければならぬから、むしろかかる個々の Sample が測定後、はたして再び集団を構成するであろうかと言う点を検討する。

v. Neumann は系を純粋状態で代表して居るが、若しも我々が実際に純粋状態を得るような測定を遂行するならば、その測定が非常に時間を要して時間的展開の考察を目指す統計力学に取って無意味であるようなものでなく、従って多かれ少なかれ来る擾乱を与える場合はもし純粋状態を得んとして余りにも精密な測定を繰返すならば、測定装置と系との交互作用は系の各部分の間の交互作用を凌駕し、測定後短時間にして系は多数の部分に burst し去り、問題の集団物理的特性は失われその場合強いて個々の状態の重畳を行って ensemble を作っても、それは‘何等物理的意義なき単なる数学的 fiction’であろう。(p. 989)

即ち‘自然に見られる多数の系の集団の平均的 behavior を記述したり就中予言したりするために ensemble を用いることと個々の sample の状態の精密な知識とは相互に排他的である。’之は Bohr の相互排他的補足性の一例とも言うべく、古典力学の場合と異り、測定機構の技巧化によっては避けがたい dilemma である。

そこで v. Neumann の如く pure state の理論だけでは複合系の量子論的表現は解決されないから、かかる問題では個々の系と雖も統計的 matrix で代表さすべきである。此のように Elsasser は推論する。唯此の統計的 matrix の構成に対しては、極めて注目すべき重大な困難がある<sup>9)</sup>。Elsasser 自身は之を次のように切り抜けようとする。先ず与えられた總集団が物理的意味を失わぬ限りは、之を夫々の別の statistical matrix で代表される各部分へ分けて考え、かく分かつことが問題の主旨を覆さぬような系を separable な集団と名付け、この分け方がそれ以上進めば物理的に無意味になるところまで分けられた集団を non-separable な集団と名付ける。つまり ensemble  $p$  中で一般に統計的分散を有する  $F$  なる量の平均

9) というのは物理的に意味ある統計集団という概念が本質的に a posteriori の性格を有するために同じ統計的 matrix で表わされる個々の sample を纏めて考えるための a priori な原理や、sample が何の位違つて居たら集団から除外するかというような問題について、普遍的な判別法というものがありえないことである。

分散度を  $\Delta F$  とし、系を無意味に破壊しない (non-perturbing) 限り、最高精度の測定の許容限度を  $\Delta m$  とすれば  $\Delta F > \Delta m$  なら separable  $\Delta D \leq \Delta m$  ならこの量については non separable とする。Neumann では後者は純粋状態まで徹底されたのであるが、それが前述の如く不可であり、やはり統計的 matrix で代表されなければならない。而もそれは此の問題に関しては系の最も精確なる記述と考うべきものである。即ち一個の物理的系の最も精確な知識が、単一の波動函数で規定された如く統計的問題ではこの non-separable な系の statistical matrix が最高度の精確な表現であり、之で表現された集団は相互に何等の区別もない。さて此の統計的 matrix の包容程度は一般的判別法こそないが個々具体的な場合には大体それを決めることが出来るとして、Elsasser は之を Brown の逆の例で示している。

斯くて我々はこの non-separable な統計的マトリックスに依る記述を以って、対象の粗視的態様の方から微視的態様の方に前進したものであって、対象の素朴な古典的描像が暗黙に予想しているように粗視的態様は微視的態様によって決定されると考えるのとは正しく逆である。我々の場合の如く記述のすべての要素が系を特徴づける粗視的量の関係に依って決定される方法を、R. A. Fisher 等の確率論に於ける Inductive Inference (inverse probability) に倣い “physical induction” と名付くべきであろう。而して我々は以上の事態を一見すると、系の不決定を二つに分ち一つは不確定関係から来て必然的なもの、他は集団を確定せぬため数種の純粋状態を纏めて考えるために偶然的なもの、二種類に考えたい誘惑を感じるが上述の分析を深く考えれば non separable な ensemble に於ては斯ように分けて考えることは何等物理的意味はなく、両者は一体として考うべきものである。かく Elsasser は論じて、この考え方の自然な結果として Entropie 増大の規則も、単に粗視的量ののみを用いる解析的記述で満足して、従来 of 如き微視的説明を放棄することを勧め、多分に現象論的方法への折衷的態度を表明している。

以上の如き Elsasser の所論を考察すると、その最後の (例えば Entropie 問題の) 結論は別として、彼が Bohr の生体の機能は物理的化學的分析を徹底すると破壊されるという補足関係とのアナロジーを、統計力学の対象たる複合系へ適用した意義ある事態に注目せしめたことを認めなければならない。然し乍ら一般化された相互補足性の Idea から出発しながら、その補足性の両側面の中の集団の特性のみを強調し、せめて熱力学的には集団の特性を固持する必要があるというのなら

首肯し得るが、要素的に分解し去ることを以って一般的に物理的に無意味であるというのはやや稍行過ぎた偏った見解と考えざるを得ない。之は彼がやはり多少偏った Schrödinger の見地と共鳴して居るところにも表われている。

Entropie 増大の法則に対する彼の平板化された証明で満足し切れぬのは我々のみではないと信じるものである。更に一步進めて言う事が許されるならば、はたして彼の所謂 いわゆる non-separable な集団をより計算上精密に取扱ったその粗視的結果が、実験的事実と喰い違った結果を生ずるか否かかである。若しそれが、Fermi や Bose に対する Boltzmann の統計の如くならば Elsasser の所論は、現実の問題に重大な進歩をもたらしたといえよう。然らずして結果は全く同じであるとすれば、それは positivistisch な認識論の空しき杞憂に終わるであろう。

# 附 録



## 第1章 相対論的量子力学と量子電磁力学<sup>1)</sup>

(i) Dirac 電子論の難問 一見すると相対性理論の根本要請と量子論のそれとは論理的に独立無関係で、従って両理論は互に他を擾すことなく合成される (ungestört interferieren)<sup>2)</sup>ものと考えられる。両者が古典力学を発展せしめ一般化した方向は全く別であるから、両者の要請を同時に併せて取り上げる事は何等の撞着を含めぬばかりか、却て理論を精緻にし論理的に完全にするために必要な事と思われる。

既に前期量子論に於て Sommerfeld が (特殊) 相対性理論の結果を以て Bohr の原子構造論に施した修正は水素 Spectrum の微細構造其他の経験的事実に輝しい解明を与え<sup>3)</sup>、相対性理論の原子的領域に於ける妥当性を鞏固にしたものであったが、更に深く量子論の基礎的關係  $\vec{P} = \hbar \vec{k}$ ,  $E = \hbar \omega$  乃至 Heisenberg の不確定關係が Lorentz 不変性を示すこと<sup>4)</sup>は当初から量子力学の相対論的一般化の成功を期待せしめるものがあつた。光速に近い運動をする粒子 (就中、光子) は非相対論的に取扱えないという實際問題も之を促進した。それにも拘らず両理論の綜合は簡単には行われなかつた。

Dirac は量子力学と相対性理論の困難を先ず両理論の数学的形式の中に観取した。即ち前者の波動方程式は operator  $\frac{\partial}{\partial t}$  (或いは  $W$ ) に就て 1 次であることを要求されるに対し、後者はその 2 次型で定式化されて居る。例えば Gordon や Klein の電子方程式は後者を踏襲して、 $\frac{\partial}{\partial t}$  に就て 2 次であるが之が為めに電氣量保存の

1) 相対論的量子力学や原子核の理論は今日、非相対論的量子力学の如く論理的に完結して居ない。之に加えて筆者の之等の領域に対する理解の貧しさから本論文は特に粗略なものとなる事は遺憾である。

ここで紹介し得なかつた統計力学 (特に H-Theorem) の問題と共に他日の増補を期する所以である。

2) E. Schrödinger, Berl Ber. (1931) S. 237 は両者の外見上の独立性にも拘らず、その統一には概念的な困難があるとす。即ち、相対論的基準系を構成するには仮想的実験 (fingierte Experimente) が必要であるが、その許される事及び正確度は量子力学の一般的原则で制限されて居る。Lorentz 座標系で座標と時間が定義される正確さは如何に重い時計と尺度を用いるかに依るが、原子的な長さや時間の範囲で、個々の電子や原子核に起る事実を記述しようとする思考実験では任意に重い尺度や時計を用いることは許されないからである。従つて量子力学は相対論的拡張 Invarianz の要求の Diktatur にそのまま屈服せず、逆に、そもそも座標決定は要求された精密さで実行出来るのかという反対要求を以てする。この見地から Schrödinger は、循環論法なることは自覚しつつも座標及び時間測定の限界を与える式を導いている。尚 W. Pauli, Raum, Zeit und Kausalität in der modernen Physik, Scientia 59, S. 67 が古典物理学の論理的領域として、I.  $c = \infty$ ,  $x = 0$ ,  $h = 0$ ; II.  $c =$  有限  $x = 0$ ,  $h = 0$ ; III.  $c =$  有限,  $x =$  有限,  $h = 0$  を区劃表示し、来るべき量子化を指示しているのも Schrödinger の所論と近い。

3) A. Sommerfeld, Atomibau und Spektral-linien 4. Aufl. S 408 f.

4) Energie 及び Impuls 対する Frequenz 及び Ausbreitungsvektor の基本關係は  $(\vec{P}, i\frac{E}{c})$  も  $(\vec{k}, i\frac{\omega}{c})$  も 1 つの

Veirvektor の成分を構成することから、その相対論的不変性が明らかとなる。Pauli, P. W. S. 215 参照。尚不確定關係の Invariantz に就ては N. Bohr u. L. Rosenfeld, Zur Frage der Messbarkeit der Elektromagnetischen Feldgrößen, S. 30 にも強調されている。

原理と撞着する結果を生じて居る<sup>5)</sup>。斯る考察から出発し 2 次型の相対論的方程式をマトリックスの巧みな利用により operator  $\frac{\partial}{\partial t}$  従って又  $\frac{\partial}{\partial x_1}$ ,  $\frac{\partial}{\partial x_2}$ ,  $\frac{\partial}{\partial x_3}$  に就き線型に分割して得られたものが有名なる Dirac の電子方程式であり、之は合理的に Lorentz 不変性を確保するのみならず、正しい spin の値を ‘automatically’ に結果し非相対論的取扱いの不備を克服した<sup>6)</sup>。更に驚くべき理論的予見に就ては後に述べよう。

Dirac の方法の演繹的・形式的な性格<sup>7)</sup>と Heisenberg が量子力学の出発点で試みた実証的・対応論的 (Korrespondenzmässig) な取扱い方<sup>8)</sup>とを比較対照することは方法論的に興味ある課題であろう。両者の方法の成功はそれぞれ地位を替え難い必然性を以て理論の発展の一定の段階に対応しているのではあるまいか。少くとも一面的な方法論上の主義を発展段階の如何を無視して公式的に適用することは此の例に照らして拒けられるべきである。

他方に於て Dirac の理論は、彼自身も初めから認めて居た如く、負のエネルギー準位の出現という (Gordon 等の理論にも存した) 重大な難点を避けることが出

- 
- 5) 波動方程式が  $\frac{\partial}{\partial t}$  に就て線型なら之を満足する一定の時に於ける  $\psi$  函数は他のすべての時に於ける  $\psi$  の値を決する。之に反し方程式が  $\frac{\partial}{\partial t}$  に就て 2 次だと  $\psi$  が一定の時に知れて居てもこの時の  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$  は全く任意であり、従って  $\psi$  は後の時に對して任意である。このため  $\psi$  のみの函数なる電気密度は保存されなくなる。P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. **117**, P. 612 (1928) 更に詳しく Phys. Zeitschr. **29**, S. 561 (1928)。又非相対論の場合と異り、粒子の確率密度を 2 つの  $\psi$ ,  $\psi^*$  で矛盾なく表わし得ないことに就ては Pauli; 上掲書 S. 216
- 6) P. A. M. Dirac; Quantum theory of the electron I, II, Proc. Roy. Soc. **117**, p. 610; **116**, p. 351 (1928)。  
 かの観測せられる原子の定常状態の数が 1 つの電子に就て従来の理論の与える数の 2 倍であるという所謂 ‘duplexity’ の現象を Gouldsmit-Uhlenbeck に倣い spin を導入して解決せんとした Pauli や Darwin の式は Lorentz 変換に対する不変性を有たなかった。この困難を切抜けた Gordon や Klein の式がまた上述の難点を担っていた。尚 Phys. Zeitschr. S. 561 (1926) をも参照。微細構造の原因として電子の spin が相対性理論によるものとあらゆる点で同一の法則を与えることは前から知られて居て spin と相対性理論との深い關聯を暗示していた。しかし当時のモデル的思考では相対論的説明は軌道の形状に就て困難を生じるので採用出来なかった。R. A. Millikan; Electrons (+ and -) (1935) p.291
- 7) Dirac は Quantised singularities etc. Proc. Roy. Soc. **133**, p. 60 (1931) なる論文の冒頭で、古典理論物理学と近來のその発展の様式に就て興味深い対照をなし、前者の進歩は益々その数学的複雑さを加えつつもその公理と定義は不変の基礎を成して居るが、後者に於ては絶えずその数学が基礎を變じ、益々抽象化して行く事を述べた後、今日も又基礎概念の更に drastic な革命を要するが、実験的 data を直接数学的に定式化して新な idea を得るのは人間知能を超える位大きな変化が期待されるので、寧ろ將來の理論家は純正数学のあらゆる手段を利用して現在の理論物理学の基礎を成す数学的形式を完成し一般化し、かくして成功した後に新たな数学的形態を物理的事物に解釈するのが最も有力な進歩の方法であると論じた。対応論的方法と対蹠的な見地である。彼はすすんでこの解釈法を Eddington の Principle of Identification に類似するものとし、Eddington の proton-electron mass ratio の取扱いの如きにも同感を示している。之に就て Nature **139**, p. 323 (1937), 又電子方程式から時の過去、未來の非対称性が出るかに云われた事もあり (Dirac, Phys. Zeitschr. **29**, S. 563 (1928) の最後), 又 H. Weyl; G. T. Q. M. 2te Aufl. S. 234 (1931) は此の問題を場の理論と結びつけて居るが之は物理的に解釈し難い。
- 8) もとより之は Dirac の電子方程式が対応的解釈を許さないと云うのではない。事実此の方程式はその近似として粒子が古典的運動方程式で定義された軌道を進むことを結果する。W. Pauli, Helv. Act. Phys. **5**, S. 179 (1932), 又 P. W. S. 241; 但し spin を古典的機械的な迴轉運動とすることは ‘mechanical picture の正当な使用の限界を超えたもの’ であり、古典的軌道概念を直接追求しつつ行う (Stern-Gerlach 型の) 実験では電子の magnetic-moment は決して測定されない。Bohr, Journ. Chem. Soc. p. 367 (1932), Atomtheorie u. Naturbeschreibung (以下 AT. NB.) S. 9, Pauli, P. W. S. 241 f. spin は寧ろ量子物理的相対性効果と見るべきものである。Jordan; A. Q. T. S. 212

来なかったのは周知の通りである。之に対して Dirac が求めた大胆な活路が<sup>たちま</sup>忽ち有名となった空孔の理論であった。世界のあらゆる空間は負エネルギー状態の電子によって無限に密に充填されて居るが、その分布が正確に均等な為め之を観測し得ず、又 Pauli の排他原理に依り、占有された負エネルギー状態へは正の状態からの転移なく、僅かに残る空虚状態即ち ‘holes’<sup>あたか</sup> は恰も正エネルギー状態に在る +e 荷電の粒子の如く振舞う<sup>9)</sup> とは真に凡庸の徒が企及し得ざる天才的な構想であった<sup>10)</sup>。

Dirac は最初この holes を陽子 (プロトン) と解したが、間もなく正負粒子は理論上厳密に等質量でなければならぬことが証明され<sup>11)</sup>、此の解釈は放棄を余儀なくされて了った。然るに電子と等質量の正電荷の粒子は当時未だ経験せられず、幾度のパラドックス<sup>12)</sup> と相俟って負エネルギーの問題は Dirac の理論の致命的缺陷と見られ<sup>13)</sup>、相対論的電子論は此処に救い難い膠着状態に陥った。

かくて形式的な Dirac 電子論の出発点に対して認識論的批判が要望せられたのは嘗ての Bohr-Heisenberg の測定問題研究の成功から鑑みても自然な成行きであった。

(ii) 量子電磁力学 翻って相対論的取扱いを不可避とする電磁場の量子論の発展経路を一瞥しよう。Einstein が光量子の idea を提出した時、此の不連続説的見地は、統計的解釈に依って Maxwell の理論の連続説的見地と調和し得るであろうとした事は既に書いた<sup>14)</sup>。之は物質粒子像の統計的解釈と Schrödinger 方程式との関係にアナロジーが見られ<sup>15)</sup>、従って Maxwell の方程式、具体的問題としては

9) P. A. M. Dirac, A theory of electrons and protons, Proc. Roy. Soc. A. 126, p. 360 (1930)

10) Bohr はかかる考察を ‘対応的論法の適用性の限界を超える’ ものではないかと疑って居る。Journ. Chem. Soc. p. 378 (1932)

11) Dirac は (9) の論文で電子間の交互作用から正負粒子に非対称性を来し、陽子と電子の質量の差異を生じるという着想に期待したが、これは撤回された。等質量の論議は Wyle, GT. QM. 2te Aufl. S. 234 (1931), Dirac, Proc. Roy. Soc. 133, p. 61

12) 最も有名なのは O. Klein の Paradox である。[ZS. f. Phys. 53, S. 157(1929)] 即ち電子は適当な条件下では正エネルギーの状態から負状態へ転移する有限の確率を有することが Dirac の理論から結果するのである。Pauli, P. W. B. §5, Helv. Act. Phys. 5, S. 179 (1932)

13) Pauli; P. W. B. §5 は、Dirac の理論の hole で解すると結局  $\gamma$ -量子が electron と antielectron へ転じ得ることになるから、それは真面目な考察に値しないと述べたが、Anderson の陽電子痕跡の写真は此の時既に撮影されて居たのであった。之等の事情は後にも触れる如く、如何に陽子と負の荷電の電子のみが素粒子であるという観念が僅か 20 年程の間に深く根を下して居たかを物語るもので、理論家の浅見と責めるは酷であろう。

14) 本報告 1, 数物会誌 10 p. 446

15) 此処で Maxwell の場と Schrödinger の波動との主な区別をあげると、先ず Maxwell の場に対しては reel な波動振幅  $E, H$  が用いられるのに Schrödinger の  $\psi$  は Komplex である。この結果 Eichinbariantz に関する両者の性質にも差異が生じる。而して Schrödinger の  $\psi$  が多体問題で高次元になるのに対し、Maxwell の方は多くの光量子に対しても常に三次元である。否既に Schrödinger の  $\psi$  を単体問題へ対応せしめる如く Maxwell のそれを ‘Ein-Lichtquantproblem’ (惹いては一定数の光量子) へ対応させる事からして全き誤謬であろう。廻折実験で粒子相互の作用を無視した場合、物質の  $\psi$ -Strahl では粒子数を統計的に計算出来るが (非単色) 光線ではエネルギーは計算出来ても光量子数は得られない。Jordan, A. QT. S. 207, 参照, 更に (少くとも非相対論的量子力学等で基本的であった) 物質粒子の位置確率に相当する

空洞の電磁的固有振動へ量子力学の数学的手段を適用することは其の成果を期待せしむるものがあった<sup>16)</sup>。Dirac は先ず輻射の場を一つの力学系と見做し、その原子系との相互作用を Hamilton 函数で記述することにより、光の粒子・波動性の数学的統一に見事な先鞭を着け、輻射の発射、吸収、分散の理論は一応達成せられたのである<sup>17)</sup>。従来対応論的にのみ取扱われた輻射理論の断片の成果が今や統一的な見地から（無限大を避け、多義性を除くために屢々特殊な人為的手段は必要であったが）略々演繹的に導かれる事となった。

然乍ら形式的には之は更に相対論的不変性を有する理論へ一般化されなければならぬ。Dirac 及び之に相次ぐ諸家の理論では時間座標は空間座標に対し固有の特殊性を示して居り其結果は相対論的に不変とは見做せなかった<sup>18)</sup>。此処に於て Jordan-Pauli は時間空間を全く対称的に取扱い少くとも荷電粒子の存在しない場合に場の強さの交換関係を四次元的に対称な即ち相対論的に不変な形に表示し、真空場の Maxwell 方程式の量子化が事実相対論的に不変なことを証明し得た<sup>19)</sup>。但し此の対称的方法は非線型な場の方程式に適用し得ず従て荷電物質の存在する場合には無力であった<sup>20)</sup>から、Heisenberg-Pauli は対応論的立場から通常の質点力学のアナロジーを以て出発し空間座標に対して時間座標を非対称的に取扱う三次元の交換関係を以ても相対論的不変性を失うことなく<sup>21)</sup>、四次元的立場で行き詰った物質波をも取扱い得る Fromatistsu を構成し<sup>22)</sup>、ここに輻射及び物質波動場の量子化<sup>23)</sup>を一段落の状態に齎した。この理論は量子力学及び Dirac の輻射論を一次の近似の特別の場合として含む一般性を有し、従来の結果に対

---

ものは幾何光学の限界を超えた場合には光量子には存在しない。光量子の位置なるものは 'Transformationstheorie の意味で決して Observable' ではないのである。何故なら光量子では  $|\Delta x| > \frac{hc}{E} \sim \lambda$  であるから、Landau-Peierls; ZS. f. Phys. 69, §7, (1931); Jordan; A. QT. S. 206. 光量子に対しては連続方程式を満足し、positive definite な密度を有する Dichte-Strom-Vierervektor は全然存在しないのである。Pauli; P. W. S. 260-261 一般に S. 92 参照。

16) P. Jordan; A. QT. S. 215-216

17) P. A. M. Dirac; Proc. Roy. Soc. 114, p. 243, 710

18) 之は非相対論的量子力学に於て時間のみが c-number であったこととは別で混同してはならない。

19) P. Jordan u. W. Pauli; ZS. f. Phys. 47. 151 (1928), Jordan は Wigner と共に物質波即ち  $\psi$  の量子化所謂 Zweite Quantelung を此の以前に成し遂げている。

20) P. Jordan, A. QT. S. 237. f. 4 次元の交換法則は全く場の方程式の形に依存し、その explicit な表現はもしその微分方程式が explicit に積分されなければ不可能である。

21) W. Heisenberg u. W. Pauli (以下, H. P.) Zur Quantentheorie der wellenfelder I II, ZS. f. Phys. 56, S. 1; 59, S. 168; 相対論的不変性の説明は Jordan-Pauli の 4 次元の場合の如く一目瞭然でなく相当複雑な手続きを要する。すべての場所に於ける場量  $u(r)$ ,  $u(r')$  を一定の時点  $t = 0$  に就て知れば場方程式から任意の時間の  $u(P)$  を従って、 $t, t'$  に於ける  $U(P)$ ,  $u(P')$  が得られるので H. P. のも Jordan-Pauli の交換関係と等価である (I) §5 Jordan, A. QT. 8, 238, 尚ここで場の強さ等の物理的量は一般に非可換的な Matrix であるが、 $x_1, x_2, x_3, t$  はすべて c-number であることを注意しておく。

22) H. P. 理論と Jordan-Pauli のそれとの比較は H. P. I, §5

23) Einstein が提出した重力場の量子化も之とアナロジーで出来る見込みがあるという。H. P. I.

し、二、三の微細な改良<sup>24)</sup>以外には実験的事実の解明に資すべき格別新しいものを結果しなかったが、理論的視野を広汎にし数学的均整を増すの効果を有するものであった<sup>25)</sup>。併し此の労作を以てしても Dirac 電子論の負エネルギー状態の謎は勿論、輻射場の無限大零点エネルギー<sup>26)</sup>、電子の無限大自己エネルギーの困難<sup>27)</sup>は一段と深刻化を加え、古典力学と Maxwell の電磁理論の二元性は克服せられずに採用され<sup>28)</sup>、更に又物質粒子と光量子に対し異なる統計法を使用する理論的根拠を示す<sup>29)</sup>ことも出来なかった。此処にも基礎概念批判の必要が痛感されて来たのである。

Dirac は Heisenberg-Pauli が場自身を Hamiltonian 的取扱いの可能な dynamical system とした点を批判し、場が観測を行う手段たる役目を有し観測の本性そのものが場と粒子との相互作用を要求し、従て場を粒子と同一の基礎に立つ系として粒子同様に観測されるかの如く取扱うのを不相当とし、新理論に於ては場は‘より elementary にして、fundamental な或るもの’として現わるべきものとした。彼は場方程式の線型性が波動方程式のそれと深い関係があるらしいから、H. P. 理論にない‘simplification と unification’を期待させるとした。彼の新説の特徴は特異点を有せぬ輻射場のみを導入するという見地に立ち H. P. に於ける如き二つの initial な場と二つの final な場に関聯する諸量を許さず、<sup>それぞれ</sup>夫々の量を一つの場のみ関係せしめ、量子力学の transformation の理論で二つの場に関聯する量を導

- 24) Dirac の理論 (註 17) は輻射場と物質粒子との相互作用が小さな攪乱と見做される近似に相当する。尚、H. P. 理論から出る卑近な例をあげると、電荷が或る単位電荷の整数倍なるべきこと、Coulomb 力等である。H. P. I では又 Auger 効果のある微細な性質、Ortho ヘリウムの微細構造の説明可能性が述べられた後今では不適当な  $\beta$  線放射の理論が触れられている §9.
- 25) P. A. M. Dirac; P. QM. 2nd ed, p. 273 尚 Dirac (註 17) の場合に極めて人為的であった規約 (例えば Klein の Vorschrift の如き) が多少自然になったのは事実である。
- 26) 之は結局波動力学的方法を無限に多くの自由度の系に適用すると対応論的に許される範囲を超える為に困難を生じる一つの例と見られているが (Pauli, P. W. S. 256, 272) 此の場合には零点エネルギーは吸収も散乱も反射もされず何等の重力場も生じないので、凡ゆる検証の可能性を缺くから物理的実在性を有せず普通簡単に無視してう。Jordan-Pauli(143) S. 153. Pauli P. W. S. 250
- 27) 之は今日と雖も [Born の場合を除き] 解決されて居ない極めて厄介な問題である。電子の自己自身の場との相互作用のエネルギーが無限大となることは、古典理論の如く単に電子を点状にするために生じた Singularity のみではなく、量子的領域特に相対論的な場合に著しい困難を生じ、此の為に相対論的量子力学の一般的な遂行に支障を来す。W. Pauli P. W. B. §8. 尚 W. Heitler, The quantum theory of radiation (1936) §24 に相当まとまった限界づけと批判が見られる。又 (本文第 3 章, 註 10) を参照、又量子化によって一つの光量子に由り作られた重力場の無限大自己エネルギーが出て来ることは、L. Rosenfeld 等が論じた。
- 28) 現代の理論は二つの論理的に独立な古典理論から物質粒子の波動力学と輻射の場の量子論を発展せしめて居るが、その基礎の統一は達成されて居ない。W. Pauli, P. W. S. 272. 之は単なる数学的手段の一般化では達成されない。J. A. Schonger, Ann. d. l'inst. H. Poincaré. V の論文の結論
- 29) H. P. I. §4 尚 Jordan, Ergeb. exakt. Naturwiss. 7. S. 206 (1929) は光量子を電子対から合成されたものとして、その Bose 統計を説明した。但し、交換関係に照し光量子に就て Bose-Einstein 統計法が成立つ事は異なる場所の電場と磁場の測定が独立であるという自然な仮定をすれば、必然的となる。Pauli, P. W. S. 258. 又、 $\psi$  と  $\psi^*$  が Fermi の統計では異なる場所でも同時に測れぬのは  $\psi$  が実験的に測れぬ以上当然なことである。Heisenberg P. QT. S. 39-40

き出す点にある。この論文で各粒子に固有の ‘separate time’ を使用し、粒子の相互作用は場の源泉の古典的表象から explicit に導かれるのではなくて場変数の量子化から直接出る。即ち平面波に分解可能な場が電子間の通常の electrostatic な Coulomb 力を与える。〔Proc. Roy. Soc. 136, p.453(1932)〕

然し乍ら L. Rosenfeld; ZS. f. Phys. 76. S. 729, (1932) が先ず指摘した如く外見甚だ異なる Dirac のプログラムの実現は正に H. P. 理論で与えられるのである。Dirac が電磁場の特異点の存在と結び付いた量子電磁力学の難点を彼の方法で禁じ得ると期待したのは誤りであった。次いで Dirac-Fock-Podolsky; Phys. ZS. d. Sov. 2, S. 468 (1932) が示した如く、H. P. 理論と彼のそれとは簡単にその等価性が証明出来るが、Dirac が場時間  $t$  の外に各粒子の固有時間  $t'_s$  を導入した結果方程式の相対論的不変性は一目瞭然となり、H. P. 理論への転化は之を  $t = t_1, \dots = t_n = T$  とすればよい。

尚、この多くの時間  $t_s$  の物理的意味は F. Bloch, Phys. ZS. d. Sov. 5, S. 301 (1933) が論じた。結局各粒子の世界点<sup>なお</sup>が他の粒子の光円錐の内又は上になければ、この形式でも通常<sup>うんぬん</sup>の確率密度が云々出来るのである。

又、Dirac が場の観測に於ける根本的地位を論じた事はいささか肯定し難い。反対に H. Weyl は Was ist materie? S. 53 で我々の有意的行動は先ず以て物質を捉えるのであり、之以外には電磁場を生じたり、変化したりする事は出来ないから物質を場を生起する Agent とし場は物体の作用を他の物体に伝える外延的な媒体とする eine dynamische Theorie der Materie の方が有望だとしている。

## 第2章 批判と反批判

Dirac の電子論と Heisenberg-Pauli の量子電磁力学が逢着した以上の如き難局に直面して、之等の理論がその建設に当って、基礎概念の物理的意義の反省を抜き基本的量の測定可能性の問題が閑却されて居た事情に批判が加えられたのは蓋し自然の成行きであった。

Landau-Peierls の研究を頂点とする諸家の批判は主として（非相対論的量子力学の場合の）Heisenberg の思考実験を範とし、それに相対論的な制限として光速度の有限性等の事実を加味し上記理論の基本的諸量が測定可能性を著しく制限されて居る事を明かにする方向に向けられた。未だ陽電子の発見なく、 $\beta$  線連続譜の解明に曙光を見出し得なかつた当時の批判が、否定的破壊的な色彩を帯び既存の理論を根底から覆す如く革命を要望したのもまた止むを得ない<sup>1)</sup>。

Landau-Peierls は先ず ‘voraussagbar な測定<sup>2)</sup>が量子力学に缺くべからざる所以を論じた後、光速度を無限大と見做し得ない相対論的領域では、物質特に荷電粒子の運動量、(及び光子の)位置、電磁場の成分等の測定が非相対論的領域に於て例を見ない著しい制限を受け<sup>3)</sup>、その結果‘波動力学の意味に於ける何等の物理的量も何等の測定もない<sup>4)</sup>’事を見、斯くて当時の理論が‘あらゆる Unendlichkeit へ導いても驚くにはあたらず、反対に、それが現実と何等かの近似性を有つとすれば驚くべき事であろう’と論結した<sup>5)</sup>。

之等の論議に總体的再批判を加うべく Bohr-Rosenfeld は‘電磁場量の測定可能性の問題に就て<sup>6)</sup>’周到にして精密なる考察を試み従来の破壊的な論議の缺陷を指摘してそれらの結論を覆し量子電磁力学の形式が物理的に基礎づけられてい

1) 従って客観的状態の一変した今日、論理的厳密性と公平とを缺く紛々たる諸説種々雑多な‘不確定原理の相対論的拡張’を一々取り上げるのは到底その煩に堪えない。此処では多少 pathologisch な興味も含まれるが何等か教訓的な例のみを考慮する。尚非相対論的量子力学から得られた不確定関係と、古典的相対性理論の結果たる光速度の有限性とを単純に結合し、斯くして得られた式から、従来の理論の基礎概念を吟味し、基本的量の判定可能性を批判するのは、いささか petitio principii の嫌いがある。従ってそれらの式は Heisenberg の不確定関係に比し、遂に論理的必然性に乏しい provisorisch な性格をもつと考うべきである。cf. F. Schrödinger; Berl. Ber (1931) S. 238

2) 本報告 II, 数物会誌 11, p. 63 (1934) 参照

3) この議論の内容は Bohr-Rosenfeld の之に対する批判と共に後に述べる。

4) 曰く‘勿論、系を測定器械と交互作用させて、その場合器械が何をするかを問うことは出来、理論は此の実験の結果に対する確率を与えるであろう。併し之は研究されて居る系の parameter に対する確率として解釈されることは出来ない。何故なら確率が一定の結果に対して 1 で、他の總てに対して零であるようには出来ないからである’ (註 5) の論文の §8

5) L. Landau u. R. Peierls, Erweiterung des Unbestimmtheits-prinzips für die relativistische Quantentheorie, ZS. f. Phys. 69, S. 56 (1931) (以下 L. P.) 此の有名な論文が電子の負エネルギー状態や、 $\beta$  線連続譜の困難を背景にして居ることは見逃せない。

6) N. Bohr u. L. Rosenfeld, Zur Frage der Messbarkeit der Elektromagnetischen Feldgrößen, Danske Videnskabskabernes Selskab, Math. Phys. Med. XII, 8 (1933) 此の論文は測定問題一般に就て頗る教える所が多い。

る所以を論証し得た。彼等に依ればあたかも量子力学が古典力学の転写として運動学的及び力学的諸量の不確定関係に依ってその形式の物理的無矛盾性を保証せられた如く、場の量子論は古典的電磁場論の対応的転写として場の測定の可能性に依ってその形式、就中場成分なかんずくの交換関係が物理的に基礎づけらるべきである。Landau-Peierls が帰結した場の理論と原子論との矛盾は主として H. P. の量子電磁力学がそれ自体としては物質の原子的構造の問題とは無関係で、両者は明瞭に分離して論究せられるべきものである点を充分認識しなかつた結果に由る<sup>7)</sup>。此の両者を混同し場の測定に使用される Probekörper を点電荷として<sup>8)</sup>、又、場を理想化して時空点に於けるものとすれば矛盾は避けられないが、今若し原子的も拡りに比して充分大なる Probekörper を以て、相当の拡りのある領域に就て、場の量の平均値にあたる領域函数<sup>9)</sup>としての場成分の測定可能性を問題にするならば(測定器械の原子的構造に由来する制限を度外視し得る限り<sup>10)</sup>)場の量子論の形式と測定の思考実験の結果とは完全に一致することが証明出来る。此の論究の結果として、非相対論的量子力学の測定問題には見られなかつた新たな相反補足関係も現われて来た。例えば多くの場の測定の相関性により一般には、異なる時空領域に於ける測定を一義的に時間系列に対応せしめ得ない如きもその一例であるが、就中 Probekörper の避け難き電磁作用に依り測定結果が unkompensierbar に影響されて了うのは測定の客観性を傷けるかに見えるが<sup>11)</sup>、量子論に於ける理論的命題の原理的に統計的な性格を想えば之を測定すべき場に包含される構成部分と見做すとも必ずしも場の平均値の問題の解明を妨げないであろう。更に二つの殆んど合致した時空領域では二つの測定結果が任意の近似で得られることは一時危ぶまれた測定の反復可能性の要求も亦充される事を立証する。

7) H. P. の場の量子論の形式中にある普遍常数は光速と作用量子で、素粒子の単位電荷や静止質量は入って居ないので何等特定の時間的拡がり限定されない。そこに此の理論の無矛盾性の証明がまだ残された問題の解決に遠い所以もあるのである。

8) 点電荷とすると輻射反作用が大となり、 $\frac{e^2}{hc} \ll 1$  が成立たない。

9) 交換関係の中に  $\delta$  函数が出て来るのからも積分が要求されて居るのが観取される。

10) N. Bohr; Nature 138, p. 25 (1936), Enkenntnis, 6, S. 293 (1936) 及び Heisenberg, Wandlungen u. s. w. 2te Aufl. S. 62 が電子の存在の如き事実を理解するには、古典的記述法で実験結果の解釈に際し測定器械の原子的構造を度外視して居たのを制限せねばならぬとし、物質粒子の相互影響やそのもの自身の安定性を考慮すべきを予想して居るのも之と関係がある。此処では Probekörper の原子的構造を度外視しているのである。別の事であるが「古典理論は固体の存在を説明出来ないところが現象を時空的に排列せんとするすべての測定は結局この固体の存在に頼って居る」(Bohr, Naturwiss. 21, S. 246) ことも反省を要する。

11) Probekörper の場の量子現象特有の Schwankung は、適当な手段で Kompensieren 出来るその古典的の場とは異り、純粹の空洞輻射の Schwankung と分離出来ない。この事情は非相対論的量子力学の波動函数の統計的解釈に現われたものと同様である。

此の研究の結果によれば、量子電磁力学の形式からするも測定の思考実験からするも上述の如き適切なる注意の下では、同じ時空領域内の總ての場成分の平均値は相互に可換であり、従って相互に無関係に測定し得ることが知られる<sup>12)</sup>。之は Heisenberg が以前に導いた異種の場の互に直角な成分の間の不確定関係<sup>13)</sup>を覆すものである。又 Landau-Peierls (以下 L. P.) は先ず荷電物体に就てはそれの輻射の反作用の為め運動量測定は通常の不確定関係よりも更に狭い制限を受け、その結果として此の測定を利用する場の測定に就ても場量がそれぞれ不確定となる(静電磁場は別)結果を出したが、之は荷電体を点荷電とし且つ測定時間  $\Delta t$  と場量の求められる時間間隔  $T$  とを混同した為めに生じたのであり、Heisenberg も L. P. も点荷電としての Probekörper の位置の不確定と測定さるべき領域の長さと同視したが之も測定可能性の問題と無関係な仮定である。但し Pauli が L. P. の論議を批評して運動量測定の際の輻射を測れば<sup>14)</sup> よいとしたのは、測定さるべき空間領域が時間間隔に比して相当大きい ( $L > cT$ ) 場合には、測定前後の輻射が相互に区別出来なくなるから実行不可能である。

尚、L. P. が光電子の位置測定の制限を論じた点、及び Schwankung の為一定の時空領域に於ける電磁場の光量子的組成と場の成分の平均値との知識は相互に排斥すること<sup>15)</sup>も理論の形式と一致こそすれ矛盾はないのである。

之を要するに量子電磁力学に於ても測定過程と現象との不可分離性や、測定結果が測定そのものを俟って始めて創り出される等既に量子力学で出会った事態が再び現れるが、之に加えて複雑なる測定機構の注意深い取扱いを要する事は、その形式が積分形を含むために生じた余儀ない事情である。

斯くて此の理論の測定問題に関する無矛盾性は以上の論議に依って完全に立証されたが、之は形式の対応論的出発点を思い合せれば当然の事とも考えられるのである。然し乍ら場の量子論の物理的 Apologie として見事なものであった Bohr-Rosenfeld の研究も彼等自身が既に強調した如く現在の理論は  $\frac{e^2}{\hbar c}$  が 1 に比して無視し得られる場合にのみ有効であり、電子の古典半径に比して大なる波長の

12) 之はより一般的な如き事実の特殊の場合である。即ち任意の二つの空間領域に於ける同様の(二つの電又は磁)場成分の平均値は相当する時間間隔が合致すれば常に可換であり、又任意の二つの時間間隔に於ける二つの異種の場成分の平均値は相当する空間領域が合致すれば常に可換である。尚、Dirac は B. R. とは異なり  $\delta$ -函数を残したままの交換関係に就て論じて居るが、要するに二つの時空点の何れもが他の光円錐の内又は上になければ擾乱の伝播が光速度で制限され、他を擾さずに一方で測れるから、相互に可換であると言う。P. QM. 2nd, ed. p. 274

13) W. Heisenberg, P. Q.T. S. 39 又は grenzübergang の手続が正しくなかった。

14) W. Pauli, P. W. S. 257, B. R. の S. 26 参照

15) B. R. S. 15

問題に制限せられ電子の荷電，質量等の普遍常数の理論的根拠や無限大自己エネルギーの問題には何等の解明を与えない事情を動かすことは出来なかった。之等の問題は古典理論の量子論への移行，即ち測定に伴う擾乱を考慮に入れる事を以ては未だ毫もその手懸りを見出し得ず，本質的に新しい物理的概念が要望される<sup>16)</sup>所以である。

Born の統一場理論<sup>17)</sup> elementary な粒子を点状として取扱う理論に避け難い自己エネルギーの無限大を逃れる一つの有名なる企ては Max Born に依て予告され学界の大きな期待の中に発表された一元的電磁場論である。上述の如き既存の量子電磁力学が，物質粒子を電磁場とは本質的に異なるものとする二元的な観念に応じて，Schrödinger や Dirac の物質場に Maxwell の電磁場を重畳する結果，各種の粒子に就てそれぞれ異種の場を生じ，それ等がそれぞれ別個に考察された法則で結び付けられる事に飽き足らず，Born は唯一種の場を想定してその singularity が粒子の役割を演ずる<sup>18)</sup>如き unitary theory を構成しようとした<sup>19)</sup>。

之が為めに行わるべき Maxwell の理論の修正は，場は無限大とならずという所謂 principle of finiteness に導かれて‘maximum (乃至 absolute) field’の観念により，metric 及び電磁場の tensor に関する比較的自然的な仮定と相対論的不変性に就き Maxwell の理論の Lagrangian の修正形を得る事に存する<sup>20)</sup>。此の結果として先ず古典的領域では，電子（寧ろ一般に素粒子）の半径の有限性及びエネルギーの有限性を得，電子の拡りに比して相当大なる距離で coulomb の法則と一致する potential を証明し，更に量子的領域に進んでは系のエネルギー的中心が自由粒子の量子力学（実は Goldon-Klein の方程式）に従うという結果を導いた<sup>21)</sup>。

16) B. R. の序論及び Dirac, P. QM. 2nd ed. の最後の頁 297

17) M. Born, On the quantum theory of the electromagnetic field, Proc. Roy. Soc. 143, p. 410 (1933) に於て，初めて纏って発表された。其後屢々 L. Infeld との協力其他により改良が施され今日に及んで居るが，International Conference on Physics, London 1934, Papers & Discussions vol. 1, nuclear Physics (1935) にも ‘Quantum Electrodynamics’ なる題目の下に彼の手になる総合報告が書かれている〔数学会誌 9, p. 29 頁 (1935)〕

18) 周知の如く之は A. Einstein に依て屢々企てられた事であるが，Born の意見では，電子の安定力としての cohesive force を重力と結び付けんとする Einstein の統一場理論は電気力と重力との作用の比が  $10^{40}$  にもなる事を思えば wrong track に踏み込むものである。二つの電子間に作用する力を一部分だけ分割してそれを重力として立証するのは不可能事であり，重力は場の elementary な多数の粒子に依って構成された全体としての，中性な物体にとって初めて可能な law とすべきでなくなるものであり，世界及びその中の粒子数の有限性と関係ある小さい ‘difference effect’ と考うべきものである。此の意見の正否とは別に W. Pauli は重力論の常数  $k$  が正であるのは他の自然常数が平方なのかも知れぬとしている〔Scientia, 59, S. 76 (1936)〕

19) 之は G. Mie の一般場理論 (1912–13) の特殊形として Mie の理論の缺陷を修正して行われた。

20) N. Born & L. Infeld, Proc. Roy. Soc. 144, p. 425 (1934)〔数学会誌 8, p. 307 (1934)〕

21) Born が彼の理論の古典的な場合に遠距離で電子を輻射の中心と見做せる弱い場として光波がその独立な構造を持たぬことから，量子論でもその通りで photon は ‘physical reality’ ではなく数学的構成物と見做すべしとしたのは補足原理の立場からは稍物足りぬ。Proc. Roy. Soc. 143, 434 (1933) 参照。又電子の有限の大きさ，その半径がはっきりした値を有する事は物理的に如何なる根拠づけが可能であろうか，更に電子内部の場の如きは益々奇怪である。仮りに補助量と

此の Born の演繹的な統一場理論が果して如何なる成功を齎すかはその量子的部門に於て検証されるのであろうが、それに就ては未だ実験的に判決されるような確然たる結果が得られて居ない。之が一般から正統派の理論として見られないのは、経験的事実に立脚せず寧ろ極めて抽象的な要請から出発して居るその方法的見地にも依るが、一つの試みとして将来の理論の為に捨石の役割を演ずるに過ぎないのではないかとの憶測も禁じ得ないのある。

---

してそれらに相応する量を利用し得るとしてもこの対応の意味づけは物理的に十分な根拠を得られまい。

### 第3章 核物理学に於ける2, 3の問題

原子核の理論として1932年以前に我々に知られて居たのは $\alpha$ -放射能に関する量子力学の応用以外は主として phänomenologisch な Systematik であり、之も少からぬ例外に悩まされて居た上に、有名な $\beta$ -線連続 Spektrum の難問は、従来の量子力学の基礎概念に革命的な変更を加えずしては核の理論的取扱いは不可能なるかの如き意見を蔓延せしめる結果となって居た<sup>1)</sup>。

然し真実の解決の端緒は全く別な意外な方面から与えられることになった。即ち相次いで行われた中性子 (Chadwick), 陽電子 (Anderson), 人工放射能 (Curie-Joliot) 等の発見は漸く進歩し来た原子の人工崩壊の技術と相俟って、嵐の如く実験物理学の威力を示し忽ち難問を裁断して理論的研究を瞠着目? たらしめるかに見えた。例えば中性子の核構造論への著しい寄与、更に之にも増して、物質粒子の破滅という結果により致命的と見られる重荷を負った Dirac の電子論 (空孔理論) が陽電子の発見によって達成した理論的飛躍は物理学史上稀に見るものであったが何れも上記の実験の恩沢に依ってのみ可能であった。斯くて先ず経験的事実を収集せんとする研究者が滔々として実験物理学に馳ったのも必ずしも誤れる態度ではなかったが、然し此の事実は理論の力を貶めるものではなく却って仔細に如上の発見の経路を検察する者は、そこに理論的考察が重要な役割を演じているのを見出すであろう<sup>2)</sup>。まことに今日の原子核及び宇宙線の物理学に於

1) 之は嘗ての量子力学建設当時の事情を目のあたり見たものあって極めて自然な成行であった。物理的には電子の核内存在という前提が大きな矛盾原因であった。之に対する批判的見解もないうちはなかったが、(p.146) 参照

2) 中性子の‘発見’は Bothe 及び Becker が Geiger 計数管で驚くべき高エネルギーの‘ $\gamma$ 線’を見出したのに始まる。ZS. f. Phys. 66. S. 289 (1930), Naturwiss. 19. S. 753 (1931); I. Curie と F. Joliot は ionisation chamber で再び‘Botheの線’に就て実験している。Compt. Rend. 193, p.1412 (1931), 194, p. 273, p. 708 (1932); 之に対して J. Chadwick, Nature 129, p. 312 (1932); ‘The existence of a neutron’, Proc. Roy. Soc. 136, p. 692 (1932) は上記の結果を‘ $\gamma$ 線’と解すると重大なる理論的困難を生じる所以を指摘し、自身の衝突実験からエネルギー及び運動量保存則を廃棄しなければ $\gamma$ 線とは出来ないことを証明し、proton と略等しき質量の粒子とすれば衝突に関する難点が解決し、更に大きな貫徹力を説明するために中性性と考へ、斯くて F. Rutherford が1920年彼の Bakerian Lecture, Proc. Roy. Soc. 97, p. 375 (1920) で論じて以来屢々 Cavendish Laboratory で探し求められた neutron の‘hypothesis’を復活せしめたのである。尚ここで Chadwick は中性子は proton と electron の併合物と考へて居る。

陽電子の‘発見’は Skobelzyn が1929年 branching track に注意を喚起したのから始まる。ZS. f. Phys. 56 (1929) s. 686. 併し彼はそれを Positive とは suggest しなかつた。Anderson と Millikan は1931年に撮影した track に悩まされ乍ら正当な解決を見ずに発表した Science, Dec. 18 (1931) 当時彼等の頭には‘protonのみが正電気の基本単位であるという観念が非常に深く根を下して居たので之を拒けるよりは寧ろ他のあらゆる解決のための hypothesis を取らしめた’という。positive electron として発表されるまでは随分慎重な相談と時間を経て居る (R. A. Millikan, Electrons, (+ and -) chap. XIV 特に p. 325-330 による) 之が初めて発表されたのは C. D. Anderson, Science, 76, 238 (1932) であるが、学界の逸早く承認は Cavendish Laboratory の Blackett と Occhialini による極めて模範的な美しい決定的実験 (Proc. Roy. Soc. 139, p. 699, 1933) に負うところがある。尚ここではじめて Dirac の理論に閑説されたのである。

以上二つの‘発見’の例に徴しても理論に伴われない実験は今日の原子物理学の如き精緻なる領域に於ては何ものをも‘発見’しない事が明らかであろう。之は又今日まだ理論的実験的討究の対象となって居る新発見の重電子に就て特に印象的に言われる。ここでは痕跡が他の粒子によるものではないという理論的証明が甚だ困難な研究を要するのである。

ける如く理論と実際とが相互に浸透し合い一歩一歩に密接不可分の共同作業を遂行しつつあるのは嘗て例を見ない処である<sup>3)</sup>。

中性子を核の基本構成単位として、核内粒子間の相互作用等の理論的研究<sup>4)</sup>に先鞭を着けたのは Heisenberg の功績であるが Fermi の  $\beta$  線放射能の理論<sup>5)</sup>も之から出発している。エネルギー保存則は物理学の全領域を貫通する原理として各種の現象形態を統一し、その相互転化を量的に法則づける方法論上重要な地位を占めている。之を確保することは極めて一般的な意味での因果律の確保と殆んど同等の高い意義を有するのである<sup>6)</sup>。されば Fermi が Pauli の着想を採用し敢て未発見の neutrino を以ってエネルギー保存則を満足する如き理論を構成せんとしたのも了解に難くはない。彼の理論に於て proton と neutron とが二種の固定的不変的な粒子としてでなく寧ろ基本的重粒子の二つの異なる状態<sup>7)</sup>として捉えられて

3) 直接肉眼で対象を捉える領域の実験と異り原子的領域のそれは多少とも間接的であり、又実験条件や擾乱の影響が極めて大きく響いてくる。適切周到な理論的注意なくしてはそもそも何を実験して来たのか分らぬ事になる。勿論斯様な事情は前世紀の物理学にも絶無とは云えないであろうが、その程度は比較にならないのである。実験の理論的前提の意義も嘗て新 Kant 派が論じた頃とは殆んど別のものにさえなっている。又実験結果を一定の物理学の意味をもつ結果に解釈するには目で視、耳で聞くのでは足りず、複雑なる理論的討究を要することは前註で述べた通りである。

4) W. Heisenberg, ZS. f. Phys. 77, S. 1; 78, S. 156; 80, S. 587 (1932) [数物会誌 7, p. 195 (1933)] “Über den Bau der Atomkerne” の題目で発表された。之等の研究は亦質量欠損其他のエネルギー論的考察と核安定性とを結びつけて核の現象論的系統学にも大きな寄与をなした。電子が核内に独立して存在しないという仮定によって系統学的例外も除かれた訳であるが、最も重要な事は斯くて重粒子のみになった原子核へ従来の量子力学を適用する可能性が開かれた事である。併し軽粒子は絶対的に排除された訳ではなく、neutron と proton の相互作用にも Austauschkräfte の形で重要な役割を演じて居るので、この Model にも制限はある。即ち重粒子と軽粒子との相互作用が重粒子同士の相互作用に比して小さい場合にのみ、dynamisch な軽粒子の場が statisch な Austauschfeld で近似されるのであり、この限り量子力学が有効である。C. F. v. Weizsäcker, Die Atomkerne, S. 28 (1937)

尚 Heisenberg は之等の論文では neutron を proton と電子からなると考えているために neutron の‘本性’に関して甚だ不徹底な態度が取られ‘neutron の存在が量子力学に矛盾する’といわれて居る (II, 78 §3, III 80, §3)。又 Bohr のエネルギー保存則に対する懐疑に影響されてエネルギー論的考察に基き控え目である。

5) E. Fermi, Versuch einer Theorie der  $\beta$ -Strahlen I, ZS. f. Phys. S. 88. 161 (1934) [数物会誌 8, p. 366(1934)] 此の興味ある問題の叙述は科学文献抄 (岩波) 中の湯川秀樹氏の優れた劣作に見られたい。其後理論的には大きな進歩は発表されて居ない。ここで一言 Bohr が保存則に対して持った態度に就いて注意したいのは、例の B. K. S. の場合は別として、 $\beta$  線の場合に就て di Fisica は Faraday Lectures (Journ. Chem. Soc. 1932, p. 383) や Roma の Convegno di Nucleare, Ottobre 1931—IX での講演を見ると、実験事実の説明が第一の理由であるが、電子の核内存在が量子力学に矛盾するという理論的理由からの類推を保存則乃至量子力学の前提一般の  $\beta$  線問題への適用可能性の懐疑となつて居る事は明かである。而も亦同じ Faraday Lecture の中で、電子の核内での消極性 (passivity) が指摘せられ、その‘mechanical entity’としての存在が疑問視されて居るのは流石であり (P. 30)、一方 Roma では此の問題は観測による擾乱とは直接関係がないから或る人々の如く不確定関係  $\Delta W \Delta t > h$  で説明を企てるのは誤りであるとして居る (convegno etc. p. 121)。この最後の事は今日から考えると種々の観測の思考実験で量子力学の基礎概念を変革し核問題へ使えるようにしようという予想 (154) が無益であることの暗示でもあった。

尚 Bohr が Shankland 事件の後に Dirac の之に關聯して発表された量子電磁力学への懐疑を反駁し、電気の不可分割性を考える将来の理論がエネルギー及び運動量の保存側から real に訣別するのではないかと疑う何等の理由もないと公言したのは人の知るところであらう [Nature, 138, p. 25 (1936)]

6) 之は Kant の経験の類推特に ‘Grundsatz der Beharrlichkeit (der Substanz)’ の生き存えた核心とも云いたい (K. d. r. V. A. 182)。又 Sovijetunion の批評家の見解は「現代科学の基礎」(白楊社) p. 173 以下に見られる。因果律の場合と同様エネルギー則もより一般的な高い見地へ止揚される可能性は勿論否定出来ないことを蛇足ながら付け加えたい。

7) proton と neutron との何れが‘実際の素粒子’であるかと問うことは今日殆んど無意味と見られている。不変性の概念で素粒子を定義することは今日の経験に適合しない。‘連続的な状態変化の不能性’の方が近いという。之は又素粒子概念の ‘rein Kinematischer Begriff des stationären Zustandes’ への接近とも解される。Weizsäcker, Atomkerne S. 30

いることは電子の発射が creation と見られ光量子と analog に取扱われる<sup>8)</sup>のと相俟って古い原子論の硬化した観念を打破すると云えよう。一方 neutrino の‘存在’は今日では理論的にも実験的にも‘circumstantial’には肯定されて居るが<sup>9)</sup>、核内相互作用の法則<sup>10)</sup>が充分明らかでない為に Fermi 及其の修補としての Konopinski と Uhlenbeck の理論から恣意性を除き得ず<sup>11)</sup>量子力学の Formalismus との矛盾すら指摘せられて理論的に難点を有する<sup>12)</sup>と共に実験的には neutrino の‘検出’が今日の技術では殆んど不可能であり<sup>13)</sup>又理論の証明の重要な材料たる  $\beta$ -線エネルギーの上限が極めて不精密にしか測られて居ない為め<sup>14)</sup>未だ neutrino の諸性質<sup>15)</sup>には多くの曖昧さが付き纏って居るのを否定出来ない。ここでも多数の研究者の進みつつある方向の中に理論と実験との密接なる相互刺戟が見られるのである。之は核構造論、特に軽粒子の取扱いに於ける Feenberg, Wigner 其他の半経

8) 之は前註(7)と密接な関係があることで、又 Fermi(註5)の理論の出発点にも見られ Heisenberg によって Zeeman Festschrift. S. 108 でも明瞭に強調された。尚核内に於ける電子の数を云々する何等の根拠もないことは、上述 Bohr の Faraday Lecture (p. 380) でも予見的に強調された通りであるが、電子が核中に永存して居ないことは今日多くの根拠から確定的である。例えば H. A. Bethe & R. F. Bacher, Rev. Mod. Phys. 8, p. 184. 又原子外包と原子核に於ける光量子、軽粒子の役割の対照は同じく上掲祝賀論文で Heisenberg が見事に叙述して居るし、Weizsäcker の書(S. 27 以下)にも興味深く説かれて居る。之等の Schema 的な対照や分類は核物理学に於ける諸困難を lokalisieren する上に資するところがある(S. 29)

9) 之は先ずエネルギー及び運動量保存則の確保から裏づけられる。以前に L. Landau がエネルギーの非保存(従て質量の非保存)は相対性理論により重力の一般法則と矛盾すること(即ち質量のない空間からの重力の total flux が零にならないこと)で証明した、Tchervonij Gudok, p. 1001, (1932) [Gamow の本 p. 128 及び Weizsäcker の本 S. 168 による]のは一つの理論的証明として知られているが、エネルギー保存則が少くとも統計的に正しければ(之は従来の経験から確かだ)個別的過程でも正しいという実験的な証拠は核変換に於ける質量差は  $\beta$  線の平均エネルギーより確実に大きいことで決定的に与えられる。Bethe & Bacher, p. 186; Kernphysik (hrsg. Bretcher) 中の Cockroft の講演(S. 70), 又、総合報告 E. Nunn May, The conservation of energy and momentum in elementary processes, Reports on Progress in Physics 3. (1936) p. 97; 更に Royal Society (London) Mar. 4, 1937 の  $\beta$  崩壊の討論会の報告 Nature 139, p. 477; Proc. Roy. Soc. 161 p. 450.

他の方向、即ち total spin や核統計法の保存等からの neutrino 辯護論は Bothe & Bacher の §39 に力強く叙べられている。兎も角之等の証明材料が集ったことは、核人工変換、人工放射能、質量測定の如き実験の技術の進歩に負っている。

10) 原子外包に於ける輻射と粒子との相互作用が古典的極限とに Maxwell-Lorentz の理論に移りゆくのに對し、核内相互作用には対応論的 Analogon がないので困る。Fermi の  $\beta$  線理論を適用すると重粒子間の Austauschkraft は二次の近似では丁度電子の自己エネルギーと形式上似た無限大へ diverge する。Weizsäcker の本 S. 29. R. Peierls, Proc. Roy. Soc. 161, p. 455-6. Fermi の理論から導いた Heisenberg 又は Majorana 力は余りに小さい。H. A. Bethe & R. Peierls, International Congress (London, 1934), Discussion, p. 66; F. Rasetti, Nuclear Physics (1936) p. 200 も参照。

11) 之は初めから分った事であるが、極端に云えばかかる理論は実験的に得られる spectrum の almost any form に種々の方法で fit させられる程 elastic なのである。単に実験を整理するための working hypothesis としては有用であるが、之では heuristic な価値は損ぜられること甚しい。R. Peierls, Nature, 139, p.477; (Nunn May の紹介に依る)

12) Proc. Roy. Soc. 161, p. 455 の Peierls の総合報告によると交互作用項が time derivative を含むことが、その甚しいものであるが、(10)で述べた例や proton の anomalous な magnetic moment を正しく出せない事も難点である。二次の近似中の divergence を技巧的に防ぐと Lorentz 不変性と矛盾することは我々が屢々他の個所でも出会うところである。交互作用力と重粒子の付加的な mag. moment につき Weizsäcker の §41 参照。

13) 一体 neutrino を‘発見する’とはそもそも如何なる意味か、neutron の‘発見’も程度上の差ではないか。兎も角種々の Existenzbeweis の困難は当然であろう。Bethe & Bechre, p. 188. 198

14) high エネルギーの endpoint を決める事は実験上極端に難しいので、付近の曲線から理論で extrapolation をやる外はないが、生憎 Konopinski-Uhlenbeck のは此辺で怪しいのである。J. D. Cockroft, Nature, 139, p. 477, Proc. Roy. Soc. 161, p. 451 及び p. 456 以下の H. O. W. Richardson の報告による但し実験もまだ確定的ではないらしい。

15) 例えば neutrino の質量も電子質量より小で零ではないらしいが不確な spektrum の形状や間接的な実験から推論するのだから曖昧なものも当然である。

験的な model 的考察の場合に於ても著しい。理論の生成過程の一特徴とも見られる<sup>16)</sup>。

他方に於て核の外部的衝撃による反応は従来の方法に対して大きな困難を提供する。核の如くそれを構成する粒子が‘close に packing’されているところでは、原子の外包の電子に対して行われた如き単体問題の結合としての近似（Hartree の方法）は効果的とは考えられない<sup>18)</sup>。Bohr が核構成粒子間の交互作用の本質的に‘collective な aspect’を出発点から用うべしとするのも此処に根拠がある。併し我々は物質の‘extraordinary dense な状態’の知識は殆んど持たないので彼は先ず液滴状 model に熱力学に類似した考察を施して、意義ある結果を得たが<sup>19)</sup>、特に neutron を主とする核反応に就ては、従来の‘開いた系’としての原子外包の粒子への衝突の取扱いに見た如き当事者のみの間の孤立的作用の観念を斥けて‘閉じた系’としての核の粒子集団内の緊密なるエネルギー分配を考察して見事な出発点を創った。Bohr によれば‘mechanical aspect では、原子外包の化学的性質を知り得たような単純性に缺けて居る核も、核反応では中間段階を想定することに依り、mechanical behaviour には簡単な類比のない位精妙な facility を示すことが出来る’のである<sup>20)</sup>。今日、次第に数学的に精密化されつつある之等の方法が何処まで推進力を持つかは興味ある問題である。恐らく之の対応論的な量子化が原理的に新たな理論で統一されるのであろうが、此の意味で今日の原子核理論の状況は

16) Gamow 等が提唱し、一般にも支持されて居る negative proton の存在や宇宙線の問題、特に最近各所（我国の仁科研究室でも）で発見を報ぜられる中間質量の陰陽粒子、さては之と湯川氏の理論の粒子との関係<sup>17)</sup>又  $\beta$  理論の常数  $g$  の物理的意味（Gamow 本 VII §4. Pauli, Scientia 59, S. 76）は未だ充分明らかでないのでここでは割愛する）

唯 P. Jordan 其他の人々が説く光の neutrino 説であるが、Positivismus を標榜する Jordan が極めて形式主義者であることの矛盾はさて置き、物理的根拠も乏しいと思われる。又 v. Fock が数学的難点を指摘して居るそうである。更に neutrino と Bohr が曾て説いた graviton との関係についても割愛する。

17) 其後新発見の粒子と湯川氏の理論のそれとの関係が益々注目の的となった。湯川氏自身初めから（1934）氏の想定した粒子が宇宙線に見出され得る可能性を指摘された。H. Yukawa, Proc. Math. Soc. Japan, 17. p. 48; (1935) 19, p. 712 (1937) 「科学」7, p. 403, 406 (1937) の仁科、湯川両氏の発表参照。

尚湯川氏の理論を展開して  $\beta$ -spektrum と比較し得るようにし、軽原子の proton-neutron 交換力、proton の異常な magnetic moment と対照することは一面に於て新粒子の間接的証明でもあるから、既に進行中とは推察するが特に希望したい。湯川氏の Bose 統計法に従う粒子が直ちに W. Pauli u. Weisskopf の Skalar な相対論的波動方程式から出る粒子と同一視出来るか疑問であり、E. C. G. Stenkelberg の大がかりな物質場理論に希望をつなぐ事は出来ないにしても、新粒子の発見によって益々錯綜するかに見える素粒子が却て実は高い統一への一步を進める結果になるかも知れない。

18) 例えば遅い中性子の吸収の問題等で行詰った。尚此の一段は N. Borh, Nature, 137, p. 344-348, N. Borh & F. Kalcker, On the transmutation of atomic nuclei etc. I, Danske Videnskabernes Selslab, Math. Fys. Med. XIV (1937); Science 86, p. 161 (1937) 及び Bohr 氏の東京に於ける講演 (1937) を基にし、Bethe, Nuclear Physics, B. Rev. Mod. Phys. 9, p. 715 §51 を主として参照した。

19) 前註の Bohr & Kalcker 参照。

20) 全体とその構成部分とが斯くも緊密な一即多、多即一、とも云うべき融合状態にある場合は、従来物理学の方法そのもの本質的な制限により取扱い不可能な領域と見られて居た。従って此の問題の解決が偉大なる成果を伴うことは期して待つべきものがある。勿論、Heisenberg も強調した如く、一領域で得られた法則をそのまま他の今日未だ物理学に属しない領域へ適用してそれを究め盡しうると考えるのは警戒を要するが、それにも拘らず‘全体的なるもの’への迫進が有機体問題に暗示するところ多いのは否定出来ない。

あたかも曾ての量子力学の誕生前夜の如き予感に緊張して居る。唯、当時の課題は‘転釈’であり、基本的な量の計算法則の確立であったが、今日は寧ろ、核内の力の法則そのものを見出す事が問題であり、ここに一層着実な実験的理論的研究が要求される所以である<sup>21)</sup>。

陽電子理論と真空電磁力学。Dirac の電子論の注目すべき結論たる電磁場のエネルギーと物質との相互転換<sup>22)</sup>が実験的に確証された結果、世界のあらゆる空間に於て負エネルギー状態にある無限個の電子が真空の性質に如何なる影響を及ぼすかは興味ある理論的問題となった。Maxwell の方程式の線型性は、場が相互に無関係に重畳し得る事を意味するから、従来真空はそこに存する場とは無関係に自由に光波を通過せしめるものと考えられて来た。然るに $\gamma$  量子が真空内の場で吸収されるという現象は Maxwell の電磁力学からの重大なる偏倚を示すものと云える。たとえ光電子が場で吸収されて電子対を生成するに十分なエネルギーを持たぬとしても、尚所謂‘真空の Polarisation’により散乱屈折を蒙るであろう<sup>23)</sup>とは想像し得るところであるが、之は正に Dirac の相対論的電子論から導れるところである。而してこの同じ理論が‘真空電子’の根本仮定に基く計算に依り、陰陽電子対の生成と消滅に就て実験と一致する結果を生じる以上、電磁場による光の屈折、光による光の散乱等に関する Euler-Kockel, Heisenberg-Euler の研究も無意味とは云えない。殊に Weisskopf が真空電子に就て生じる無限大の電荷、電流及びエネルギー密度を取除くために提出した仮定は物理的意味のある真空電子の作用をすべて考慮に入れた頗る自然なものであり恣意を含まずして而も Konvergent な結果を導くので、此の理論は信頼度を加えるのである。即ち陽電子の空孔理論は量子化されて居ない波動場を取扱う限り電子論に対して何等本質的な困難を起さないと結論出来る。ただ此処に注意すべきは此の理論による Maxwell 理論の修正は電子対生成の virtual な可能性の間接的結果として導かれたものであって、Born の場理論に於ける如く出発点となつては居ない事である。一時 Euler や

21) 今日の状勢と曾てのそれとの比較は P. Jordan, A. Q.T. S. 245; V. Weiszsäcker, Atomkerne, S. 30

22) 如何にも Dirac の‘空孔’理論では素朴な意味で物質が輻射に、輻射が物質に‘成り変わる’のではない。物質は異なるエネルギー状態に移るに過ぎない。併乍ら今日、スコラ的な絶対的対立としての実体と様相、物質と運動の区別を固執することは次第に困難となりつつある事を見ることが出来よう。Newton は彼の‘Optics’の中で物体の光へ、光の物体への変化は‘transmutation’を好む自然 Course に甚だ適合していると説いた (Book III Part II, Quest 30) が之は彼の光粒子説からは考え易いところであつたらう。

23) 之は光子と電子対の生成、消滅の virtual な可能性から起るのであって、光は電磁場通過の際、場の作用のため真空が 1 と異なる電媒常数を有するかの如く影響される。之等の問題は Dirac, Heisenberg, H. Euler, B. Kockel 等 (1934-35) に論じられた。尚 V. Weisskopf, Über die Electrodynamik des Vakuums u. s. w. Danske Videnskabernes Selskab. Math. Fys. Med. XIV 6 (1936) や Zürich の人々に論ぜられた。又, P. Jordan, A. Q.T. S. 259 参照。

Heisenberg に依って注意せられた如き両者の修正の程度上の類似性も Weisskopf に依れば、全く外面的のもので、陽電子論に基く修正は極めて小さいので電子の自己エネルギーの問題で Born の理論の如き役割を演ずる見込はない。それにも拘らず、実験と<sup>かかわ</sup>關聯性をもつ点は陽電子論の強味として認められて居る。それは何れにせよ<sup>いず</sup>真空<sup>いず</sup>中の輻射過程は物質過程と完全に分離するを得ず、古き真空と物質との絶對的対立は意味を失ったと考うべきである。

- ・底本には、『量子力学史』（京都府出版協同組合，1950年5月）を使用した。
- ・原著は，今次の敗戦5年後に出版されたもので紙質が悪く，しかも印刷が不鮮明の上，校正も充分なされていない虞があるため，中央公論社が「自然選書」の1冊として刊行した『量子力学史』（高田誠二による改訂版，1963年）を参照し，あきらかな誤植は訂正した。
- ・文字使いは，旧漢字は新漢字に、旧かな使いは新かな使いに変更したほかは原著のままである。中央公論社版には従わなかった。（中央公論社版は，欧文の人名などをカタカナ表記に直しており，さらに「辿った」を「たどった」と仮名にひらくなどの改変を行っている。）
- ・適宜振り仮名を追加した。
- ・原著には，天野清の遺影，菅井準一の「序」，武谷三男の「序」，編者による「天野清選集刊行に当りて」，「天野清略歴」が収録されているが，本PDFでは省略した。
- ・PDF化には $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X} 2_{\epsilon}$ でタイプセッティングを行い、dvipdfmxを使用した。

科学の古典文献を電子図書館「科学図書館」

<http://www.cam.hi-ho.ne.jp/munehiro/sciencelib.html>

に収録してあります。

「科学図書館」に新しく収録した文献の案内，その他「科学図書館」に関する意見などは，

「科学図書館掲示板」

<http://6325.teacup.com/munehiroumeda/bbs>

を御覧いただくか，書き込みください。